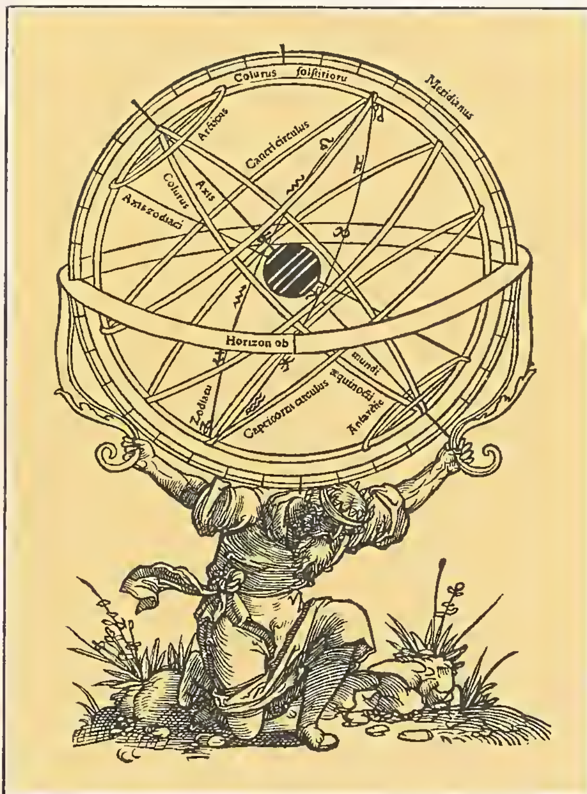
uisibiliū Et in unū

dominū iesū xp̄uз

The Dibner Library of the History of Science and Technology

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



1

ORONTII FINAEI DELPHINATIS, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS,

[redacted]

In sex priores libros Geometricorum elementorum Euclidis Megarẽsis demonstrationes, Recèns auctæ, & emendatæ: unà cum ipsius Euclidis textu græco, & interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti. Omnia ad fidem geometricam, per eundẽ Orontium recognita.

Di Pier Ventury

LVTETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinæum.
1544.
Cum priuilegio Regis.
Virescit vulnere virtus.

Pater Ioannes Borellus excellentissimus mathematicus fuit Orontij discipulus quem superavit Historia delle Religioni tom. 2 pag. 220



Christianissimo ac potentiss.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO HVIVS nominis primo, Orontius Finæus Delphinas, S. D.



Vm celebres illas & fidissimas artes, Francisce Rex inuictissime, quæ solæ Mathematicæ, hoc est, disciplinæ meruerunt adpellari, sub tuo fęlici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numerosa auditorũ multitudine) qui satis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philosophandi genus, à limine (vt aiunt) salutare, ne dicam ad illius penetralia, penitioráq; secreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miseræ ac deplorandæ infęlicitatis radicẽ ex eo, maximè pullulare vel facilè percepi: quòd siue inclementia tẽporis, siue parentum & pręceptorum incuria, Geometricę nusquàm prægustauerint elementa. sine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorsus, nedum Mathematica, negatur philosophia. Perscrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis est, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarum rationes, affectiones item, positionésque diuersas: multiformia ipsarum discrimina subtili admodùm examine discutiendo. Exordium præterea sumit, à per sese, & vulgo notis principijs. & potissimis Dialectices innixa præceptis, ac collecta syllogismis: ad prima demonstrationum insurgit elementa. à quibus per mediorum ordinem discurrendo, atque simplicia compositis, & composita simplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandem singula resoluendo principia. Quanquàm insuper circa intellectilia & abstracta, quemadmodùm & diuina versetur philosophia: sensilia tamẽ & ipsi materiæ subiecta, veluti physica ratiocinatio, simul attingere comperitur.

Et proinde fit, vt nulla disciplina certior existat Geometria: vel quæ illam antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétque: vel quæ ingenium ipsum ad puriora studia, omniúmque ingenuarum adinuentionũ excogitationem, adeò facile reddat, ac suapte natura propẽsum. Adde quòd vsui, & commodo generis humani plurimùm cedit. Hinc præclara illa & toti Orbi decora liberalium artiũ facultas, cæterarũ mater & alumna, ad veterum

philoſophorum imitationē, prudētiſſima ſanciuit inſtitutione:ne quiſpiam in doctorum, ſeu(vt vocant)magiſtrorum admittatur ordinem, ni cū cęteris philoſophici diſcurſus authoribus, ſex priores libros geometricorum elementorum Euclidis ſaltem audiuerit. quaſi ignoratis Geometriæ rudimentis,ad cęteras diſciplinas præcluſa videatur eſſe via. Cuius rei veſtigia,Pariſiēſis adhuc obſeruat academia.Qui enim ad lauream adſpirant philoſophicam: iureiurando profitentur arctiſſimo,ſeſe prænominatos Euclidis libros audiuiſſe.An verò illius elementa,multis ab hinc annis,vſque ad noſtra viderint(ne dicam intellexerint)tempora (paucis forſitan exceptis,quos æquus amauit Iupiter) nō auſim honeſtè confiteri.Nouerunt enim ſinguli,etiam exteri:quibus deliramentis non modò fœcundiſſima iuuenum ingenia hactenus torſerint,ac penè dixerim deprauarint pſeudophiloſophi,verumetiam omnem bonam extinxerint eruditionem. Redit tamen ſuus ſingulis honos,ſuáque dignitas: & in priſtinum illum diſciplinarum ſplendorem(reiectis barbaris,ac ſophiſticis nugis)paulatim cuncta reduci conſpicimus. Idque tuo in primis fauore,ac liberali ſuccurrēte municētia,Princeps humaniſſime: qui primus inter maiores tuos, non ſine magna tui nominis ac dignitatis propagatione,& incomparabili Reipu.commodo,bonarum literarum ſtudia fouere cœpiſti, & publicis augere profeſſoribus. Inter quos, me liberalium Mathematicarum interpretem in primis inſtituiſti:& præter decretum ſtipendium, laborum meorum rationem te tandem habiturū ſæpius es pollicitus. Vt igitur pro mea virili parte, tum erga munificentiam tuam,tum erga ipſam Rempub.debito fungar officio,& præter publicas lectiones, aliquod hominis veſtigium,in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ teſtimonium, poſteris relinquam, vtque viam ad grauiora ijs ſimul aperiam, qui mathematici fieri, hoc eſt, aliquid ſcire deſiderant: cōſcripſeram nuper in ſex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis,commentaria admodùm vtilia, clariſſimáſque propoſitionum demonſtrationes, & ſub nomine,auſpicióque tuo fęliciſſimo tandē ædideram.Quæ à ſtudioſa iuuentute,non ſine magno eruditionis incremento,ſic auidè recepta fuerunt:vt iam diſtributa ſint primæ æditionis exemplaria. Quapropter ipſas demonſtrationes denuò recognoui, & emendaui, atq; ad eam perduxi fidelitatis rationem: vt omni vel acceſſione,vel detractione,in poſterum carere facilè poſſint. Quas rurſum ſub tuo nomine & auſpicio,in publicum redire conceſſi.Reliquum eſt igitur, vt hoſce labores noſtros liberaliter ſuſcipere: & tui Orontij tandem meminiſſe non graueris. Vale Regum decus,& literarum refugium vnicum. Ex Lutetia Pariſiorum,menſe Octobri, Anno Chriſti M. D. XXXVI: Et rurſus menſe Auguſto, M. D. XLIIII.

IDEM ORONTIVS AD CANDIDVM quenque, ac studiosum Lectorem.



Ecognouimus tandem, candide ac studiose Lector, & non sine magna rerum geometricarum accessione adauximus & emendauimus, æditas superioribus annis in sex priores libros elementorum Euclidis, disciplinarum omnium facilè ianitoris, demonstrationes: Unà cum ipsius Euclidis contextu greco suis locis inserto, & interpretatione Latina Bartholomæi Zamberti Veneti, quam ubi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia fideliter emendauimus. In primis itaque diffinitiones ipsas, quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis (potissimum libri quinti) qua potuimus elucidauimus facilitate, atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit, in suam redegimus harmoniam. Ipsorum porrò theorematum atque problematum subtiles difficileśque demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & conuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recens adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur Euclide, subrogatis principijs) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere, quíque minimum addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit. Adde quòd ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorem artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus. Primo itaque libro desscribūtur triangula, lineæ, anguli, paralleli, necnō quadrata & parallelogramma tum inuicem tum ipsis comparata triangulis. Secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammum: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarum adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur. Tertio autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorum tum ad centrum tum ad circuli circunferentiam consistentium discrimina. Quarto porrò libro, ipsius trianguli dein regularium aliquot figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones cum ipso ostenduntur circulo. Quinto, magnitudinum rationes atque proportiones (quæ totius artis geometricæ videntur esse thesaurus) in vniuersum discutiuntur. Sexto denique libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarum, mirabili resoluuntur artificio. Quæ quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrātur ordine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur. Penes insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundem rectilinearum figurarum attenduntur, considerantúrve discrimina. Et proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps ita de cæteris. Nec alienum velim

Cur hos sex libros seorsum ædiderit Orõtius.

habeas iudicium, de proprijs singulorum librorum diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuã spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimùm Academiæ Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiam ob ipsorum discipulorum non aspernandam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristotelicam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt ijs qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilísque videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis ac pernitiosissimis impostoribus, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, & omnia boni & æqui semper consulere nosti, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernãda tibi parabimus commentaria. Vale igitur rursum fæliciter: & Christianissimo Frãcorum Regi, mecœnati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio hæc tibi communicamus) vitæ in primis, dein rerum omnium fælicissimum imprecare successum. Lutetiæ Parisiorum mense Augusto. Anno Christi saluatoris M.D.XLIIII.

ANTONIVS MIZALDVS MONSLVCIANVS, Lectori.

ORnatus Euclides suis coloribus,
Pictore prodit diligente, sedulò
Posthac legendus: quem Finæus reddidit
Maiore dignum protinus spectaculo:
Manabit illi certa laus, & præmium,
Ni prorsus obstet temporum vecordia:
Pollêre raris haud parùm est sic artibus:
Illis fauêre, ac has fouêre Regium.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINAEO Delphinate, Regio Mathematicarum Lutetiæ professore, ab hinc annis XXVIII (quibus easdem Mathematicas Lutetiæ publicè docere, ac instaurare non cessauit) successiuè conscriptorum.

In primis quæ iam ædita, & impressa sunt.

1. De Arithmetica practica, Libri quatuor, ijs qui ad Mathematicam adspirant philosophiam perutiles ac necessarij: ter iam æditi.
2. De Geometria practica, Libri duo: vbi de rectis in circulo subtẽsis: & de longitudinum, planorum, & solidorum dimensionibus.
3. De Mundi Sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, Libri quinq;, proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati: bis iam æditi, & absque commentarijs semel.
4. De quadrantibus & solaribus horologijs, Libri quatuor: in quibus præter emendatas aliorum inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio, & hydraulicum inter cætera horologium, æqualia describens horarum interualla.
5. De sinibus, hoc est, rectis in circuli quadrante subtensis, Libri duo: vnà cum eorundem sinuum tabula, per ipsum Orontium fideliter admodùm supputata.
6. Organum sinuum: quo tum geometrici, tum astronomici canones, ex quatuor sinuum proportione pendentes, certa ratione, ac inaudita facilitate tractantur.
7. Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Geometricorum Euclidis: quorum hæc est æditio secunda.
8. Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem (& amplioris) cũ ipso Astrolabio siue Planisphærio cõmoditatis: bis iam æditus.
9. Aequatorium planetarum, sub quadrangula & altera parte longiori forma comprehensum, bis itidem æditum.
10. Theoricæ planetarum gallicè conscriptæ, & elegantissimis figuris ornatæ: vnà cum Armillis & Metheoroscopio Ptole.
11. Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum computum spectare videntur, xxxv annis inseruiens.
12. Aliud item Almanach vniuersale magis, vtilissimis refertum cõmoditatibus, gallicè & latinè æditum, pluribus annis duraturum.
13. Chorographia Galliarum, seu Charta Gallicana, sæpius impressa.
14. Descriptio vniuersi orbis, sub gemina cordis humani figura, & vnico papyri folio comprehensa.
15. Eiusdem Orbis amplior designatio, in vnicam humani cordis effigiem dudum coextensa, sæpiúsque impressa.
16. Chorographia terrarum, ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarum, quam vocant diui Pauli peregrinationem.
17. De Circuli quadratura, Liber vnus: vbi de area seu dimẽsione ipsius circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum.
18. De multangularum omnium & regularium figurarũ descriptione, tam intra quàm extra circulum, ac super quauis data linea recta, Liber hactenus desideratus.
19. De inuenienda longitudinis locorũ differentia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore, Liber admodùm singularis.
20. Planisphærium geographicum: quo tum longitudinis atque latitudinis differentiæ, tum directæ locorum deprehenduntur elongationes.

Quæ absoluta, sed nondum ædita sunt.

1. Theoricæ motuum cæleſtium in ſuam harmoniam redactæ, peropportuníſq; tum figuris elegantiſſimis, tum ſcholijs & demonſtrationibus recèns illuſtratæ.
2. Liber de componendis artificialibus theoricis, tam peculiaribus quàm generali inſtrumento comprehenſis: quibus vera planetarũ loca, vel facilè deprehenduntur.
3. De ratione partium vſúque Aſtrolabii ſiue Planiſphærij, libri tres: vnà cum ipſo inſtrumento, noua & eleganti vſuíq; paratiſſima deſcriptione fabricato, ac geographicis canonibus per eundem Orontium recèns adinuentis illuſtrato.
4. Lilium aſtronomicum, vniuerſam motuum cæleſtium & theoricam & praxin breui admodúmque ſubtili complectens artificio: Opus planè diuinum.
5. Directorium planetarum, tum circa limbum Aſtrolabij, tum ſeorſum mirabili ratione contextum: ijs qui iudiciariam exercent Aſtrologiam perutile valdéque neceſſarium.
6. Nouæ aliquot quadrantum, & horariorum anulorum deſcriptiones, ab eodem Orontio recèns excogitatę: quę cum priùs æditis horologijs propediem in lucem emittentur.
7. Galliarum Chorographia noua, ad iuſtam locorum poſitionem ſumma diligentia aucta, emendata, & depicta.
8. Topographia Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudiæ, & patriæ Pedemontanæ, ad viuũ quantum fieri potuit figurata.
9. Noua Orbis deſcriptio geminis conſtans hemiſphærijs, ex fidelioribus terrarum obſeruationibus deprompta.

Molitur nunc & alia quàm plurima, tum circa reliquos Euclidis *libros, tum in magnam Ptolemæi conſtructionem, quam vocant* Almageſtum, *atque cæleſtium motuum tabulas: quæ per inclementiam temporum, & domeſticorum negociorum vrgentem multitudinem, in ſua cogitur differre tempora.*
Adde quòd non pauca ex alienis emendauit, ac in lucem emiſit, & tum ſcholijs & appendicibus, tum figuris pro ſingulorum exigentia decorauit. Quæ cùm longum eſſet recenſere, data prætermittimus opera.

AVTHOR IN INVIDVM.

Somniculoſe Glis, caput papauere
Oppletum agreſti, trunce, ſtipes Aethiops:
Vt mortui, cuius iacet corpus pigrum,
Fortaſſe vel ſi paululum vigilaueris,
Impendis inguini, luſibus, gutturi:
Noli inuidere vigilias longas bonis,
Te non adurat docta lucubratio.
Non inuideo tot vicia, non ſomnum tibi.
Volito per ora, iacebis in ſilentio.



Orontij Finæi Delphinatis, Regii MATHEMATICARVM PROFESSOris, In ſex priores libros elementorum Euclidis, Demonſtrationes: recèns auctæ & emendatæ.

ℂ*Principiorum libri primi interpretatio.*



RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVANque diſciplinã propria ſibi vẽdicare principia: quę etſi nulla prorſus videãtur indigere probatione, ex ipſis tamen ſaneq̃ intellectis principijs, ad ea quæ eadem conſequũtur principia, deuenire vel facilè cõtingit. Idcirco generalẽ principiorũ geometricorũ elucidationẽ, protheoriámve in ſex priores libros geometricorũ elementorũ Euclidis Megarenſis (quos in gratiam ſtudioſorum omnium ſuſcepimus interpretãdos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cõtemplationem (prius, quàm ad propoſitionum oſtenſionem deueniamus) rudioribus geometricarum ſpeculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum.

Cuiuſlibet diſciplinæ propria recipienda fore principia.

ℂTriplicem itaque principiorum offendimus ordinem : vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: poſtulata, ex ipſis collecta diffinitionibus: & effata, ſeu cõmunes ſententias, quæ dicuntur axiomata In primis ergo diffinitiones: dein reliqua, ſuò declarabimus ordine. ℂAnimaduertendum eſt igitur, ſubiectum ipſius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia ſeorſum abſtractam. Magnitudinis autem, triplex aſſignatur dimenſio. Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur, vt linea: aut longa & lata, veluti ſuperficies: vel deniq; longa & lata, ſimúlq; profunda ſiue craſſa, hoc eſt, ſolida ſiue corporea, abſtrahitur. Quorum omnium mediatum vel immediatũ principiũ, punctum (aliàs ſignum) eſſe dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam ſuiipſius diuiſionẽ (quãquàm in ſemper diuiſibilia naturaliter diſtribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non poſſit, ac ſi foret omni dimenſione priuata: inſtar quidem vnitatis in diſcreta quantitate. Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis cõficitur numerus: haud diſſimiliter ex huiuſcemodi parte, vel indiuiſibili nota, per abſtractum ſeu tranſſumptiuum eiuſdem notulę motum, omnem effingamus oriri ſeu produci magnitudinẽ. Hanc itaq; magnitudinis partem minimã, ſiue notulã indiuiſibilem ſeorſum abſtractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm deſcribitur,

Triplex ordo principiorum geometricorũ.
Geometriæ ſubiectum.
Triplex in magnitudine dimenſio.
Punctũ omnis magnitudinis principium.
Puncti cum unitate comparatio.

ℂ*De puncto, linea, atque ſuperficie,* Diffinitiones.

ℂ*Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐδέν.*

Punctum

1 Punctum eſt, cuius pars nulla.

Id eſt, quod abſtractũ à cõtinuo, velut ipſius cõtinui pars minima, omni dimẽſione priuatũ imaginatur. ℂEx cuius quidẽ pũcti abſtracto defluxu, per infinitã ſuiipſius multiplicationẽ, longitudo dimenſionũ primaria cõficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modũ,

Vt linea ex puncto deſcribatur.

ℂ*Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.*

2 Linea verò, eſt longitudo latitudinis expers.

Hoc eſt, latitudine priuata. Cũ enim punctũ omni careat dimẽſione: ſuo fluxu, ſeu trãſſumptiuo motu cauſat tantummodò longitudinem.

ℂ*Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.*

3 Lineæ autem limites, ſunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

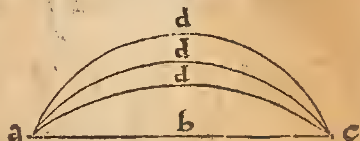
❡Εὐθεῖα γραμμή, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Recta linea non datur rectior.

Vt pote, quæ à puncto in pũctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cõnectens: vti subscripta a/b/c/linea repręsentat. Cùm igitur à dato pũcto, in datum quodcũque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémque lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionẽ facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producũtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pũcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt.

Obliquarum linearũ infinita diuersitas.



Superficiei abstractiua descriptio.

❡Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrque superficies.

❡Ἐπιφάνεια ἐστίν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens, quòd superficiem terminãt lineæ. hinc subiungit Euclides.

❡Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Superficiei autem extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atque in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

❡Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις ἔχει.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7



Id est, quæ per totam rectam ineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

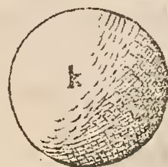
Curua superficies.

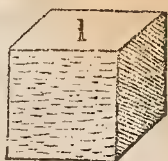
Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cõcaua: forinsecus autẽ, curua siue conuexa nominatur. quemadmodum tibi repræsentat figura g/h.



Solidorum origo.







❡Ex superficiei denique fluxu, solidum siue corpus trina dimẽsione, vt pote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentũ, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Solidum porrò motum, nullam videtur acquirere dimensionem: sed ipsas dimensiones augmentat, immutátque figuram. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporũ abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

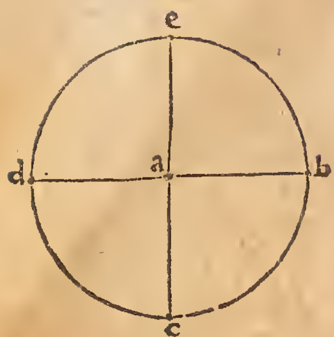
Vnde superficierũ & corporum tanta diuersitas.

❡De rectilineis angulis.

2 *Angulus, Planus, Solidus.*

❡ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VErò solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cõcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorũ elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediẽs tandem

Angulorũ origo notanda.



in b, circum idem punctum a, complete reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e. Nam punctum b/ hoc modo circũductum, lineam efficit orbicularem, quæ circunferentia dicitur: & immotum punctum a, medium, siue centrum eiusdem vocatur circuli. Hinc orta est subscripta circuli, & in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuscemodi linea vniuersum compleuerit orbẽ, diuersas cũ prima & relicta linea facit inclinationes, nusquam ab immoto recedendo pũcto. Hæc igitur linearum super eodem plano sese ita contingentium inclinatio mutua, vel inclinationis habitudo (vt linearum a/b/ & a/e, vel a/e/ & a/ d) & non in directum constitutarum, hoc est, vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/ & a/d, vel a/c/ & a/e) planus vocitatur angulus: qui ab ipso Euclide, hoc modo consequenter diffinitur,

¶Ἐπίπεδος δὲ γωνία, ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorũ elementorũ præcipuè considerãtur. Hinc dicit Euclides,

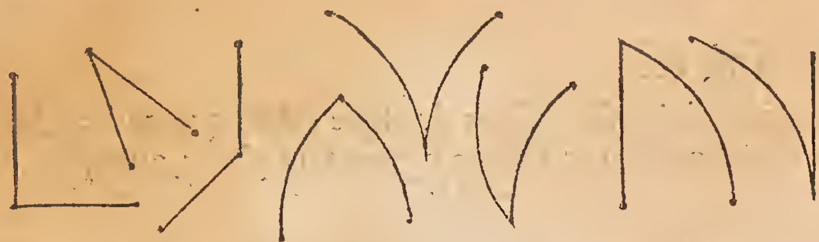
¶Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9 Quando autem quæ angulum cõtinent rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur.

Quòd si eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ, siue curuæ: curuilineus dicetur angulus. quales sunt, qui à circunferentiarum causantur intersertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipse conficiatur: is mixtus venit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiente, seu chorda, & arcubus circulorum comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos, rectilineorum apud Geometras (vti supra diximus) habetur consideratio. *Planorum angulorum diuersitas.*

A N G V L I.

Rectilinei. Curuilinei. Mixti.



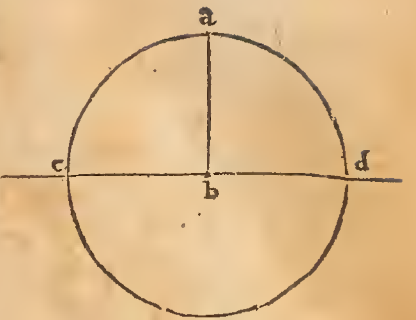
¶*Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.*

¶CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI magnitudo siue quãtitas, dicitur arcus circuli ab ipsis lineis rectis datũ efficiẽtibus angulum comprehẽsus: circuli inquã, cuius centrũ ad concursum dictarum linearũ imaginatur, & qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes, quadrantẽ adamussim comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties autem idem arcus, quadrantem exuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtusus. Quod ex ipso facile colligitur Euclide, cùm dicit, *Angulus, Rectus, Acutus, Obtusus.*

¶Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν. καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα, εὐθεῖα κάθετος, καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum. Et quæ superstat recta linea, perpendicularis vocitatur, super quam steterit. *Anguli recti diffinitio.* *Linea perpendicularis.*

Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectā c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, obtusi et acuti anguli diffinitiones.



¶Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶ, ἡ μείζων ὀρθῆς.

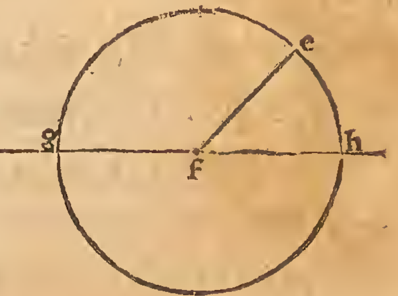
Obtusus angulus, maior est recto. 11

Vt angulus e/f/g, includens arcum e/g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/obtusus: quoniam e/f/ & f/g/lineę rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

¶Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12

Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h, eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/ & f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/ maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/ vocitetur. Et quoniā eiusdē circuli quadrantes sunt adinuicē æquales: non datur propterea rectus angulus, altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniā arcus circuli quadrāte maiores, eodémve quadrāte minores, varij sunt, atque infiniti. Linearum itaque maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulū non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur omnes anguli recti inuicē æquales. *Acutorum & obtusorū angulorum diuersitas.* *Linearū quantitas angulum non immutat.*

¶*De termino & figura.*

¶CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit consequenter Euclides ipsius magnitudinis terminum, in hunc qui sequitur modum,

¶Ὅρος ἐστὶ, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundē abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque figuræ tam planæ, quàm etiam solidæ hæc colligitur diffinitio.

¶Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

Figura est, quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planū circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triangulum vel quadrangulū inter planas, & cubū aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atque de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

¶*De circulo, eiúsque partibus.*

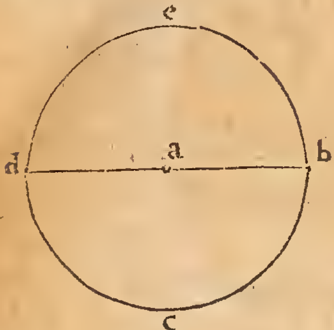
¶INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

¶Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferentia adpellatur: ad quam, ab vno puncto introrsum medio existente, omnes pro- 15

deuntes lineæ, in ipſius circuli circunferentiam incidentes, adinuicem ſunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur augulis) abſtractiua circuli deſcriptione fit manifeſta. Cùm enim a/b/recta linea data, circum a/punctum completè reuolui tur: punctum b/ſuo motu circunferentiam cauſat, & immotum punctum a/in circuli cẽtrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, ſecundum longitudinem ipſius a/b/rectæ lineæ datæ, ex omni parte diſtabit à circunferentia. Ex quo neceſſum eſt, omnes rectas lineas, ab ipſius circuli centro in circunferẽtiam eiuſdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus deſcribitur) atque adinuicem æquales. Hoc eſt, eiuſdem circuli circunferentiam à ſuo cẽtro æqualiter vndiquaq; diſtare. Hinc dicit conſequenter,



¶Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipſius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites ſunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli deſcriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

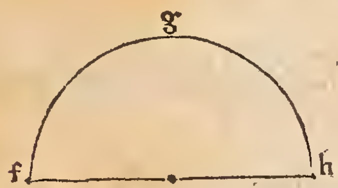
¶Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖα τὶς, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferentiam terminata, quæ circulum bifariam diſpeſcit.

Cuiuſmodi eſt linea b/d/ſupra ſcripti circuli b/c/d/e, per a/centrum vtrinque producta: & quæcunque illi ſimilis. Dimetiens enim, ſiue diameter, propriè circulorum eſſe videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, ſolidorum, et propriè ipſius ſphæræ. *Dimetientis à diagonio et axe differẽtia.*

¶Ἡμικύκλιον δέ, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

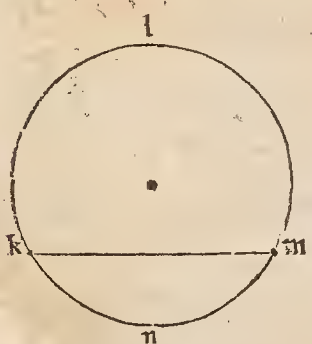
18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente, & ea quæ ex ipſa circuli circunferentia ſublata eſt, continetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/g/h/comprehenditur. Semicirculus enim cùm ſit dimidium circuli: non poteſt alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

¶Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore ſemicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipſum in binas partes diſpeſcit inæquales, quæ circuli ſectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/obiectæ deſcriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipſa porrò linea recta k/m, chorda ſiue ſubtenſa: & comprehenſa circunferentiæ pars, arcus reſpondenter nominatur. *Chorda. Arcus.*

¶*De rectilineis figuris.*

¶POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR

limite, ſuccedunt rectilineæ, hoc eſt, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidē, pro laterū numero, angulorúmve qualitate, denominationē obtinētes: quæ ita ab Euclide diffiniuntur.

¶ Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, ſunt quæ ſub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearū prima.

Porrò inter rectilineas figuras, primum locum ſibi vendicāt trilateræ, ſub tribus rectis lineis comprehenſæ. Quoniam ſub duabus lineis rectis non poteſt cōtineri figura, per ipſius lineæ rectæ deſcriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarū diffinitionem.

¶ Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ ſunt, quæ ſub tribus rectis continentur lineis. 21

His ſuccedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

¶ Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ ſunt, quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis 22
lineis.

Et quoniam rectilinearum figurarum ſupra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excreſcere multitudo, quam ſingulatim deſcribere, longum nimis vel impoſſibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & ſub hac diffinitione complexus eſt.

¶ Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ ſunt, quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis lineis 23
comprehenduntur.

Quæ quidē multilateræ figuræ, longè faciliorē ab angulis, q̄ ab ipſa laterum multitudine, ſortiuntur nomenclaturam: vtpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunq; figura tot anguli, quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate reſoluatur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: ſubiungit propterea primùm trilaterarum, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipſis lateribus, tum ab angulis ſumpta diſcrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera ſunt adinuicem æqualia, vel duo tantùm, aut nulla.

¶ Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum figurarū à lateribus diſcrimina.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterum eſt triangulum, quod tria 24
continet æqualia latera.

Veluti ſubſcripta in exemplum trianguli figura a/ & quæ illi ſimiles.

¶ Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

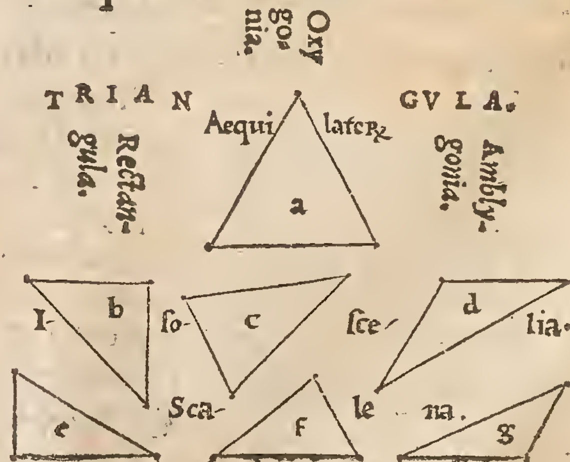
Iſoſceles autem eſt, quod ſub binis tantum æqualibus lateribus con- 25
tinetur.

Cuiuſmodi ſunt triangula b, c, d, ad clariorem ſingulorum euidentiam depicta.

¶ Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò eſt, quod ſub tribus inæqualibus lateribus conti- 26
netur.

Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ ſunt eiuſcemodi. ¶ Ab angulis autem totidem differentias nanciſcuntur ipſa triangula. Omnis ſiquidem trianguli, vel tres anguli ſunt acuti, vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtuſus & reliqui itidē acuti: duos enim rectos aut duos obtuſos, vel vnum rectum & vnū obtuſum angulum in triangulo offendere non eſt poſſibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita ſubſcribit Euclides,



¶Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 **Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.** *Trilaterarum figurarum ab angulis differentiæ.*

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

¶Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 **Ambligonium autem, quod obtusum angulum habet.**

Veluti antecedens isosceles d, scalenúmve triangulum g.

¶Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 **Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.**

Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atque triangulum scalenum f: & quæ eis similia sunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocitatur. *Basis triãguli* Sequitur itaque, rectangula & amblygonia triangula: fore tantummodò isoscelia, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex suprascriptis triangulorũ licet elicere figuris. ¶Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorum rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina. *Quadrilaterarũ figurarũ discrimina.*

¶Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μὲν ἐστι, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 **Quadrilaterarum autem figurarũ, quadratum quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.**





Veluti quadratum h. Omnis itaque quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. *Radix quadrati.* Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractiuè in seipsam rectissimè ducta: quemadmodùm numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum.

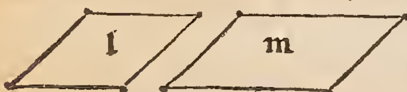
¶Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

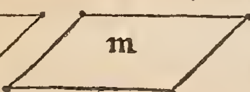
31 **Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.**

Quemadmodũ suprascripta figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipso quadrato, diffidens autem ex parte laterum.

¶Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 **Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.**





Cuiusmodi est figura l. Conuenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterũ æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

¶Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33 **Rhomboides verò est, quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.**

Quemadmodum supra depicta figura m repræsentat. Súntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sunt adinuicem parallella, seu æquidistantia. *Parallelogrãma.* Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

¶Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 **Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.**

In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorum simul obseruatur æqualitas, siue respondentia: veluti sunt n/& o,& quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.



Parallelarum linearum diffinitio vltima.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵ τινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt. 35

Quales tibi repræsentant a/b/& c/d/lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ad æquales seu rectos incidens angulos: & cum reliqua c/d/rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alteram æqualis vtrobique surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitum ex vtraque parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquàm adinuicem concurrentes.



Αἰτήματα. *Postulata.*

5.

ORONTIVS.

Postulataquæ

SECVNDO LOCO SESE OFFERVNT POSTVLATA: quæ petitiones à nonnullis adpellantur. Sunt autem postulata, generales quædam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur, assumuntúrve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatum, est huiusmodi,

Ἠιτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere. 1

Potest enim datum quodcunque punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatum, per viam abstractiuè fluendo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodum ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittenda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

Rectam lineam terminatam, in continuum rectúmque producere. 2

Nam vtrunque punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxum, quãtumlibet abstractiuè continuatũ: potest ipsam datam lineam rectam efficere longiorem. quemadmodũ ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Omni centro & interuallo, circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

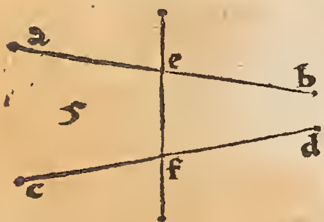
Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémque circuli quadrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicẽ æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύω ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν, αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vt pote, si in rectas a/b/ & c/d, recta incidẽs e/f, interiores angulos b/e/f/ & d/f/e/ simul cõparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/ & c/d, in infinitũ productæ, cõueniẽt tandem in g, ad partes quidem b/ & d. Quoniam plus inclinãtur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/ partes, tantò propiores efficientur, in vnũ tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/ & c/f/e/ sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/ atque d/f/e/ anguli. ¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero. *De cæteris postulatis.*



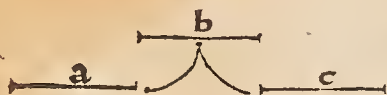
¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

ORONTIVS.

RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDAre sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sunt igitur cõmunes sententiæ, generales quædã ac per sese manifestæ propositiones, cõmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc. *Axiomata, effata, seu communes sententiæ.*

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia. *5. communes sententiæ rationem æqualitatis respicientes.*



Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoque b/ sit æqualis magnitudo c: necessum est a/ & c/ magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.

¶Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquentur æqualia erunt.

Vt si d/ & e/ magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales addantur magnitudines f/ & g: consurgent d/f/ & e/g magnitudines adinuicẽ pariter æquales. Quòd si versa vice ab ipsis d/f/ & e/g/ magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/ quidẽ & g/ magnitudines: relinquentur d/ & e/ magnitudines rursum adinuicem æquales.



¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

6.

Si nanque h,k/magnitudinibus inæqualibus,æquales adiungātur magnitudines l,m:consurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/ & m: quæ relinquentur h/ & k/magnitudines, erunt adinuicē inæquales. Vnde & versa vice,si æqualibus inæqualia adiungantur, vel ab æqualibus inæqualia auferantur : consurgent,aut relinquentur inæqualia. Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ, rationem æqualitatis inter magnitudines,atque inuicem comparabilia,tum facta inuicem comparatione,tum addendo,subtrahendóve occurrentem,respicientes.

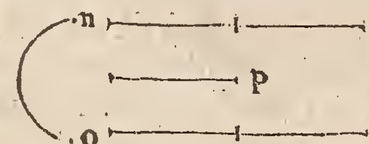


¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια,ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ eiusdem duplicia sunt,adinuicem sunt æqualia. 6

Cōmunis sententia,pro ratione maioris īæqualitatis.

Hoc est,quæ eiusdem sunt æquè multiplicia,vel æquè super particularia, aut æquè superpartientia,vel(vt summatim comprehendam)æquè maiora:ea sunt adinuicem æqualia,nempe quòd æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n/& o/magnitudines, eiusdē magnitudinis p/sint æquè maiores, vtpote duplæ:necessum est easdē magnitudines n/& o,fore adinuicem æquales. Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p/ in eisdē n/& o/comprehensis,æquales adduntur excessus.Idem censeto de numeris,& quibuscunque inuicem comparabilibus rebus,eandem ad tertiam maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

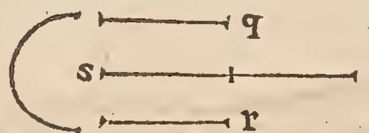


¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἥμισυ,ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 7

Cōmunis sententia pro ratione minoris īæqualitatis.

Hæc communis sentētia,pro magnitudinibus rationem minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruātibus magnitudinem,ita venit intelligenda: vt quæcunque eiusdem sunt æquè submultiplicia,aut superparticularia,vel subsuperpartientia,hoc est,æquè minora,ea sunt adinuicem æqualia. Vtpote,si q/& r/magnitudines,eiusdem magnitudinis s/sint (verbi gratia) subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales,propterea quòd æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



¶Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἄλληλα,ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ sibimetipsis conueniunt,æqualia sunt adinuicem. 8

Vtpote,si duæ rectę lineę in limitibus,duęve supficies in terminis,seu lateribus & angulis, & quę sunt similia similibus ex omni parte cōueniāt:ea oportet adinuicē ęquari,& ècōtrario.

¶Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

Totum est sua parte maius. 9

Adde partes integrales,quòd & æquale suis partibus integralibus,id est quę simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

¶Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt. 10

Prius quàm enim superficiem concludere valerent: operæpretium esset, gemina puncta vtriusque datarum linearum terminos limitantia mutuò cōuenire.Duæ itaque lineæ rectæ, à dato puncto in datum punctum producerentur:coinciderent igitur in vnam atq; eandem lineam rectam,superficiem concludere non valentes.quēadmodùm ex ijs,quæ quarta præ diximus diffinitione,fit manifestum.

¶*De problemate,Theoremate,atque Hypothesi.*

Problemata. *Theoremata.* *Hypotheses.*

¶EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINcipijs,colliguntur problemata:hoc est,ambiguę propositiones,sciscitationésve,practicas figurarum affectiones discutientes:& Theoremata,id est,speculatiuæ propositiones,præceptionis vtcunque participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicantes. Quæ quidem omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa, vt ex antecedentibus omnis subsequentium videatur pendere comprobatio : fiátque mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum. Quibus suffragantur hypotheses, hoc est, ex præuia supradictorum cognitione,assumenti concessæ suppositiones.



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

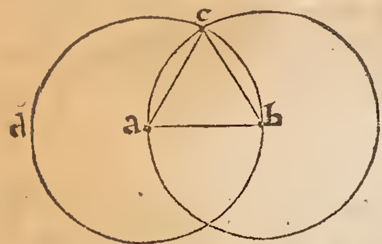
EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema I. *Propositio* I.

1 Vper data linea recta terminata, triangulum equilaterum constituere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites sint a/& b/puncta:super quam oporteat triangulum æquilaterum constituere:hoc est,datam rectam lineam terminatam in latus ipsius coaptare trianguli,& reliqua duo latera,quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a, interuallo autem a/b,describatur circulus b/c/d,per tertium postulatum. Et per idem postulatum,centro rursum b,eodémque interuallo b/a,describatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/& a/c/e/in eodem sint plano,& communem habeant semidiametrũ, nempe datam a/b/rectam,transeátque per constructionem vnius circunferentia per centrum alterius: necessum est,b/c/d/circunferentiam partim esse intra circulum a/c/e,partim verò extra, & è cõtrario,& propterea sese mutuo intersecare. Sit ergo sectionum altera in puncto c,& connectantur tandem rectæ lineæ a/c/& b/c,per primum postulatum. Triangulum est itaque a/b/c, (non congruunt enim, neq; in directum cõstituuntur ipsæ a/b, b/c,& c/a/ lineæ rectæ:sed trigonam includunt superficiem a/b/c) dico quòd & æquilaterum. Quoniam punctum a,centrum est circuli b/c/d:æqualis est igitur a/c/ recta,ipsi a/b, per decimamquintam diffinitionem. Rursum,quoniam punctum b,centrum est circuli a/c/e:æqualis est,per eandem diffinitionem b/c/recta, eidem a/b. Duæ igitur a/c, & b/c,eidem a/b,sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem,per primam communem sententiam. Tres itaq; lineæ a/b,b/c,c/a,sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b,cõstitutũ est triangulũ æquilaterũ a/b/c. Quod facere oportebat.

Nota propositionis interpretationem.



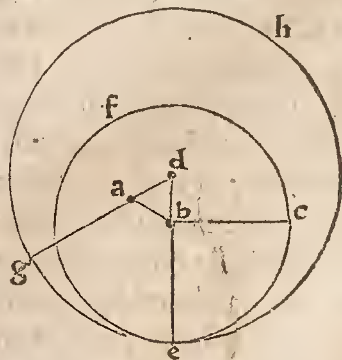
Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2, *Propositio* 2.

2 AD datum punctũ,datæ rectæ lineæ æquam rectã lineam ponere.

ORONTIVS. ¶Sit datum punctum a, data verò linea recta b/c:cui expedit,ad ipsum punctum a,æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum postulatum:super qua triangulum æquilaterum constituatur a/b/d, per primam propositionem. Et centro b,interuallo autem b/c,circulus describatur c/e/f, per tertium postulatum. Atque per secundum postulatum,producatur recta d/b/in ipsius circuli circunferentiam:sítque d/e. Centro rursum d,interuallo autem d/e, circulus describatur e/g/h, per idem tertium postulatum. Producatúrque tandem recta d/a,in circunferentiam ipsius e/g/h/circuli,per secundum postulatum:sítque d/g. Cùm igitur punctum b,centrum existat circuli



c/e/f: æqualis eſt b/c/recta ipſi b/e, per decimamquintam diffinitionem. Rurſum quoniam punctum d, centrum eſt e/g/h/circuli: æqualis eſt, per eandẽ diffinitionẽ, recta d/e/ipſi d/g. A quibus ſi auferãtur a/d, & b/d/inuicẽ æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g, reliquæ b/e, per tertiam communẽ ſententiam erit æqualis. Atqui monſtratum eſt, quòd & b/c/eidem b/e/eſt æqualis. Binæ igitur a/g, & b/c, eidem b/e/ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Ad datum ergo punctum a/datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea poſita eſt a/g. Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

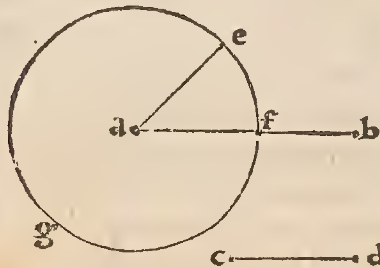


ύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3, Propoſitio 3.

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquam re- 3
ctam lineam abſcindere.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b/quidem maior, minor verò c/d: cui receptum ſit, ab ipſa maiore a/b, æquam lineam rectam abſcindere. Ad datum ergo punctum a/alterum ipſius maioris a/b/limitem, eidem minori c/d/ponatur æqualis, per ſecundam propoſitionem: ſítque a/e. Et centro a, interuallo autẽ a/e, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Cùm igitur a/e/recta ſit æqualis ipſi c/d, ſítque c/d minor ipſa a/b, per hypotheſin: erit & a/e/eadem a/b/minor. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdẽ ſunt æquè minora, per conuerſam ſeptimæ communis ſentẽtiæ. Egredietur ergo a/b/maior ipſa a/e, circũferentiã circuli e/f/g, ad interuallum eiuſdem a/e/deſcripti, eandémq; circunferẽtiam egrediendo ſecabit: ſecet igitur in puncto f. Et quoniã punctũ a, centrum eſt circuli e/f/g: æqualis eſt a/f/recta ipſi a/e, per decimamquintam diffinitionem. Eidem porrò a/e, æqualis eſt & recta c/d. Binæ igitur a/f/& c/d, eidẽ a/e/ſunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Eſt autem & a/f, pars ipſius maioris a/b. Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/quidẽ & c/d: à maiori a/b, ſecta eſt a/f/ipſi c/d/minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θεώρημα α, Πρόθεσις δ.

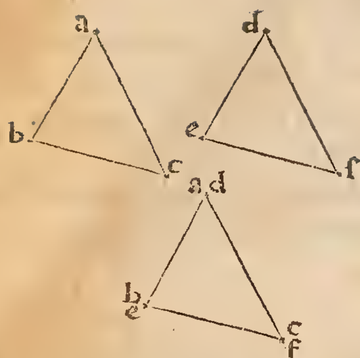
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 1. Propoſitio 4.

SI duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint al- 4
terum alteri, & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis lineis contentum: & baſin baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia, hoc eſt, a/b/ipſi d/e, & a/c/ipſi d/f: atq; angulum b/a/c, æqualem angulo e/d/f/ ſub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd baſis b/c/eſt æqualis baſi e/f. Comparato nanq; triangulo a/b/c/ ipſi d/e/f, atque puncto a/ ſupra d/ pũctum conſtituto, extenſáque recta a/b/ ſuper rectam d/e: conueniet punctũ b/ipſi puncto e: nam a/b/ ipſi d/e/ per hypotheſin eſt æqualis. quæ autem ſunt adinuicem æqualia, ſibimetipſis conueniunt, per conuerſam octauæ communis ſententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypotheſin quoq; eſt æqualis: cadet igitur, per eandem conuerſam, a/c/recta, ſuper rectam d/f. ſecus enim alter angulorum foret reliquo maior, cõtra ipſam hypotheſin. At cum a/c/& d/f/rectæ, ſint ex eadem hypotheſi adinuicem æquales: cõueniet

Pars prima theorematis.



rursum punctũ c/ ipsi puncto f, per allegatã octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c/& e/f, ab eodem communi puncto, ad idem commune punctum educentur: conuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e/& c, f/limitibus, si eædem b/c/& e/f/rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaque b/c/ ipsi e/f. Quæ autẽ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam cõmunem sententiam. basis ergo b/c, basi e/f/concluditur æqualis. ¶Dico præterea, quod triangulum a/b/c, triangulo d/e/f/æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/trianguli, singulis d/e/f/trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sententiam, a/b/c/ triangulum, ipsi d/e/f/triangulo æquum erit. *Pars secunda.* ¶Aio tandem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, sub quibus a/c/& d/f, & a/c/b/ipsi d/f/e, sub quibus a/b/& d/e/latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorundem subsequitur inclinatio. ex æquali autem inclinatione laterum, contentorum angulorum conuincitur æqualitas. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum. *Tertia pars.*

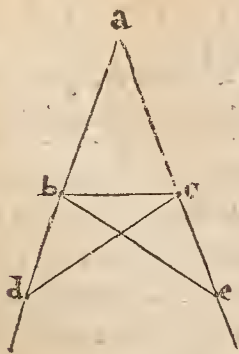
Θεώρημα β, Πρόθεσις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2, Propositio 5.

5 **ISoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.**

ORONTIVS. ¶Sit triangulum isosceles a/b/c: cuius latera a/b/& a/c/sint adinuicem æqualia. Hæc autem versus d, & e puncta, in continuum rectúmque producantur: per secundum postulatum. Aio itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad basin b/c, fore adinuicem æquales: angulum preterea d/b/c, angulo b/c/e/sub eadem basi b/c/constituto, itidem coæquari. Suscipiatur enim in b/d/recta contingens punctum, sitque illud d. & data recta b/d, secetur ei æqualis c/e, per tertiam propositionem: cõnectantúrque b/e, & c/d/lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/b/sit æqualis a/c, per hypothesin, & b/d/ipsi c/e, per constructionem: erit & a/d/ipsi a/e, per secundam communem sententiã, æqualis. Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e, sunt æqualia duobus a/c/& a/d/trianguli a/c/d, alterum alteri: éstque angulus qui ad a/ sub æquis lateribus comprehensus, vtrique triangulo communis. Basis igitur b/e/basi c/d/est equalis, & totum triangulum a/b/e/toti triangulo a/c/d/ *Primus ostensionis discursus.*



æquale, atque reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, respondenter æquales, vtpote/a/b/e/ipsi a/c/d, & a/d/c/ipsi a/e/b: per quartam propositionem. Rursum, quoniam b/d/ ipsi c/e/ per constructionem est æqualis, & b/e/ ipsi c/d/ æqualis ostensa est: bina propterea latera d/b/ & d/c/ trianguli d/b/c, duobus e/b/& e/c/ipsius e/b/c/trianguli lateribus sunt alternatim æqualia. & contentos sub ipsis æqualibus lateribus angulos, vtpote, qui ad d/& e/monstrauimus æquales: eandémque basin subtendunt b/c. Triangulum igitur d/b/c, triangulo e/b/c/est equale, & reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtendũtur latera, adinuicem æquales: per eandẽ quartam propositionem. *Secundus.* Angulus itaque d/b/c, angulo b/c/e/est æqualis: nec non angulus b/c/d, ipsi angulo c/b/e. Totus porrò angulus a/b/e, toti angulo a/c/d/æqualis nuper ostẽsus est. Igitur si ab eisdem *Recollectio demõstrationis.*

æqualibus angulis a/b/e/& a/c/d, æquales auferãtur anguli b/c/d/& c/b/e: qui relinquentur anguli a/b/c/& a/c/b/ad basin b/c, erunt per tertiam communem sententiam adinuicem æquales. Et qui sub eadem basi b/c/sunt anguli, vtpote, d/b/c/& b/c/ e, nunc quoq; monstrati sunt æquales. Isoscelium ergo triangulorum, qui ad basin sunt anguli, &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Corollarium.

Hinc manifestum est, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim sumpta latera, semper offenduntur æqualia: & duo quoque anguli omnifariam sumpti, consequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις ς.

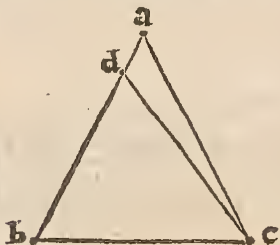
Εὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propositio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera, æqualia adinuicem erunt. 6

ORONTIVS. Esto a/b/c/triangulũ, cuius anguli a/b/c/& a/c/b/sint adinuicem æquales. Dico propterea, quòd latus a/b/æquum est lateri a/c. Si nanq; a/b/& a/c/latera forent inæqualia, alterum esset maius: vtpote, a/b. Posset itaque à maiori a/b, secari ipsi a/c/minori æqualis, per tertiam propositionem. esto igitur b/d: & connectatur c/d/recta, per primum postulatum. Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c: diuidétque latus a/b, & angulum a/c/b/in duos angulos, atque datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c. Atqui a/b/c/triangulum, ipso d/b/c/triangulo (nempe totum sua parte) maius est: per nonam communem sententiam. Quòd si a/c/recta foret æqualis ipsi b/d, & b/c/sit vtrique triangulo communis: essent bina latera a/c/& c/b/trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/& b/d/ ipsius trianguli c/b/d. quæ cùm æquales adinuicẽ cõprehendãt angulos a/b/c/& a/c/b, per hypothesin: basis a/b/ dati a/c/b/trianguli, foret æqualis basi c/d/ipsius trianguli c/b/d, per quartã propositionem: ipsum deniq; triangulum a/b/c, ipsi triangulo d/b/c/æquale, totum videlicet suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur a/b/latus, maius a/c. Similiter ostendetur, quòd neque minus. Aequum est itaque latus a/b, ipsi lateri a/c. Si trianguli itaque duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera, æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat ostendendum.

Demonstratio ab impossibili



Corollarium.

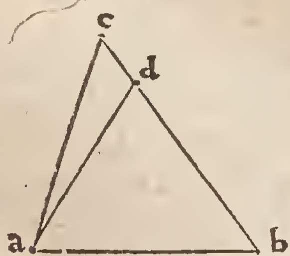
Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum. anguli enim binatim sumpti, semper offenduntur æquales: & duo quoque latera omnifariam sumpta, respondenter æqualia.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις ζ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4, Propositio 7.

SVper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes. 7



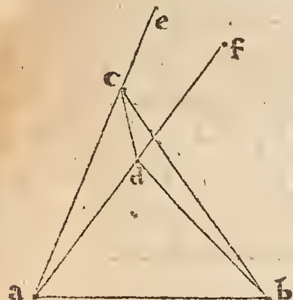
ORONTIVS. Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineę a/c/& b/c, à limitibus a/& b, ad datum punctũ c/constituantur. Dico quòd super eadem a/b, aliæ duæ rectæ lineæ, vtpote a/d/& b/d, ad aliud punctum, hoc est d, ad easdẽ quoq; partes, non constituentur eisdem a/c/& b/c/altera alteri æquales, vtpote a/d/ipsi a/c, & b/d/ipsi b/c, eosdẽ fines a/& b, cum eisdem primis rectis lineis a/c/& b/c/possidentes. Aut enim punctum d/cadet in alterutram linearum a/c/& b/c, vel intra easdem, aut extra. Atqui in alterutram datarũ linearum, ipsum d/ punctum minimè potest

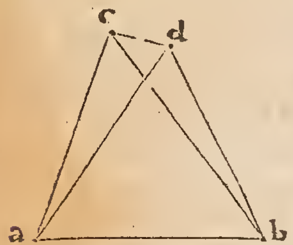
incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c. coincidet igitur b/d/ recta, super rectam b/c: & cùm d/ sit aliud punctum quàm c, erit eadem b/d/ pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d, æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti, contra nonam communem sententiam. Similiter ostendetur, quòd neque in a/c/ rectam, neque in alterutram aut a/c/ aut b/c/ in continuum rectúmque productam, cadet idem punctum d. ¶Dico præterea, quòd neque intra easdem lineas a/c/ & b/c, ipsum d/ punctum potest incidere. Esto enim (si fuerit possibile) vt in subscripta figura. & connexa c/d/ recta, per primum postulatum, vtraque a/c/ & a/d, per secundum postulatum, in continuum rectúmque, vsque ad e/ & f/ signa producatur. Triangula igitur a/c/d/ & b/c/d/ super eadem basi c/d/ constituta, forent isoscelia. & angulus propterea a/c/d, æquus esset angulo a/d/c: necnon b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/ respondēter æqualis, per primam partem quintæ propositionis: & per secundam eiusdem propositionis partem, qui sub eadē basi c/d/ fiunt anguli, adinuicem quoque forent æquales: vtpote, c/d/f/ ipsi d/c/e. Angulus porrò d/c/e, maior est angulo b/c/d (nempe totus sua parte) eapropter & c/d/f/ angulus, foret eodem angulo b/c/d/ maior: & maior consequenter ipso angulo b/d/c. nam æquales anguli, eiusdem sunt æquè maiores, vel æquè minores: per conuersam sextæ, atque septimæ communis sententiæ interpretationem. Est autem c/d/f/ angulus, pars ipsius anguli b/d/c. Particularis igitur angulus, maior esset totali: quod per eandem nonam communem sententiam est impossibile. ¶Haud dissimile sequetur inconueniens: vbi datum punctum d, inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/ & b/c. Si nanque id possibile foret, vel earum altera quæ ex a/puncto, alteram quæ ex b/ secabit: aut nulla dabitur prædictarum linearum intersectio. Secet primùm a/d/ ipsam b/c: & connectatur c/d/ recta, per primum postulatum. Triangula rursum a/c/d/ & b/c/d/ essent isoscelia: & qui ad communem vtriusque trianguli basin c/d/ fiunt anguli, per primam partem ipsius quintæ propositionis, æquales adinuicem. vtpote, a/c/d/ ipsi a/d/c, & b/c/d/ ipsi b/d/c. Atqui angulus a/c/d, angulo b/c/d/ maior est, per nonam communem sententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/ quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d. Igitur & a/d/c/ angulus, eodem angulo b/c/d/ maior esset: & maior consequenter ipso b/d/c/ angulo. angulus porrò a/d/c, est pars ipsius anguli b/d/c: recta namque a/d, diuidit eundem b/d/c/ angulum, atque a/b/d/c/ quadrilaterū. Pars itaque, totū rursum excederet: quod ipsi nonæ communi videtur aduersari sententiæ. Idē etiam concludetur, vbi a/c/ recta secuerit b/d: vbíve punctum d/ ita seorsum locabitur, vt nulla subsequatur prædictarum linearum intersectio. quemadmodùm ex secunda figuræ dispositione deducere vel facilè potes, c/ in d, atque è diuerso permutato. Non sunt igitur a/c/ & a/d/ rectæ lineæ, neque b/c/ & b/d/ adinuicem simul æquales. Super eadem ergo recta linea, duabus eisdem rectis lineis &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Prima figuræ dispositio.

secunda.

Tertia figuræ differentia.





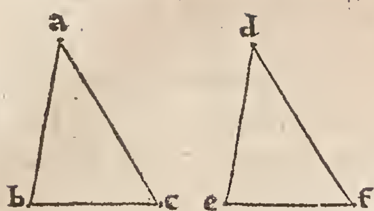
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η.

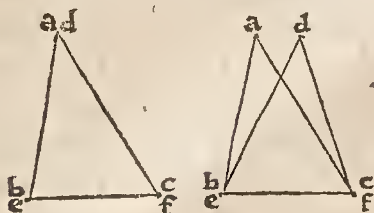
Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propositio 8.

8 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoque basi æqualem: angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ alternatim æqualia, hoc est, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: sitque basis b/c, basi d/f/ itidem æqualis. Aio itaque angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse respondenter æqualem. Comparatis nanque adinuicem triangulis, & puncto b/ supra punctum e/ constituto, extensáque basi b/c/ in rectum ipsius e/f: conueniet punctum c/ cum puncto f, per conuersam octauę communis sententię. Conuenientibus autem b/ & e, atque c/ & f/ punctis: conueniet & punctum a/ cum puncto d. Quoniam si a/ & d/ puncta minimè conuenirent:





sequeretur ex hypothesi laterum, quòd super eadē recta linea b/c/aut e/f, duabus eisdem lineis a/b/& a/c, vel a/e/& a/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c, seu d/e/& d/f, ad aliud atque aliud punctum, hoc est a/& d, ad easdem quoque partes, eosdem denique fines b/ & c/vel e/ & f/ primis rectis lineis possidentes, altera alteri constituerentur æquales. quod per antecedentem septimam propositionem demonstratum est impossibile. Congruit igitur d/ punctum, ipsi puncto a: quapropter & angulum b/a/c, angulo e/d/f, congruere necessum est, foréque illi æqualem. Congruentibus enim terminis: congruunt & ipsæ lineæ rectæ. ex rectarum porrò conuenientia, sub quibus ipsi continentur anguli: eadem surgit inclinatio. ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorum conuincitur æqualitas. Ergo si bina triangula, duo latera duobus lateribus &c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

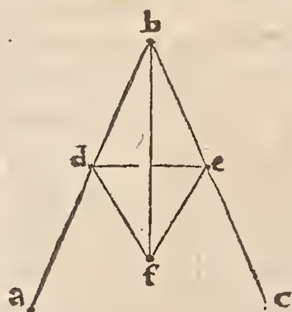
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις θ.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propositio 9.

DAtum angulum rectilineum, bifariam secare. 9

ORONTIVS. ¶Esto datus rectilineus angulus a/b/c: quem oporteat bifariam secare. Suscipiatur igitur in a/b/ recta, contingens punctum d: secetúrque à reliqua b/c, ipsi b/d/ æqualis, per tertiam propositionem, sítque illa b/e. Et per primum postulatum, connectatur recta d/e: super quam triangulum æquilaterum d/e/f, per primam propositionem constituatur. connectatur tandem recta b/f, per idem primum postulatum. Manifestum est igitur, rectam b/f/secare datum angulum a/b/c: protrahitur enim ab angulo qui ad b, ad oppositum angulum qui ad f, in b/d/f/e/quadrilatero. Aio quòd & ipsa b/f, datum a/b/c/angulum bifariam secat. Cùm enim b/d/ per constructionem sit æqualis ipsi b/e, communis autem b/f: bina itaque latera d/b/& b/f/trianguli d/b/f, duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/sunt alternatim æqualia. Est insuper basis d/f, basi e/f/itidem æqualis: sunt enim latera trianguli æquilateri d/e/f. Angulus igitur d/b/f, angulo f/b/e, per octauam propositionem est æqualis. Datus itaque rectilineus angulus a/b/c, bifariam à recta b/f/secatur. Quod facere oportebat.



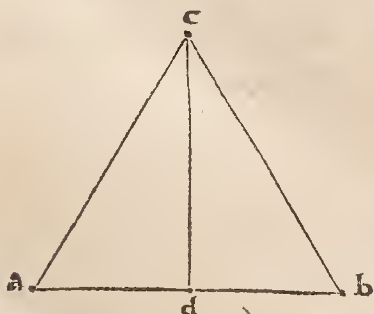
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ι.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propositio 10.

DAtam rectam lineam terminatam bifariam secare. 10

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, quam bifariam secare sit operæpretium. Constituatur igitur super eadem a/b, triangulum æquilaterum a/c/b, per primam propositionem: secetúrque per antecedentem nonam propositionem angulus a/c/b/bifariam, recta quidem c/d, à puncto c, in d/ punctum ipsius lateris a/b/coextensa. Dico lineam a/b/ datam, secari bifariam in puncto d. Cùm enim a/c/b/ triangulum sit æquilaterum, æqualis est a/c/ipsi c/b: cōmunis verò c/d. Binæ igitur a/c/& c/d/trianguli a/c/d, duabus d/c/ & c/b/trianguli d/c/b, sunt altera alteri æquales: & qui sub ipsis æquis lateribus continentur anguli, per constructionem sunt adinuicem æquales, hoc est, a/c/d, ipsi d/c/b. Basis igitur a/d, basi d/b/est æqualis, par quartam propositionem. Data igitur recta linea terminata a/b, bifariam secta est in puncto d. Quod oportuit fecisse.



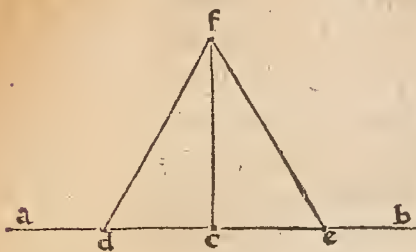
Πρόβλημα ϛ, Πρότασις ια.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6, Propositio 11.

11 DAta recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

ORONTIVS. ¶Esto recta linea data a/b, datúmque in ea punctum c: à quo oporteat, rectam lineam ad angulos rectos excitare. Suscipiatur igitur in a/c/recta, contingens punctum: sitq; illud d. secetur præterea à recta c/b, ipsi d/c/æqualis, per tertiam propositionem, vtpote c/e. Denique super recta d/e, triangulum æquilaterum constituatur d/f/e, per primam propositionem: connectatúrque recta c/f, per primum postulatum. Dico c/f/rectam, ad rectos angulos consistere super datam rectam a/b. Quoniam d/c/ est æqualis ipsi c/e, communis autem c/f/diuidens d/f/e/triangulum. Duæ igitur f/c/ & c/d/trianguli f/c/d, duabus f/c/& c/e/ trianguli f/c/e, sunt altera alteri æquales: & basis d/f/basi f/e, per constructionem æqualis. Angulus itaque f/c/d, angulo f/c/e/sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c/f/consistens super rectam a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ad rectos excitata est angulos. Quod faciendum susceperamus.



Πρόβλημα ζ, Πρότασις ιβ.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

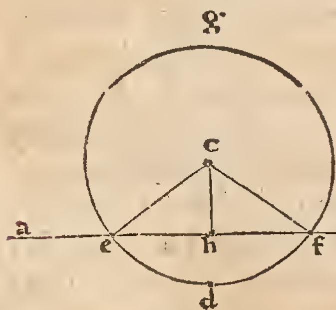
Problema 7, Propositio 12.

12 SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea infinita a/b, datum verò punctum quod in ea non est c: à quo, in ipsam a/b, perpendicularem rectam lineam deducere sit operæpretium. In eodem itaq; plano, in quo data a/b/recta linea infinita, & datum punctum c, ex opposita quidem parte ipsius c, contingens punctum suscipiatur: sitque illud d. Erit igitur c/d/ interuallum, dirimétq; ipsam a/b/rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem sit plano in quo & recta a/b, sitque finitus, eadem verò a/b/infinita, & dirempta ab interuallo c/d: subtendet propterea idem e/f/g/circulus partem ipsius a/b, egredietúrque eadem a/b/recta circunferentiam ipsius e/f/g/circuli, eandémque circunferentiam egrediendo secabit. Secet igitur in e/& f/ punctis: diuidatúrque recta & subtensa e/f/bifariam, in puncto quidem h, per decimam propositionem. & connectatur tandem c/e, c/h, atque c/f/rectæ, per primum postulatum. Dico itaque, rectam c/h/ perpendiculariter incidere super datam rectam a/b. Quonam e/h/ æqualis est ipsi h/f, per constructionem: c/h/verò dirimens c/e/f/triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/& h/e/trianguli c/h/e, duabus c/h/& h/f/trianguli c/h/f/ sunt altera alteri æquales: basis quoque c/e, basi c/f/æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus est igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/sub æquis lateribus contento, per octauam propositionem. Recta ergo c/h/consistens super datam rectam lineam a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos. Et proinde c/h/perpendicularis est super a/b, per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitam a/b, à dato puncto c/quod in ea non est, deducta est perpendicularis c/h. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



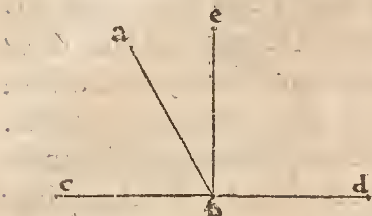
Θεώρημα ϛ, Πρότασις ιγ.

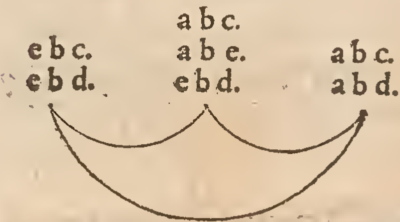
Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6, Propositio 13.

CVm recta linea, ſuper rectam conſiſtens lineam angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶Incidat inquàm a/b/recta, ſuper rectam c/d, efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d, aut ſunt æquales adinuicem, aut inæquales. Si æquales, ergo recti, per decimã diffinitionem: prima igitur pars vera. Quòd ſi inæquales extiterint ipſi a/b/c/& a/b/d/anguli, vtpote, a/b/c/recto minor, & eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eoſdẽ angulos a/b/c/& a/b/d, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli ſunt inæquales: nõ eſt igitur a/b/recta, perpendicularis ſuper rectam c/d, per conuerſam ipſius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo ſuper data recta linea c/d, à dato in ea puncto b, perpendicularis b/e, per vndecimam propoſitionem. Diuidet itaque recta b/e, angulum a/b/d/recto maiorem: nec non recta a/b, ipſum angulum e/b/c/rectum, maiorem acuto a/b/c. Aequus eſt igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/& a/b/e. communis adijciatur angulus e/b/d. bini itaque anguli e/b/c/& e/b/d, tribus angulis, hoc eſt a/b/c, a/b/e, & e/b/d, ſunt æquales, per ſecundam communẽ ſentẽtiam. Angulus rurſum a/b/d, æquus eſt duobus angulis a/b/e/& e/b/d. communis addatur angulus a/b/c. Duo igitur anguli a/b/c/ & a/b/d, tribus angulis, vtpote, a/b/c, a/b/e, & e/b/d, ſunt per eandẽ ſecũdam communẽ ſentẽtiam æquales. Atqui monſtratum eſt, quòd & anguli e/b/c/& e/b/d, eiſdem tribus æquantur angulis. Anguli porrò qui eiſdem ſunt æquales angulis, adinuicem quoque ſunt æquales, per primam communem ſententiam. Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/ & e/b/d/ ſunt æquales. Sunt autem per conſtructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti. & duo igitur anguli a/b/c/ & a/b/d, binis ſunt rectis æquales. Idem etiam oſtendetur, vbi a/b/c/angulus, fuerit maior ipſo a/b/d. Cùm igitur recta linea, ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonſtrare.





Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ιγ.

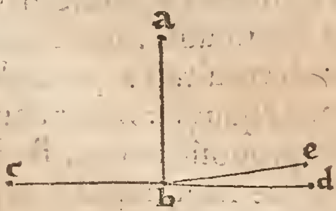
Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, Propoſitio 14. 14

SI ad aliquam rectam lineam, atq; ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, vtrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint: ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶Ad datam enim rectam lineam a/b, atque ad eius punctum b, duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partem d/conuenientes: angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos, aut duobus rectis æquales. Aio propterea, rectam lineam b/d, in directum ipſius b/c/fore conſtitutam, hoc eſt, vnam eandémq; rectam efficere lineam. Nam ſi recta b/d, non fuerit in directum ipſius b/c/conſtituta: producta b/c/in continuum rectúmque, ab ipſo b/verſus e/ per ſecundum poſtulatum, non cadet ipſa b/e/cum b/d. Cadat ergo (ſi poſſibile ſit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b, incideret ſuper rectam c/e/ ad angulos a/b/c/& a/b/ e, aut rectos, vel duobus rectis æquales, per decimamtertiam propoſitionem. Atqui duo anguli a/b/c/& a/b/d/aut recti ſunt, aut binis itidem rectis æquales, per hypotheſin. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d, angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communem ſententiam æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c: reliquus a/b/d/ reliquo a/ b/ e, per tertiam communem ſententiam æquaretur, maior minori, hoc eſt, totum ſuæ parti: quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile. Idem quoque deducetur inconueniens, ſi producta b/e, detur incidere ſub ipſa b/d. In directum eſt igitur b/d/ipſi b/c. quod demonſtrandum fuerat. Si ad aliquam igitur rectam lineam, atque ad eius punctum duæ rectæ lineæ, &c. vt in theoremate.

Demonſtratio ab impoſſibili



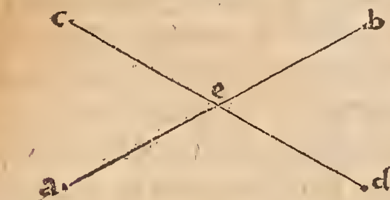
Θεώρημα η, Πρόθεσις ιε.

Εαν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσι.

Theorema 8, Propoſitio 15.

15 SI duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: angulos qui circa verticem ſunt, æquos adinuicem efficient.

ORONTIVS. ¶Secent ſe adinuicem binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, in puncto quidem e: dico quòd angulus a/e/c, æquus eſt angulo b/e/d, circa e/verticem poſito. Incidit enim recta c/e/in rectam a/b, efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/ duobus rectis æquales: per decimamtertiam propoſitionem. Recta inſuper b/e/incidens ſuper rectam c/d, facit angulos c/e/b/ & b/e/d/ binis itidem rectis æquales: per eandem decimamtertiam propoſitionem. Anguli porrò qui eiſdem, vtpote binis rectis æquantur: & hi quoque ſunt adinuicem æquales, per primam communem ſententiam. Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b, duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ſunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b: reliquus a/e/c/reliquo b/e/d, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Simili diſcurſu monſtrabitur, quòd anguli a/e/d/ & c/e/b/ſunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, angulos qui circa verticem ſunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat oſtendere. ¶*Corollarium.* ¶Hinc manifeſtum eſt, quotlibet rectas lineas in eodem puncto ſeſe adinuicem interſecantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.



Θεώρημα θ, Πρόθεσις ιϛ.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ' ἐναντίον μείζων ἐστί.

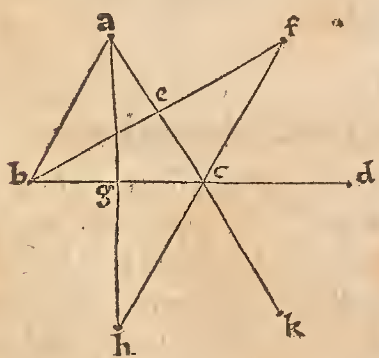
Theorema 9, Propoſitio 16.

16 Omnis trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriſque interioribus & ex oppoſito maior eſt.

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c/triãgulum, cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in directum ad punctum vſque d, per ſecundum poſtulatum. Aio itaque primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem eſſe intrinſeco & ex oppoſito b/a/c. Secetur enim a/c/ bifariam in puncto e, per decimã propoſitionem: & connectatur b/e/recta, per primum poſtulatum. quæ per ſecundum poſtulatum, extendatur in directum verſus f: ſecetúrque recta e/f/æqualis ipſi b/e, per tertiam propoſitionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primum poſtulatum. Cùm igitur a/e/ſit æqualis e/c, & b/e/ipſi e/f/itidem æqualis, per conſtructionem: binæ itaque a/e/& e/b/trianguli a/e/b, duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, ſunt altera alteri æquales. & æquos adinuicem efficiunt angulos a/e/b/ & c/e/f, per decimamquintam propoſitionem, nempe qui circa e/verticem. Baſis igitur a/b, baſi c/f/eſt æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atq; reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/æqualis, per quartam propoſitionem. Angulus porrò a/c/d, maior eſt angulo a/c/f, per nonã communem ſentẽtiam: quapropter & ipſo b/a/c/angulo maior. æquales enim anguli, eiuſdem ſunt æquè minores. ¶Dico inſuper, quòd idem angulus a/c/d, maior eſt a/b/c/ angulo. Diuiſa nanque b/c/ bifariam in puncto g, & connexa a/g/recta, productáq; ipſi a/g/æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/in k, per nunc expreſſa poſtulata, citatáſq; propoſitiones: haud diſſimili diſcurſu colligemus, angulum a/b/g, æquum eſſe angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/maior eſt, per nonã communem ſententiam: erit & idem angulus b/c/k/ipſo a/b/c/angulo maior. Aequus eſt autem a/c/d/angulus ipſi b/c/k, per decimamquintã propoſitionem: & angulus igitur a/c/d/eodem angulo a/b/c/maior eſt. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriſq; interioribus & ex oppoſito maior eſt. Quod erat demonſtrandum.

Prima demonſtrationis pars.

Secunda pars.



Θεώριμα ι, Πρόθεσις ιζ.

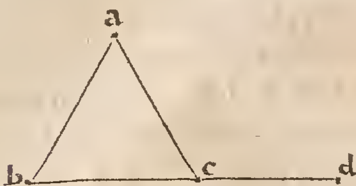
Π Αντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές ἐισι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, Propositio 17.

OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifa= 17
riam ſumpti.

Præcipua oſtenſionis pars.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/ & a/c/b, duobus rectis eſſe minores. Producatur enim b/ c/ latus in directum, vſque ad punctum d: per ſecundum poſtulatum. Exterior igitur angulus a/c/d, maior eſt interiore & ex oppoſito a/b/c, per decimamſextam propoſitionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ ſunt minores, per quartam communem ſententiam. Anguli porrò a/c/b/ & a/c/d, duobus rectis ſunt æquales, per decimamtertiam propoſitionem. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eiſdem binis rectis ſunt minores: ijdem nanque anguli, æqualium angulorum æquè minores exiſtunt. ¶Nec diſſimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis oſtendentur eſſe minores: necnon a/b/c/ & c/a/b/ anguli, producto a/b, vel a/c/ latere. Omnis itaque trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti. Quod expediebat demonſtrare.



De cæteris angulorum combinationibus.

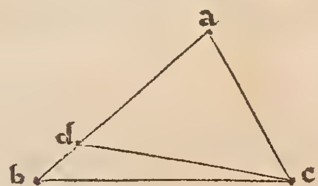
Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιη.

Π Αντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, Propoſitio 18.

OMnis trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius ſit a/c/ latere. dico quòd a/ c/ b/ angulus, maior eſt angulo a/ b/ c. Secetur enim à maiori a/ b, ipſi minori a/c/ æqualis, per tertiam propoſitionem: ſitque illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Diuidit itaque recta c/d/ triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior eſt igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem ſententiam. Ipſi porrò a/c/d/ angulo, æquus eſt angulus a/d/c, per primam partem quintæ propoſitionis: ſunt enim per conſtructionem a/c/ & a/d/ latera adinuicem æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior eſt angulo a/d/c. Angulus rurſum a/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito d/b/c, hoc eſt a/b/c/ angulo, per decimamſextam propoſitionem. Multò maior igitur eſt angulus a/c/b, ipſo d/b/c/ ſeu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius eſt, à fortiori videtur eſſe maius. Omnis itaque trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



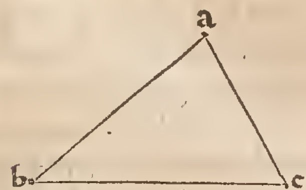
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιθ.

Π Αντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, Propoſitio 19.

OMnis trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/c/ triangulum, habẽs angulum a/c/b, maiorem angulo a/b/c. Aio verſa vice, quòd latus a/b, maius eſt ipſo latere a/c. Si nanque a/b/ latus, non foret maius a/c: eſſet igitur vel eidem a/c/ æquale, vel eo minus. Aequum porrò non eſt a/b/ ipſi a/c: quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per quintam propoſitionem, forent adinuicem æquales. ſunt autem inæquales, per hypotheſin. non eſt igitur a/b/ latus, æquale ipſi a/c. Neque etiam minus eſt a/b, eodem a/c/ latere: eſſet enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimamoctauam propoſitionem. hoc autem aduerſatur hypotheſi. Igitur a/b/ latus, non eſt minus ipſo a/c/ latere. oſtenſum eſt autem, quòd nec eidem æquale. Maius eſt igitur ipſum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



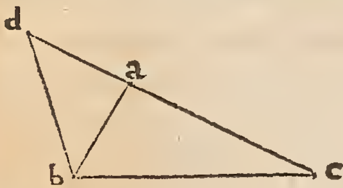
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις κ.

ΠΑντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, Propoſitio 20.

20 OMnis trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunq; aſſumpta.

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per ſecundum poſtulatum, recta c/a/ in directum, vſque ad punctum d: ſecetúrque a/d/ recta, æqualis ipſi a/b, per tertiam propoſitionem. & connectatur b/d/ recta, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/b, ſit æqualis ipſi a/d, per cõſtructionem: qui ad baſin b/d/ ſunt anguli, æquales adinuicem erunt, per quintam propoſitionem, vtpote, a/b/d, ipſi a/d/b. Angulus porrò d/b/c, maior eſt angulo a/b/d, per nonam communem ſententiam: igitur & angulo a/d/b/ maior. Triangulum igitur d/b/c, habet angulum d/b/c/ maiorem angulo b/d/ c. Omnis autem trianguli maior angulus ſub maiori latere ſubtenditur, per decimamnonam propoſitionem. maius eſt itaque d/c/ latus, ipſo latere b/c. Atqui latus d/c, æquum eſt ipſis a/ b/ & a/c/ lateribus: data eſt enim a/d, ipſi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/ & a/c, ſunt maiora reliquo b/c. Similiter oſtẽdemus, quòd a/b/ & b/c latera/ maiora ſunt reliquo a/c: atque a/c/ & c/b, reliquo a/b/ itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunq; aſſumpta. Quod oportuit oſtendiſſe.



Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις κα.

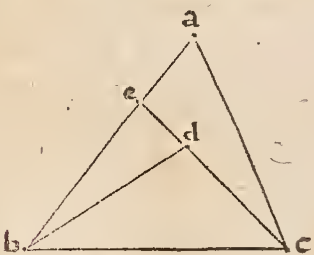
ΕΑν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14, Propoſitio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur: quæ conſtituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS. ¶In triãgulo enim a/b/c, à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/ & d/c/ introrſum, ad punctum d/ conſtituantur. Aio itaq; primùm, ipſas d/b/ & d/c/ lineas rectas, minores eſſe reliquis a/b/ & a/c/ lateribus. Producta nanque c/d, quouſq; ſecet latus a/b, in puncto quidem e, per ſecundum poſtulatum: erunt bina latera a/e/ & a/c/ trianguli a/e/c, maiora reliquo e/c, per vigeſimam propoſitionem. Addatur ipſis a/e/ & a/c, atq; ipſi e/c, communis e/b. & compoſita igitur a/b/ & /a/c/ latera, ipſis e/b/ & e/c/ lateribus, per quartã communem ſententiam, erunt maiora. Bina rurſum latera e/b/ & e/d/ trianguli e/b/d, ſunt maiora reliquo b/c, per eãdem vigeſimam propoſitionem. Addatur ipſis inæqualibus, communis d/c. ergo bina latera e/b/ & e/c, binis d/b/ & d/c/ lineis rectis ſunt maiora, per eandẽ quartam communem ſententiam. Oſtenſum eſt autẽ, quòd a/b/ & a/c/ latera, eiſdẽ e/b/ & e/c/ ſunt maiora. Multò igitur maiora ſunt eadem a/b/ & a/c/ latera, ipſis d/b/ & d/c/ lineis rectis, à limitibus b/ & c/ introrſum cõſtitutis. ¶Dico præterea, quòd angulus b/d/c, maior eſt angulo b/a/c. Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito b/e/d: idẽ quoq; angulus b/e/ d, interiore & ex oppoſito e/a/c, ipſius a/e/c/ trianguli maior, per decimamſextam propoſitionem. Longè itaque maior eſt angulus b/d/c, ipſo e/a/c, hoc eſt, b/a/c/ angulo. Igitur ſi triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ, & quæ ſequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Primæ partis oſtenſio.



Secũda pars.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κβ.

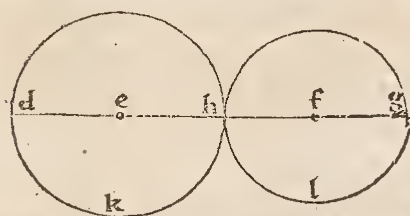
ΕΚ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι, τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς δύο, τῆς

λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

Problema 8, Propositio 22.

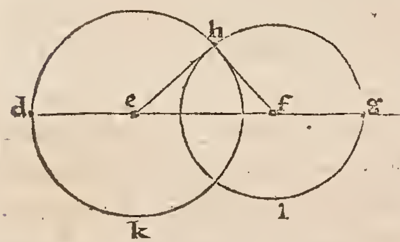
EX tribus rectis lineis, quæ ſunt tribus datis rectis lineis æquales, 22
triangulum cõſtruere. Oportet autem duo latera, reliquo eſſe maiora quomodocunque aſſumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque aſſumpta, reliquo ſunt maiora.

ORONTIVS. ¶Dentur ergo tres lineæ rectæ a,b,& c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque aſſumptæ, ſint maiores reliqua: vt pote, a/& b/ipſa c, atque b/& c/ ipſa a, denique a/& c/ipſa b/maiores. Oportet enim ipſius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ ſunt tribus datis æquales, cõſtruendi duo latera, reliquo eſſe maiora, per vigeſimam propoſitionem. *Conſtructio figuræ.* Aſſumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d/limitata: infinita verò ſecundum reliquam. à qua ſecentur tres rectę lineæ, ipſis datis ſingulatim æquales, per tertiam propoſitionem: d/e/quidem æqualis ipſi a, e/f/autem ipſi b, & f/g/ipſi c. Et centro e, interuallo autem e/ d, circulus deſcribatur d/h/k: centro rurſum f, & interuallo f/g, alius deſcribatur circulus g/h/l, per tertium poſtulatum. Et quoniam circuli d/h/k/ & g/h/l, in eodem ſunt plano, & e/f/recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: neceſſum eſt, eoſdem circulos d/h/k/& g/h/l/ſeſe mutuo interſecare. Si nanque minimè ſe ſecarent, ſed ſeſe adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tunc recta e/f/ipſi b/æqualis, vtriuſque circuli ſemidiametrum neceſſario contineret. quapropter & duarum rectarum a/& c/magnitudinem. Eſſet enim e/h/pars ipſius e/f, æqualis d/e, & propterea ipſi a: pars quoque h/f, ipſi f/g, & ipſi ergo c/æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima communi ſententia deducere vel facilè eſt. Bina ergo trianguli latera, eſſent æqualia reliquo: contra datam hypotheſin, & vigeſimam propoſitionem. Longè item maius inconueniens ſequeretur: vbi circuli ipſi vtcunque diſtare ponerentur. Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. eſto ſectionum altera in puncto h: & connectantur rectæ e/h/ & h/f, per primum poſtulatum. Triangulum eſt igitur e/h/f: dico quòd ex tribus rectis lineis conſtructum, quæ ſunt tribus datis æquales.



Problematis oſtenſio. Cùm enim punctum e/ſit centrum circuli d/h/k: æqualis eſt d/e/ipſi e/h, per decimamquintam diffinitionem. ipſa porrò d/e, ſecta eſt æqualis ipſi a. Binæ igitur, hoc eſt a/& e/h, eidem rectæ d/e/ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. e/f/autem, ipſi b/data eſt æqualis per conſtructionem. Rurſum quoniam punctum f, centrum eſt circuli g/h/l: æqualis eſt f/h/ipſi f/g, per eandem decimam quintam diffinitionem. ipſa autem f/g, ſecta eſt æqualis ipſi c. Ergo f/h/& c, eidem f/g/ſunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam communem ſententiam. Tres igitur lineæ rectę e/h, e/f, & f/h, tribus datis a,b,&c, ſunt adinuicem æquales: & conſtituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, & f/h, quæ tribus datis, hoc eſt, a,b, & c, ſunt æquales, conſtructum eſt triangulum e/h/f. Quod faciendum ſuſceperamus.





Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κγ.

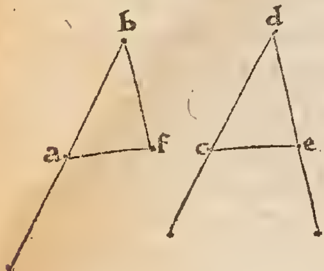
ΠΡὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9, Propoſitio 23.

AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angu- 23
lo rectilineo, æqualem angulum rectilineum conſtituere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum ſit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum conſtituere. *Figuræ cõſtitutio.* Suſcipiatur itaque in c/d/recta contingens punctum, ſitque

illud c:in d/e/quoque recta,contingens punctum,& illud sit e.connectatur deinde recta c/e,per primum postulatum.Ex tribus denique lineis rectis a/b,b/f,& f/a,quæ sint tribus datis,hoc est,ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales,vtpote a/b/ipsi c/d,& b/f/ipsi d/e,atque f/a/ipsi e/c,triangulum construatur a/b/f,per præcedentem vigesimamsecūdam propositionem.Dico angulum a/b/f,æquum fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/& b/f/trianguli a/b/f,duabus lineis rectis c/d/& d/e/trianguli c/d/e/sint altera alteri æquales,basis quoque a/f,basi c/e/per constructionem æqualis: erit angulus a/ b /f, angulo c/d/e/ sub æqualibus rectis lineis contento,per octauam propositionem,æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b,& datum in ea punctum b, dato angulo rectilineo c/d/ e: æqualis angulus rectilineus a/ b/ f/ constitutus est. Quod fecisse oportuit. *Figuræ constitutio.* *Cōclusio problematis.*



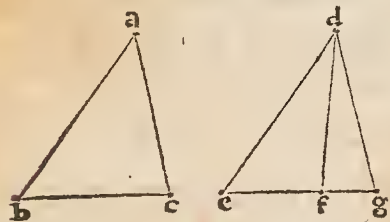
Θεώρημα ιε, Πρότασις κδ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

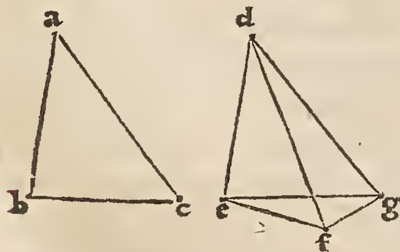
Theorema 15. Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum:basin quoque,basi maiorem habebunt.

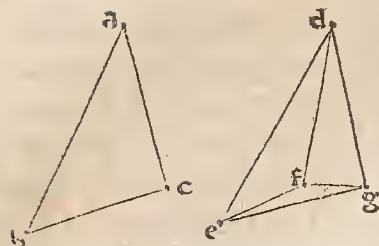
ORONTIVS.¶Sint bina triangula a/b/c,& d/e/f,habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia,vtpote,a/b/ipsi d/e,& a/c/ipsi d/f:sítque angulus qui ad a,maior angulo qui ad d/sub æquis lateribus contento.Aio itaque,basin b/c/trianguli a/b/c,maiorem esse basi e/f/trianguli d/e/f.Quoniam angulus b/a/c,maior est angulo d/e/f, per hypothesin:ad datam ergo lineam rectam e/d,ad datúmque in ea punctum d, dato angulo rectilineo b/a/c,æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g,per vigesimamtertiam propositionem.Vtrique demum a/c/& d/f,æqualis ponatur d/g,per secundam aut tertiam propositionem:connectantúrque rectæ e/g/& g/f,per secundum postulatum.Erunt itaque bina latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,æqualia duobus lateribus d/e/& d/g/trianguli d/e/g/alterū alteri: & qui sub eisdem lateribus continentur anguli,adinuicem æquales, per constructionem.Basis igitur b/c,basi e/g, per quartam propositionem est æqualis. ¶His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum,varia contingit habitudo:poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote,aut in directum ipsius e/f,aut supra,vel infra.Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. Igitur cùm in triangulo d/e/g,ab angulo qui ad d/ in oppositū latus e/g,recta producatur d/f,diuidens tum ex hypothesi,tum ex constructione ipsum e/d/g/angulum:diuidet quoque ipsa d/f,basin e/g,in puncto quidem f.Est itaque basis e/f,pars ipsius e/g:& propterea ipsa e/g,maior eadem e/f,per nonam communem sententiam.Ipsi porrò e/g, æqualis ostensa est b/c:& b/c/igitur basis,maior est basi e/f,per cōuersam sextæ communis sentētię interpretationem. *Constructio figuræ generalis.* *Primus inferendi modus.*



¶Quòd si e/g/recta inciderit supra e/f,velut in secunda figura:fiet triangulum e/f/g,ex tribus basibus constitutum.Et quoniam trianguli d/f/g,latus d/f/lateri d/g/est æquale: æquus erit & d/f/g/angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionē. Atqui d/g/f/angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam:& d/f/g/itaque angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est angulus e/f/g, nempe totus sua parte:& propterea ipso angulo e/g/f/tantò maior. Omnis porrò trianguli maior angulus,sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam propositionem: maior est itaque e/g, ipsa e/ f/ recta. Præostensum est autem,quòd & b/ c/ ipsi e/ g/ coæquatur: basis ergo b/ c, e/f/cōsequenter est maior. *Secundus modus.*



¶Cùm autem e/g/sub eadē e/f,vt in tertia figuræ dispositione, *3.modus.*



ceciderit: idem etiam concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/ introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/ & e/f/ reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/ & e/g/ minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo d/f/ & d/g/ inuicem æqualibus: quæ relinquētur, erūt pariter inæquales, e/g/ quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis monstrata est b/c: concludes ergo rursum, b/c/ basin fore maiorem ipsa basi e/f. Igitur si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

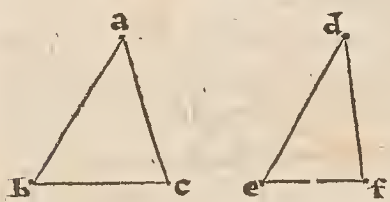
Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

ORONTIVS. ¶Dentur inquàm bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: esto autem b/c/ basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/ non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/ per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/ basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neque rursum angulus b/a/c, minor erit eodē angulo e/d/f: quoniam basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentem vigesimamquartam propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/ angulo minor. Patuit autē quòd nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum,



Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κϛ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

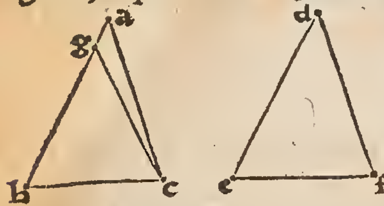
Theorema 17, Propositio 26.

SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmque latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterū alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt. 26

ORONTIVS. ¶Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri ęquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quòd æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebunt æqualia, a/b/ quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atque reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanque a/b/ non fuerit æqualis ipsi d/e: altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari ipsi d/e/ minori æqualis, per tertiam propositionem. Abscindatur ergo, sitq; b/g: & connectatur c/g/ recta, per primum postulatum. Bina itaque latera g/b/ & b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, erūnt alternatim æqualia: & qui ad b/ & e/ sub æquis lateribus cōtinētur anguli, adinuicē æquales,

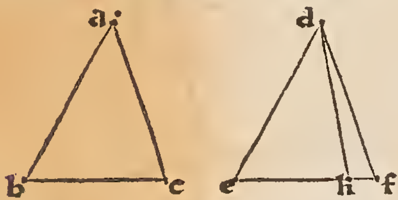
Primæ partis demonstratio, ex prima hypothesi laterum.

per hypothesin. Basis igitur c/g, basi d/f, & reliquus angulus g/c/b, reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartam propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/ angulo, æquus est angulus a/c/b, per hypothesin. Duo igitur anguli a/c/b/ & g/c/b, eidem



angulo qui ad f/ erũt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur a/b/ maior ipsa d/e. similiter ostendetur, quòd neque minor. ergo æqualis. Et quoniam b/c, ipsi e/f/ per hypothesin est æqualis: bina ideo latera a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ trianguli d/e/f, sunt æqualia alterũ alteri: & æquales qui ad b/ & e/ comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c, basi d/f (seu reliquũ latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus b/a/c, reliquo e/d/f, per quartam propositionem æquatur. ℭSint autem quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera, adinuicem æqualia: scilicet a/b, ipsi d/e. Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterum alteri, vtpote a/c/ ipsi d/f, & b/c/ ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad a, reliquo qui ad d/ æqualem. In primis enim, si b/c/ non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior erit: esto verbi gratia e/f. poterit ergo ab eadem maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiam propositionem. Secetur itaque, & sit e/h: connectatúrque d/h/ recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina latera a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/ & e/h/ trianguli d/e/h/ alterum alteri: & qui ad b/ & e/ sub eisdem æquis lateribus continentur anguli, sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c, basi d/h: & reliquus angulus a/c/b, reliquo d/h/e (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam propositionem æquabitur. Angulus porrò d/f/e, eidem angulo a/c/b, per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/ & d/h/e, eidem angulo qui ad c/ erũt æquales: & æquales propterea

Ostensio secũdæ partis, ex secũda hypothesi laterũ.



adinuicem, per primam communem sententiam. In triangulo igitur d/f/h, producto f/h/ latere, exterior angulus d/h/e, interiori & ex opposito d/f/h/ æquabitur angulo: quod per decimamsextam propositionem est impossibile. Nõ est igitur e/f, maior b/c. simili discursu monstrabitur, quòd nec minor. æqualis est igitur b/c, eidem e/f. est autem & a/b/ ipsi d/e/ per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b/ & b/c, duabus rursum d/e/ & e/f/ sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c, reliquo d/f, hoc est basis basi, atq; reliquus angulus qui ad a, reliquo qui ad d, respondenter æquatur, per sæpius allegatam quartam propositionem. Ergo si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

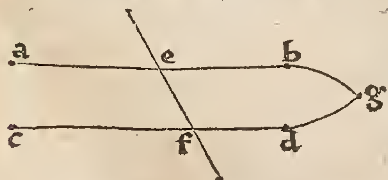
Θεώρημα ιη, Πρότασις κζ.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, Propositio 27.

27 SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

ORONTIVS. ℭSint binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, & in eas incidat e/f/ recta, efficiátque alternos angulos a/e/f/ & e/f/d/ æquales adinuicem. Aio quòd a/b/ recta, parallela est ipsi c/d. Si nanque minimè forent parallelæ: productæ tandem in aliqua parte conuenirent, per conuersam vltimæ diffinitionis. Concurrant ergo (si possibile sit) ad partes b, d, in puncto quidem g. Efficietur itaque triangulum e/f/g, cuius exterior angulus a/e/f, interiori & ex opposito e/f/g/ æquabitur: quod per decimãsextam propositionem non videtur esse possi-



bile. Non conueniunt igitur a/b, & c/d, ad partes b, d. neque similiter ad partes a, c: idem nanque sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt, per vltimam diffinitionem existunt parallelæ. Igitur a/b, parallela est ipsi c/d. Si in binas ergo rectas lineas: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κη.

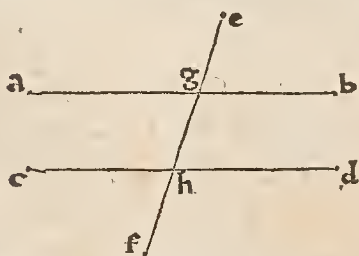
Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, Propoſitio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum 28
interiori & oppoſito ad eaſdē partes æqualem fecerit, aut interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.

Primæ partis oſtenſio.

ORONTIVS. ¶Sint rurſum binę lineę a/b,c/d:& in eas incidēs e/f/recta, efficiat prĩmùm exteriorem angulum e/g/a, interiori & ex oppoſito ad eaſdem partes g/h/c/æqualem. Dico, quòd a/b/ipſi c/d/eſt parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/per hypotheſin eſt æqualis. eidem rurſum angulo e/g/a, æquus eſt ad verticem poſitus b/g/h: per decimamquintam propoſitionem. Anguli porrò qui eidem æquantur angulo, æquales ſunt adinuicem: per primam communem ſententiam. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c.



Parallela eſt igitur a/b/ipſi c/d, per vigeſimamſeptimam propoſitionem.

Demõſtratio ſecũdæ partis

¶Sint rurſum interiores & ad eaſdem partes a/g/h/& g/h/c/anguli, binis rectis æquales. Aio rurſum, quòd & eadem a/b, ipſi c/d/ eſt parallela. Anguli nanq; a/g/h/& b/g/h, duobus itidem rectis æquantur, per decimamtertiam propoſitionem. Qui autem eiſdem, vtpote binis rectis, ſunt æquales anguli, & adinuicem ſunt æquales: per primam communem ſententiam. Duo itaq; anguli a/g/h/& g/h/c, binis angulis a/g/h/& b/g/h/ſunt æquales. A quibus ſubducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/æquabitur: per tertiam communem ſententiam. Parallela eſt igitur a/b/ipſi c/d: per eandem vigeſimamſeptimam propoſitionem. Si in binas itaque rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κθ.

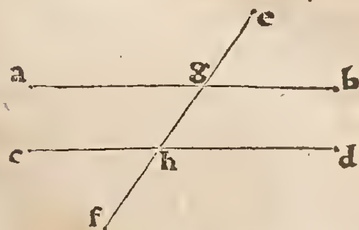
Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20, Propoſitio 29.

IN parallelas rectas lineas, recta incidens linea: & alternatim angulos 29
adinuicē æquales, & exteriorem interiori & oppoſito & ad eaſdē partes æqualē, & interiores & ad eaſdē partes duobus rectis æquales efficit.

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d/inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, quòd alternatim ſumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ipſi g/h/d. Nam ſi a/g/h/non fuerit æqualis ipſi angulo g/h/d: alter eorũ maior erit. Eſto maior (ſi fieri poſſit) a/g/h: & vtrique inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compoſiti igitur anguli b/g/h/& g/h/d, ipſis a/g/h/& b/g/h/angulis minores erunt: per quartam communem ſententiam. Anguli porrò a/g/h/& b/g/h, binis rectis ſunt æquales: per decimamtertiam propoſitionem. Igitur b/g/h/& g/h/d/anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/b/& c/d/recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet.



Conuenient itaque tandem a/b/& c/d/rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b/d: per quintum poſtulatum: non erunt ergo parallelæ, per conuerſam vltimæ diffinitionis. Hoc autem aduerſatur hypotheſi: æqualis eſt igitur angulus a/g/h, alterno g/h/d.

Pars ſecũda.

¶Aio rurſum, eandem e/f/rectam exteriorem angulum, vtpote e/g/b, interiori & oppoſito & ad eaſdem partes g/h/d/angulo, æqualem efficere. Angulus ſiquidem e/g/b, ipſi ad verticem poſito a/g/h, per decimamquintam propoſitionem eſt æqualis: patuit quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/ſunt æquales: quapropter &

æquales adinuicem,per primam communem ſententiam.❡Dico tãdem,quòd & interiores & ad eaſdem partes ſumptos angulos,vtpote,a/g/h/ & g/h/c, binis rectis æquales efficit. Oſtenſum eſt enim,quòd angulus a/g/h,alterno g/h/d/eſt æqualis.communis,vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c.Bini igitur anguli a/g/h/& g/h/c,duobus angulis g/h/c/& g/h/d,per ſecundam communem ſententiam adæquantur. Eiſdem quoq; angulis g/h/c/& g/h/d,bini recti ſunt æquales:per decimamtertiam propoſitionem. Et a/g/h/igitur atq; g/h/c/anguli,duobus rectis,per primam communem ſententiam coæquantur.In parallelas igitur rectas lineas,recta incidens linea:& alternatim angulos:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod oportuit demonſtraſſe. *Tertia pars.*

❡*Corollarium.*

❡ Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis exiſtit: cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

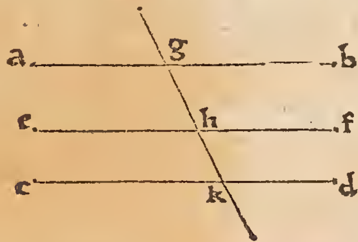
Θεώρημα κα, Πρόθεσις λ.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, *Propoſitio* 30.

30 QVæ eidem rectæ lineæ paralleli:& adinuicem ſunt paralleli.

ORONTIVS. ❡Sit vtraq; a/b/& c/d/recta,eidem e/f/ parallela . Dico a/b/ & c/ d/ fore itidem parallelas . Coincidat enim in ipſas lineas, recta quædam g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem exiſtant plano,& recta g/h/incidat in a/b/& e/f/parallelas:erit angulus a/g/h,alterno g/h/f/æqualis , per primam partem vigeſimænonæ propoſitionis. Rurſum,quoniam recta g/k/incidit in e/f/& c/d/parallelas : æquus erit interior & oppoſitus angulus h/k/d, exteriori & ad eaſdẽ partes,hoc eſt, eidem g/h/f/angulo,per ſecundam partem eiuſdem vigeſimænonæ propoſitionis. Duo itaq; anguli a/g/h/& h/k/d/hoc eſt,a/g/k/& g/k/d,eidem angulo g/h/f/ſunt æquales:& æquales igitur adinuicem,per primam communem ſententiam.Sunt autem a/g/k/& g/k/d/anguli alterni, à recta g/k/in a/b/& c/d/rectas incidente cauſati. Parallela eſt igitur a/b/ipſi c/d, per vigeſimamſeptimam propoſitionem . Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem ſunt parallelæ.Quod oportebat oſtendere.



❡*Corollarium.*

❡Quæ vni igitur parallelarum eſt parallela:alteri quoque verſavice parallela eſt.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, *Propoſitio* 31.

31 PEr datũ punctum,datæ rectæ lineæ parallelã rectã lineam ducere.

ORONTIVS.❡Eſto datum punctũ a:data verò linea recta,cui per a/punctum oporteat ducere parallelam,ſit b/c.Suſcipiatur ergo in b/c/recta , contingens punctum d:& connectatur a/d/recta,per primum poſtulatum.Ad datam inſuper lineam a/d,& in ea datum punctum a, dato angulo rectilineo a/d/b,æqualis angulus rectilineus conſtituatur d/a/e: per vigeſimamtertiam propoſitionem.Et quoniam in rectas a/e/atq; b/c/recta incidit a/d,efficiens alternos angulos æquales,hoc eſt,a/d/b/ipſi d/a/e:parallela eſt igitur a/e/ipſi b/c,per vigeſimamſeptimam propoſitionem.Per datum itaq; punctum a,datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e.Quod expediebat facere.



Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

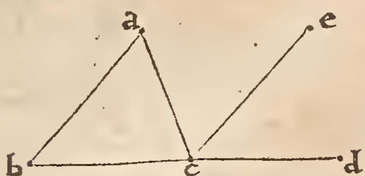
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 22, *Propoſitio* 32.

32 OMnis trianguli vno latere producto,exterior angulus binis interioribus & ex oppoſito eſt æqualis:& trianguli tres interiores anguli,binis ſunt rectis æquales.

ORONTIVS. ❡Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in

Primæ illationis demõstratio. d,per ſecundum poſtulatum. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex oppoſito,hoc eſt a/b/c,& b/a/c/angulis eſt æqualis.Ducatur enim per datum punctum c,datæ rectæ lineæ a/b,parallela c/e:per trigeſimamprimam propoſitionem. Quoniam igitur in a/b/& c/e/parallelas,recta incidit a/c:æquus eſt angulus b/a/c,alterno a/c/e,per primam partem vigeſimænonæ propoſitionis.Rurſum,quoniam in eaſdem parallelas a/b/& c/e,coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis eſt interiori & oppoſito , ad eaſdem partes a/b/c,per ſecundam partem eiuſdem vigeſimænonæ propoſitionis.Porrò ſi æqualibus angulis,æquales addantur anguli:qui inde conſurgent,erunt adinuicem æquales,per ſecundam communem ſententiam.Totus igitur angulus a/c/d,binis interioribus & oppoſitis a/b/c/ & b/a/c/angulis eſt æqualis.



Secundæ partis uel illationis oſtenſio. ¶Dico inſuper , quòd eiuſdem trianguli tres interiores anguli , binis ſunt rectis æquales.Patuit enim exteriorem angulum a/c/d,æquum eſſe duobus angulis a/b/c/& b/a/c.Quibus æqualibus angulis,ſi idem communis addatur angulus a/c/b:erunt per ſecundam communem ſententiam,tres anguli a/b/c,b/a/c,& a/c/b , æquales binis angulis a/c/b/& a/c/d.Eiſdem porrò angulis a/c/b/& a/c/d, duo recti itidem æquantur anguli,per decimamtertiam propoſitionem . Tres igitur anguli a/b/c,b/a/c,& a/c/b,trianguli a/b/c, per primam communem ſententiam,binis ſunt rectis æquales.Omnis itaque trianguli,vno latere producto:& reliqua,vt in theoremate.Quod oportuit demonſtraſſe. ¶*Corollarium.*

¶Hinc fit manifeſtum,cuiuſlibet trianguli tres angulos,æquales eſſe tribus angulis alterius cuiuſcunque trianguli:nempe quòd eiſdem,vtpote binis rectis vtrobique ſint æquales.

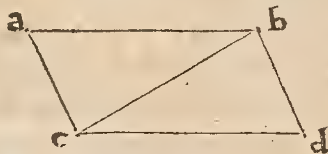
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσί.

Theorema 23, Propoſitio 33.

ÆQuas & parallelos, ad eaſdem partes rectæ lineæ coniungentes: & ipſæ æquales & parallelæ ſunt. 33

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b,& c/d:quas ad eaſdem partes coniungant rectæ a/c,& b/d.Dico a/c/& b/d/rectas,fore adinuicem æquales & parallelas. Cõnectatur enim b/c/diagonius,per primum poſtulatum.In datas igitur a/b/& c/d parallelas,recta incidens b/c,efficit alternos angulos a/b/c/& b/c/d/adinuicem æquales:per primam partem vigeſimænonæ propoſitionis.Eſt autem a/b/ recta æqualis ipſi c/d, per hypotheſin:& vtrique communis b/c.Binæ igitur a/b/& b/c/trianguli a/b/c,duabus b/c/& c/d/trianguli b/c/d,ſunt altera alteri æquales:& æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/b/c/& b/c/d. Per quartam ergo propoſitionem,baſis a/c/æqualis eſt ipſi b/d:atque reliquus angulus a/c/b,reliquo c/b/d/æqualis,vtpote ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera.In rectas itaque lineas a/c/& b/d,recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/& c/b/d/adinuicẽ æquales . parallela eſt igitur a/c/recta ipſi b/d, per vigeſimamſeptimam propoſitionem. Patuit autem quòd & eidem æqualis.Aequas igitur &parallelas:& quæ ſequuntur reliqua.Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



Θεώρημα κδ, Πρόθεσις λδ.

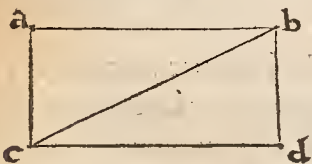
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24, Propoſitio 34.

Parallelogrammorum locorum , latera quæ ex oppoſito , & anguli æqualia ſunt adinuicem:& dimetiens ea bifariam ſecat. 34

Prima pars. ORONTIVS. ¶Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d : illius verò dimetiens b/c. Aio primùm , ipſius a/ b/ c/ d/ parallelogrammi latera quæ ex oppoſito , & angulos fore adinuicem æqualia.In parallelas enim a/b/ & c/d/recta incidens b/c,facit alternos angulos a/ b/ c/ & b/ c/ d/ æquales adinuicem:per primam partem vigeſimæ nonæ propoſitionis.

Eadem quoque b/c/incidens in parallelas a/c/& b/d,efficit rurſum alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales , per eandem vigeſimamnonam propoſitionem . Duo itaque triangula a/b/c/& b/c/d,habent duos angulos duobus angulis æquales alterū alteri:vnúmque latus vni lateri æquale,commune ſcilicet b/c,quod æquis adiacet angulis.Reliqua igitur latera,reliquis lateribus erunt æqualia alterum alteri,hoc eſt, a/b/ipſi c/d,& a/c/ipſi b/d:atque reliquus angulus qui ad a/reliquo qui ad d/æquabitur , per vigeſimamſextam propoſitionem. Monſtrauimus autem binos angulos qui circa b,duobus angulis qui circa c/fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b , toti qui ad c,per ſecundam communem ſententiam æquabitur.Parallelogrammi igitur a/b/c/d,latera quæ ex oppoſito , & anguli æquantur adinuicem. *Pars ſecunda.* ¶Dico præterea, quòd & dimetiens illud bifariam ſecat . Oſtenſa eſt enim a/b/ æqualis ipſi c/d,atque a/c/ipſi b/d:éſtque b/c/communis.Bina itaque triangula a/b/c/& b/c/d , habent ſingula latera ſingulis lateribus æqualia: & eos qui ſub æqualibus lateribus cōtinentur angulos(vti nunc monſtrauimus)ſingulatim æquales,vtpote a/b/c/ipſi b/c/d,& a/c/b/ipſi c/b/d : atque eum qui ad a/ei qui ad d/æqualem.Conuenit ergo triangulum a/b/c,triangulo b/c/d.Quæ autem ſibimetipſis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem:per octauam communem ſententiam. Triangulum igitur a/b/c,triangulo b/c/d/eſt æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/bifariam ſecat. Quod oſtendendum fuerat.



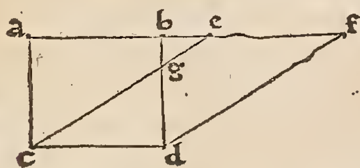
Θεώρημα κε, Πρόθεσις λε.

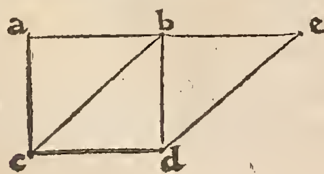
ΤΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

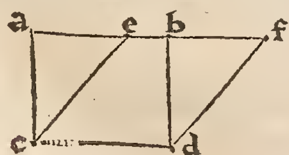
Theorema 25, Propoſitio 35.

35 PArallelogramma in eadem baſi, & in eiſdem parallelis exiſtentia: adinuicem ſunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint parallelogramma a/b/c/d/& c/d/e/f,in eadem baſi c/d,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/d/conſtituta. Dico a/b/c/d/parallelogrammum,æquum eſſe c/d/e/f/parallelogrāmo.Secet enim in primis latus vnius,vtpote c/e,alterius latus b/d,in puncto quidem g. *Prima theorematis differentia.* Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito ſunt adinuicem æqualia,per trigeſimamquartam propoſitionem:vtraque igitur a/b/& e/f,æqualis eſt ipſi c/d.Quæ autem eidem æqualia,& adinuicem ſunt æqualia,per primam communem ſententiam:æqualis eſt igitur a/b,ipſi e/f.Communis addatur b/e:tota igitur a/e,toti b/f/ erit æqualis,per ſecundam communem ſententiam.Eſt autem & a/c,ipſi b/d/æqualis, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem.Binæ itaq; a/c/& a/e,trianguli a/c/e,duabus b/d/ & b/f/ trianguli b/d/f/ æquales ſunt altera alteri : & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/b/f/interiori qui ad a,per ſecundam partem vigeſimænonæ propoſitionis.Baſis itaque c/e,baſi d/f,per quartam propoſitionem eſt æqualis:atque triangulum a/c/e,triangulo b/d/f.A quibus ſubducto communi triangulo b/e/g: reliquum trapezium a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/ g , per tertiam communem ſententiam æquabitur.Eiſdem rurſum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/d/g:conſurgent a/b/c/d/& c/d/e/f/parallelogramma adinuicem æqualia, per ſecūdam communem ſententiam. *Differentia ſecunda.* ¶Quòd ſi latus vnius parallelogrammi,dimetiens alterius efficiatur,vt in hac ſecunda figura:idem,ſed paulò leuius,cōcludetur. Dimetiens enim b/c,bifariam diuidit a/b/c/d/parallelogrammū:ſimiliter & b/d/ipſum parallelogrammū b/c/d/e, per trigeſimamquartā propoſitionem.Fit igitur,vt vtraque parallelogramma a/b/c/d/& b/c/d/e,eiuſdem trianguli b/c/d/ſint duplicia:& proinde æqualia adinuicem,per ſextam communem ſententiam. ¶Nec minus facilè deducetur propoſitionis intelligētia:vbi latus vnius parallelogrammi,in latus alterius inciderit,velut in tertia figuræ diſpoſitione. Erunt enim rurſum a/b/ & e/f/ æquales adinuicē:à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/reliquæ b/f, per tertiā communē ſentētiam erit æqualis.Hinc triangulū a/c/e,triangulo b/d/f,veluti ſuprà







monſtrabitur,æquale.Quòd ſi vtrique æqualium angulorum, addatur commune trapezium e/b/c/d:reſultabit iterum a/b/c/d/ parallelogrammum,eidẽ parallelogrammo c/d/e/f, per ſecundam communem ſententiam æquale.Igitur parallelogramma in eadem baſi,& in eiſdem parallelis exiſtentia,adinuicem ſunt æqualia.Quod erat oſtendendum.

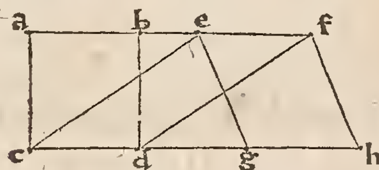
Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις λϛ.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 26, Propoſitio 36.

Parallelogramma in æqualibus baſibus,& in eiſdem parallelis exiſtentia:adinuicem ſunt æqualia. 36

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma,in baſibus æqualibus c/d/ & g/h,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h/conſiſtentia.Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h.Connectantur enim rectæ c/e/& d/f, per primum poſtulatum.Et quoniam parallelogrammum eſt e/f/g/h,æqualis eſt e/f/ipſi g/h,per trigeſimamquartam propoſitionem.Eidem quoque g/h,æqualis eſt c/d,per hypotheſin. Binæ igitur c/d/& e/f,eidem g/h/ſunt æquales:& propterea æquales adinuicem,per primam communem ſententiam. ſúntque adinuicem parallelæ, ex hypotheſi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ,æquales ſunt & parallelæ, per trigeſimamtertiam propoſitionem: & c/e/igitur atque d/f,æquales ſunt & parallelæ.Parallelogrammum eſt itaque c/d/e/f.Ipſi porrò c/d/e/f/parallelogrammo, æquum eſt a/b/c/d/ parallelogrammum, per trigeſimamquintam propoſitionem:in eadem enim baſi c/d,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h/conſtituuntur.



Et per eandem trigeſimamquintam propoſitionem, e/f/g/h/parallelogrammum, æquum eſt ipſi c/d/e/f/parallelogrammo:ſunt enim in eadem baſi e/f,atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h.Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ſunt æqualia:quapropter & æqualia adinuicem , per primam communem ſententiam . Idem etiam oſtendere licebit,de quacunq; parallelogrammorum diſpoſitione:hypotheſi ſeruata. Parallelogramma igitur in baſibus æqualibus:& cætera,vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.

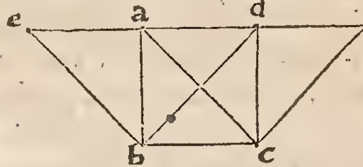
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λζ.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, Propoſitio 37.

Triangula in eadem baſi,& in eiſdem parallelis cõſtituta:adinuicem ſunt æqualia. 37

ORONTIVS. ¶Sint triangula a/b/c/& d/b/c,in eadem baſi b/c, atque in eiſdem parallelis a/d/ & b/c/ exiſtentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vſque ad puncta e/& f, per primum poſtulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c,parallela ducatur b/e:atque ipſi b/d/parallela c/f,per trigeſimamprimam propoſitionem.



Sunt itaque a/c/b/e/ & d/b/c/f/parallelogramma,& in eadem baſi b/c, atque in eiſdem parallelis b/c/& e/f,per hypotheſin conſtituta:igitur adinuicẽ æqualia,per trigeſimamquintam propoſitionem. Triangulum porrò a/b/c, dimidium eſt parallelogrammi a/c/b/e,atq; d/b/c/triangulum,dimidium ipſius d/b/c/f/parallelogrammi:dimetientes enim a/b/& c/d,ipſa bifariam ſecant parallelogramma,per trigeſimamquartã propoſitionem.Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem , per ſeptimam communem ſentẽtiam. Igitur a/b/c/triangulum,æquum eſt d/b/c/triangulo.Ergo triangula in eadem baſi:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oſtendendum fuerat.

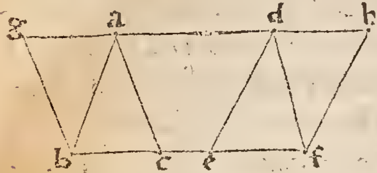
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, Propoſitio 38.

Triangula in æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 38

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in basibus æqualibus b/c/& e/f, in eisdémque parallelis a/d/& b/f/cõstituta. Aio triangulum a/b/c, æquum esse d/e/f/triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vsque ad g/& h/puncta, per secundum postulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atque per f/pũctum, ipsi d/e/parallela f/h, per trigesimam primam propositionem. Sunt igitur a/c/b/g/& d/e/f/h/parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in



eisdem parallelis b/f/& g/h/per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigesimamsextam propositionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/& d/f/bifariam secantur, per trigesimamquartam propositionem. Est igitur a/b/c/triangulum, dimidium ipsius a/c/b/g/parallelogrammi: atque triangulum d/e/f, ipsius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia, per septimam communem sentẽtiam. æquum est igitur triangulum a/b/c, ipsi d/e/f/triangulo. Triangula itaque in æqualibus basibus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.

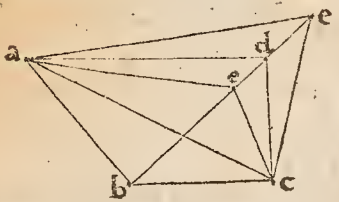
Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λθ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 29, Propositio 39.

39 Triangula æqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. *Conuersa 37.*

ORONTIVS. ¶Sint in eadem basi b/c, atque ad easdem partes a/& d, triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico quòd ex a/in d/connexa linea recta, ipsi b/c/est parallela. Si nanque a/d, non fuerit parallela ipsi b/c: poterit per datum punctum a, ipsi b/c/duci parallela, per trigesimamprimam propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e: quæ vel incidet sub a/d, aut supra. Cadat primò infra, si possibile sit: & per primũ postulatum connectatur recta c/e. quæ cùm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c, in b/d/subtensum latus extendatur: diuidet ipsum d/b/c/triangulum. Erunt itaque a/b/c/& e/b/c/triangula, in eadem basi b/c, ac in eisdem parallelis a/e/& b/c constituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamseptimam propositionem. Eidem porrò a/ *Prima ostensionis differentia.*



b/c/triangulo, æquum est d/b/c/triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidẽ a/b/c/ triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Triangulum ergo d/b/c, æquum erit ipsi e/b/c, maius scilicet minori, seu (mauis) totum suæ parti: quod non est possibile. Non cadit igitur a/e/parallela, sub a/d. ¶Idem sequetur inconueniens, si eadem a/e/ detur incidere super a/d. Producta enim b/d/per secundum postulatum, conueniet tandem cum ipsa a/e, per quintum postulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad easdem partes a/b/d/& b/a/e/minores duobus rectis (nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigesimænonæ propositionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaque c/e/recta, per primum postulatum, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipsius e/b/c/trianguli. Vtrunque rursum, ipsi a/b/c/concludetur æquale (e/b/c/quidem per trigesimamseptimam propositionem, & d/b/c/per hypothesin) & e/b/c/consequenter ipsi d/b/c, totum suæ parti: quod rursum est impossibile. omne siquidem totum est sua parte maius, per nonam communem sententiam. Non cadit ergo parallela super a/d. patuit quòd nec infra. igitur ex a/in ipsum d. Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse. *Secunda differentia.*

Θεώρημα λ, Πρόθεσις μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 30, Propositio 40.

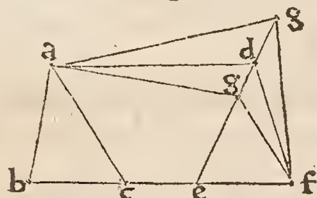
40 Triangula æqualia, in ęqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. *Conuersa 38.*

ORONTIVS. ❡Sint a/b/c/& d/e/f/triangula æqualia adinuicem, & in basibus æqualibus b/c/& e/f (in directum quidem existentibus, semper velim intelligas) atque ad easdem partes a/ & d/constituta: & connectatur a/d/recta, per primum postulatum. Aio quòd a/d, ipsi b/f/est parallela. Nam si a/d/non fuerit eidem b/f/parallela: poterit per datum punctum a, ipsi datæ lineæ b/f/alia quædam parallela duci, per trigesimamprimam propositionem. Ducatur igitur, si possibile sit: & sit a/g. Cadet itaque a/g/recta, vel supra a/d, aut infra. Quodcunque autem dederis: eam cum e/d (vtraque in directum producta) conuenire necessum est. quoniam ex a/in e/connexa per imaginationẽ linea recta, incidit in a/g/& e/d, efficiens angulos interiores & ad easdem partes a/e/d/& e/a/g/duobus rectis (veluti suprà) minores. ❡Incidat ergo primum a/g/sub a/d: & connectatur f/g, per primum postulatum, dirimens d/e/f/triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f/æquum ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamoctauam propositionem: sunt enim in basibus æqualibus b/c/& e/f/ex hypothesi, & in eisdem parallelis a/g/& b/f/ per datam constructionem. Ipsi porrò a/b/c/triangulo, æquum est per hypothesin d/e/f/triangulum. Triangula igitur d/e/f/& g/e/f, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Itaque triangulum d/e/f, æquum erit ipsi g/e/f/triangulo: maius scilicet minori, hoc est, totum suæ parti, quod per nonam communem sententiam est impossibile. ❡At si detur a/g/incidere super a/d: conuenient rursum a/g/& e/d, idémque subsequetur inconueniens. Producta siquidem e/d/in g, per secundum postulatum: connectatur rursum f/g, per primum, cadens extra d/e/f/triangulum. Túncque g/e/f/& d/e/f/triangula, eidem a/b/c/ triangulo concludentur æqualia: g/e/f/quidem per trigesimamoctauam propositionem, & d/e/f/per ipsam hypothesin. Vnde rursum totum g/e/f/triangulum, suæ parti, hoc est, d/e/f/triangulo, per primam communem sententiam æquabitur. quod per ipsam nonam communem sententiam est impossibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/verticem. Concludendũ ergo, triãgula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæpretium. ❡ Eadem quoque via, supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogramma: facta binatim, iuxta hypothesin, eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

Prima demonstrationis differentia.

Secunda pars siue differentia.

Notandum.



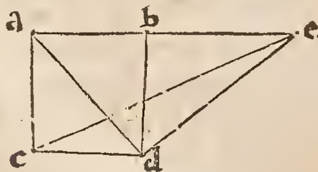
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Problema 31, Propositio 41.

SI parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eisdémque fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum est. 41

ORONTIVS. ❡Esto parallelogrammum a/b/c/d, eandẽ habens basin c/d/cum triangulo c/d/e, in eisdémque parallelis a/e/& c/d/constitutum. Aio a/b/c/d/parallelogrammum, fore duplum ipsius trianguli c/d/e. Connectatur enim a/d/recta, per primum postulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicem æqualia, per trigesimamseptimam propositionem: habent enim eandem basin c/d, súntque in eisdem parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/dimidium est ipsius a/b/c/d/parallelogrammi: secat enim illud bifariam dimetiens a/d, per trigesimamquartam propositionem. Quæ autem sunt æqualia, eiusdem sunt dimidium: per conuersam septimæ communis sententiæ. Triangulum igitur c/d/e, dimidium est a/b/c/d/ parallelogrammi: & ipsum itaque parallelogrammum a/b/c/d, eiusdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammum igitur & triangulum: &c. vt in theoremate. Quod oportebat ostendere. ❡Idem quoque demonstrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint bases, in eisdémque fuerint parallelis.



Notandum.

❡Corollarium.

❡Hinc fit manifestum, cur in dimetiendis triangulorum areis, dimidium basis ducatur in perpendicularem: aut ipsius perpendicularis dimidium, per basin ipsam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem basi, atque in eisdem collocatur parallelis cum ipso triangulo dato.

Πρόβλημα ια, Πρότασις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

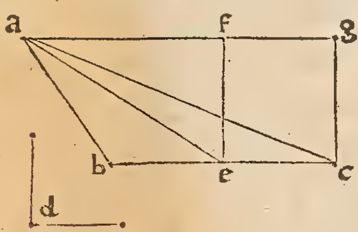
Problema 11, *Propositio* 24.

42 DAto triangulo, æquale parallelogrammum cõstituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/ triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d/ æquum parallelogrammum constituere. Diuidatur itaq; b/c/ latus bifariam in puncto e, per decimam propositionem: & connectatur a/e/ recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam rectam e/c, datúmque in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus cõstituatur f/e/c: per vigesimãtertiam propositionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/ parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipsi e/f/ parallela c/g, per trigesimamprimam propositionem. Et quoniam a/b/e/ & a/e/c/ triangula, in basibus sunt æqualibus b/e/ & e/c, atque in eisdem parallelis a/g/ & b/c/ constituta: ipsa propterea sunt adinuicem æqualia, per trigesimamoctauam propositionem. Triangulum igitur a/b/c, duplum est a/e/c/ trianguli. Atqui parallelogrammum f/e/c/g, eiusdem a/e/c/ trianguli duplum est, per quadragesimamprimam propositionem: habent nanque eandem basin e/c, in eisdémque sunt parallelis a/g/ & b/c. Quæ autem eiusdem sunt duplicia, æqualia sunt adinuicem: per sextam communem sententiam. Parallelogrammum ergo f/e/c/g, æquum ipsi a/b/ c/ triangulo dato: suscipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaque triangulo, æquale parallelogrammum constituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρότασις μγ.

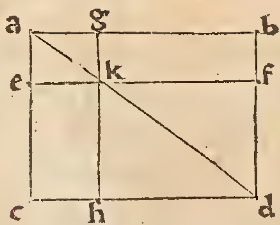
Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 32, *Propositio* 43.

43 OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur esse parallelogrammi, quando eundem cum toto possident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem constituta. Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipsum dimetientem sint e/g/ & h/f/ parallelogramma, supplementa verò sint e/h/ & g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam secatur à dimetiente a/d, per trigesimamquartam propositionem: igitur a/b/d/ triangulum, æquum est ipsi triangulo a/c/d. Dimetiens insuper a/k, bifariam secat e/g/ parallelogrãmum, necnon & k/d/ ipsum h/f, per eandem trigesimamquartam propositionem. æquum est igitur a/e/k/ triangulum, ipsi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipsi k/f/d/ triangulo. Si autem æqualibus triangulis æqualia iungantur triangula: omnia erunt æqualia, per secundam communem sententiam. Triangula itaque a/e/k/ & k/h/d, triangulis a/g/k/ & k/f/d/ sunt æqualia. Patuit autem quòd & totũ a/b/d/ triangulum, toti triangulo a/c/d/ itidẽ coæquatur. Porrò si ab æqualibus triangulis, æqualia subducantur triangula: quæ relinquẽtur æqualia erũt, per tertiam communẽ sentẽtiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/ & k/f/d, ab ipso a/b/d/ triangulo, atque a/e/k & k/h/d/ triangulis, ab ipso triangulo a/c/d: relinquentur g/f/ & e/h/ supplemẽta adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Parallelogrã-ma circa dimetientem. supplementa.



Πρόβλημα ιβ, Πρότασις μδ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 12, Propositio 44.

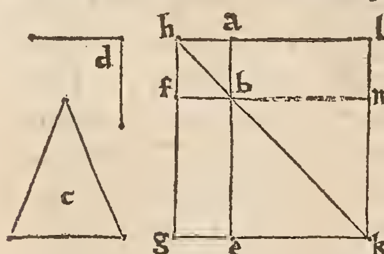
AD datam rectam lineam : dato triangulo, æquale parallelogram- 44
mum construere, in dato angulo rectilineo.

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Constituere parallelogrammum ad datam lineam rectam,& in dato angulo rectilineo,est ipsam lineam datam coassumere in latus eiusdem parallelogrammi:sic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipsi angulo dato.Esto igitur data linea recta a/b: ad quam oporteat constituere parallelogram-

Constructio figuræ.

mum,dato triangulo c/æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vsque ad punctum e,per secundum postulatum:& ad datam rectam lineam b/e,ad datúmque in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus constituatur f/b/e,per vigesimamtertiam propositionem. In ipso consequenter angulo f/b/e,dato triangulo c,æquale construatur parallelogrammum f/g/e/b,per quadragesimamsecundam propositionem:extendatúrq; g/f/ in directum vsq; ad h, per secundum postulatum.Per datum insuper punctum a, vtrique & f/b/& g/e/parallela ducatur h/a,per trigesimam primam propositionem:connectatúrque,per primum postulatum,dimetiens h/b.Et quoniam in rectas g/e/& h/b,recta incidens h/g/interiores angulos & ad easdem partes g/h/b/& h/g/e,duobus rectis minores efficit(nempe minores ipsis g/h/a/& h/g/e, qui binis rectis per vltimam partem vigesimænonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/& h/b,in infinitum ad partes b/& e/productæ,per quintum postulatum.Producantur igitur,per secundum postulatum:& concurrant in puncto k.Per idem rursum postulatum, extendantur f/b/ & h/a,vsque ad puncta l/& m:& per datum punctum k,vtrique h/



Demonstratio nis resolutio.

g/ & a/e/parallela ducatur k/l,per trigesimamprimam propositionem.¶His ita constructis, quoniam h/g/k/l/parallelogrammi,eorum quæ circa dimetientem h/k/sunt parallelogrammorum supplementa,sibi inuicem sunt æqualia,per quadragesimamtertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum a/b/m/l, ipsi f/b/e/g/ parallelogrammo. Eidem porrò f/b/e/g/parallelogrammo,æquũ est datum c/triangulum,per quadragesimamsecundam propositionem: ita enim constructum est.Igitur parallelogrammum a/b/m/l,ipsi triangulo c/per primam communem sententiam coæquatur.Est autem & a/b/m/ angulus,ei qui ad d/ æqualis : vterque enim æquatur ipsi f/b/e, a/b/m/quidem per decimamquintam propositionem,qui ad d/verò per vigesimamtertiam.Coassumitur præterea data linea recta a/b,in latus ipsius a/b/l/m/parallelogrammi.Ad datam igitur lineam rectam a/b,dato triangulo c,æquale parallelogrammum construitur a/b/m/l, in dato angulo rectilineo a/b/m,ei qui ad d/æquali.Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις με.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 13, Propositio 45.

DAto rectilineo, æquale parallelogrammum constituere,in dato an 45
gulo rectilineo.

ORONTIVS.¶Sit datum rectilineum a/b/c/d:cui oporteat construere æquale parallelogrammum,in dato angulo rectilineo qui ad e.Connectatur ergo b/c/recta,per primùm postulatum.& dato a/b/c/triangulo,æquale parallelogrammum cõstituatur f/g/h/k, in dato angulo rectilineo f/h/k,ei qui ad e/æquali: per quadragesimamsecundã propositionem. Ad datam insuper rectam lineam g/k,dato b/c/d/triangulo, æquum construatur parallelogrammum g/k/l/m,in dato angulo rectilineo g/k/m,æquali eidem qui ad e:per antecedẽtem quadragesimamquartam propositionem. Ostendendum est itaque primùm, hæc duo

Quòd cõstructa parallelogramma,unũ efficiãt parallelogrãmum.

parallelogramma vnum efficere parallelogrammum:quod ita fit manifestum.Quoniam anguli f/h/k/& g/k/m, eidem angulo qui ad e/sunt æquales,per constructionem: sunt igitur æquales adinuicem,per primam communem sententiam. Addatur vtriq; communis angulus g/k/h:igitur anguli g/k/h/& g/k/m,sunt per primam communem sententiam,æquales angulis f/h/k/& g/k/h.Eisdem porrò angulis f/h/k/& g/k/h, duo anguli recti sunt æquales, per vltimam partem vigesimænonæ propositionis:anguli igitur g/k/h/& g/k/m,binis sunt rectis æquales,per eandem primam communem sententiam.In directũ est igitur h/k,

ipſi k/m, per decimamquartam propoſitionem. Rurſum quoniam angulus f/g/k, oppoſito qui ad h/ per trigeſimamquartam propoſitionem eſt æqualis: patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaq; anguli f/g/k/& g/k/m, eidem qui ad h/ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam. Communis rurſum addatur angulus k/g/l. erunt igitur f/g/k/& k/g/l/anguli, binis interioribus & ad eaſdem partes l/g/k & g/k/m, per ſecundam communem ſententiam æquales. Ipſis porrò l/g/k/ & g/k/m/ angulis, bini recti coæquantur, per eandem partem vltimam vigeſimænonæ propoſitionis: per primam ergo communem ſententiam, anguli f/g/k/& k/g/l/ſunt æquales duobus rectis. In directum eſt itaque f/g/ipſi g/l, per ipſam decimamquartam propoſitionem. Eſt autem & f/g/ipſi h/k, atque g/l/ipſi k/m, per trigeſimamquartam propoſitionem æqualis: & vtraque vtrique parallela. Igitur f/l/& h/m, per ſecundam communem ſententiam, ſunt æquales adinuicem, atque parallelæ: & eas itaque coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m, æquales & parallelæ ſunt, per trigeſimamtertiam propoſitionem. Parallelogrammum eſt igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur: & reliqua g/k/l/m/ipſi triangulo b/c/d, per ipſam cōſtructionem. Totum ergo f/l/h/k/parallelogrammum ipſi dato a/b/c/d/rectilineo eſt æquale: ſuſcipítque angulum f/h/m/æqualem dato qui ad e/ angulo. Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale conſtruximus parallelogrammum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e. Quod faciendum propoſueramus. *Demonſtrationis reſolutio.* ❡Idem quoq; licebit oſtendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus ſeparabitur triāgula. Cuilibet enim triangulo peculiare conſtruetur parallelogrammum, per quadrageſimamſecundam & quadrageſimamquartam propoſitionem: quæ ſimul vnum efficere parallelogrammum ipſi dato rectilineo æquale, haud diſſimili diſcurſu conuincentur. *Notandum.*

Πρόβλημα ιδ΄, Πρόθεσις μϛ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, *Propoſitio* 46.

46 EX data recta linea, quadratum deſcribere.

ORONTIVS. ❡Eſto data linea recta a/b: ex qua ſit operæpretium deſcribere quadratum. A dato itaque puncto a, ipſi rectæ lineæ a/b, ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propſitionem, indefinitę quidem quantitatis, donec ipſam ſuperet a/b. A qua ſecetur æqualis eidem a/b: ſítque a/d, per tertiam propoſitionem. Rurſum per datum punctum d, ipſi a/b/rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b/ipſi a/d/parallela b/e, per trigeſimamprimā propoſitionem. Parallelogrammum eſt igitur a/b/d/e: dico quòd & quadratum. *Quòd deſcriptum parallelogrammum ſit quadratū.* Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito, æquantur adinuicem: per trigeſimamquartam propoſitionem. Aequum eſt igitur latus d/e, ipſi a/b: atque b/e, ipſi a/d. Sunt autem a/b/&a/d, per conſtructionem æquales. Quatuor igitur a/b, a/d, b/e/& e/d/latera, æqualia ſunt adinuicem: quæ enim æqualibus ſunt æqualia, & adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſententiam. Aequilaterum eſt igitur a/b/d/e/parallelogrammum. Rurſum quoniam in parallelas a/b/ & d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad eaſdem partes angulos b/a/d/& a/d/e, binis rectis æquales, per vltimam partem vigeſimænonæ propoſitionis. Rectus autem eſt qui ad a/angulus: igitur & qui ad d/rectus. & qui ex oppoſito conſiſtunt ad b/& e/anguli, itidem recti ſunt: per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. Rectangulum eſt igitur a/b/d/e/parallelogrammum. Patuit quòd & æquilaterum: ergo quadratum, per trigeſimam diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum deſcripſimus. Quod oportuit feciſſe.

❡*Corollarium.*

❡Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata deſcribuntur, æqualia ſunt adinuicem: & ediuerſo. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, ſunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore deſcribitur.

Θεώρημα λγ, Πρόθεσις μζ.

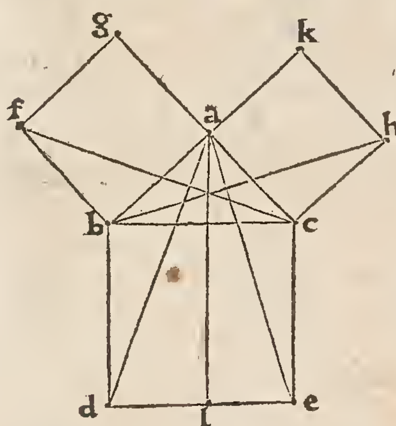
Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, Propositio 47.

IN rectangulis trangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quę fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus. 47

ORONTIVS. ¶Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/& a/c/lateribus contentus angulus, rectus existat. Dico quòd descriptum ex b/c/quadratum, ijs quæ ex b/a/& a/c/fiunt quadratis, est æquale. Describantur ergo quadrata, per quadragesimamsextam propositionem: ex b/c/quidem quadratum b/c/d/e, ex a/b/verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/quadratum a/c/h/k. Deinde per a punctum, vtrique b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimamprimam propositionem. Parallelogramma igitur erunt b/l/& c/l/quadrangula. Connectantur denique a/d/& c/f/lineæ rectæ: per primum postulatum. Et quoniam ad rectam lineam a/b, atque ad eius punctum a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/ g/ non ad easdem partes ductæ, angulos vtrobique rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctum a/consistunt anguli) in directum est igitur a/c/ipsi a/g: & a/b/consequenter ipsi a/k, per decimamquartam propositionem. Parallelæ itaque sunt b/f/& c/g: similiter & b/k/atque c/h. Cum porrò omnes anguli recti sint adinuicem æquales, per quartum postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/angulo, per secundam communem sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimam diffinitionem, æqualis est a/b/ipsi b/f, atque b/c/ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/& b/d/trianguli a/b/ d, duobus lateribus f/b/& b/c/ trianguli f/b/c/æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos a/b/d/& f/b/c. Basis ergo a/d/basi f/c, & triangulum a/b/ d/triangulo f/b/c, per quartam æquatur propositionem. Ipsius porrò trianguli a/b/d, duplum est b/l/parallelogrammum, in eadem basi b/d, atque in eisdem parallelis a/l/& b/d/constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/quadratum, duplum ipsius f/b/c/trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdémque consistunt parallelis f/b/& g/c. Quæ autem æqualium duplicia sunt, & adinuicem sunt æqualia: per sextam communem sententiam. Igitur b/l/parallelogrammum, æquum est/a/b/f/g/quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/ l/parallelogrammum, æquum esse a/c/h/k/parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/& b/h/lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/& b/c/h/triangula adinuicem æqualia. Etcùm c/l/parallelogrammum duplum sit a/c/e/trianguli, & quadratū a/c/ h/k/ipsius b/c/h/trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimamprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/& c/ l/parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratū ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/& a/c/h/k/descriptis ex a/b/& a/c/quadratis. In rectangulis itaque triangulis: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod expediebat demonstrare.

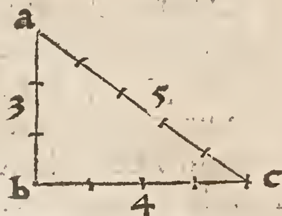
Alterius partis demõstratio.



Reliquæ partis ostensio.

Notandum.

¶Hoc spectabile & semper admirandum theorema, Pythagoras in his fertur offendisse numeris, 3, 4, 5: velut ex obiecta potes elicere figura. in qua angulus qui ad b, rectus est: & qualiū partium a/b/ latus est trium, & b/c/quatuor, talium a/c/rectū subtendens angulum 5/reperitur. Quinquies porrò 5, faciunt 25: ter 3 verò/9, & quater 4/sedecim. atqui 9 & 16/conficiunt 25.



¶Corollarium,

¶In triangulis itaque rectangulis, duobus lateribus datis, ipsorum adminiculo, deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subductionem adinuicem, & lateris seu radicis eorundem inuestigationem. Nam cognitis (verbi gratia) a/b/& a/c/lateribus, vtrunque in sese multiplicetur & quadratum ipsius a/b/à quadrato ipsius a/c/subducatur: relinquetur enim quadratum quod fit ex b/c, cuius radix quadrata ostendet ipsius b/c/longitudinem. Haud dissimiliter cognitis b/c/& a/c/lateribus, cognoscetur ipsius a/b/longitudo. Subductis enim 9/à 25, relinquentur 16: quorum radix est 4. Atq; subtractis 16/à 25, relinquentur 9: quorum radix est 3. Idem velim habeas iudicium, de cæteris quibuscunque similibus. Quemadmodum in dimetiendis rerum longitudinibus,

passim obseruari comprobabis.

Θεώρημα λδ, Πρόθεσις μη.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, *Propositio* 48.

48 I trianguli quod ad vno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ à reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. *Conuersa præcedentis.*

ORONTIVS. ¶Esto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratũ, æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiunt quadratis: aio propterea, angulum b/a/c/fore rectum. A dato enim puncto a, datæ lineæ a/c, perpendicularis excitetur a/d: per vndecimam propositionem. Et per tertiam propositionem, ponatur a/d/ipsi a/b/æqualis: connectatúrque c/d/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur a/b/ipsi a/d/sit æqualis: æquum est quod ex a/b/quadratum, ei quod fit ex a/d, per corollarium quadragesimæsextæ propositionis. Addatur vtrique, id quod ex a/c/quadratum. Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis: per secundam communem sententiam. Eis autem quæ ex a/c/& a/d/ quadratis, æquũ est quòd ex c/d, per antecedẽtem quadragesimamseptimã propositionem: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porrò quæ ex a/b, & a/c, æquũ est quòd ex b/c/ quadratum: per hypothesin. Quæ autẽ æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicem/ per primam communem sentẽtiam. Quadratum igitur quod ex b/c, æquum est ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis est ergo b/c/ipsi c/d: æqualia enim quadrata sunt, quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ipsi a/b/æqualis, & a/c/vtrique communis. Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c, binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/sunt alternatim æqualia: basis quoque b/c, basi c/d/æqualis. Angulus igitur b/a/c, angulo c/a/d, per octauam propositionem est æqualis. Est antem c/a/d, angulus rectus, per constructionem: & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaque quod ab vno laterum fit quadratum, æquale fuerit eis quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur quadratis: angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. Quod tandem ostendendum susceperamus.



Primi Libri Geometricorum Elementorum, Ex Orontij Finæi Delph. Regij Mathematicarum professoris, recẽns aucta & emendata traditione,

FINIS.



Orontij Finæi Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙ'ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Parallelogrammum rectangulum.



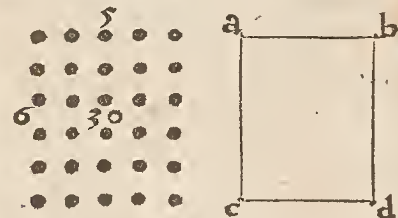
Omne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri. 1

Quid parallelogrammum. *Quot parallelogrammorũ genera.*

ORONTIVS. ¶Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, sub oppositis lateribus adinuicem æqualibus comprehēsa. Sunt autem parallelogrammorum quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigesimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunque porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: continetúrque sub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarũ altera in reliquam abstractiuè ducta, ipsum efficit parallelogrammum.

Exemplum.

¶Vt ex a/b/c/d/potes elicere parallelogrammo: quod sub a/b/& a/c/lateribus, rectum qui ad a/comprehendentibus angulum, cõtinetur. Non potest enim angulus qui ad a/fore rectus, quin per vigesimamnonam & trigesimamquartam propositionem libri primi, reliqui tres anguli sint itidem recti. Imaginanda est igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctum b/describere latus b/d. vel a/c/rectam, venire recto fluxu in b: atque punctum c/efficere latus c/d. Ita enim abstractiuè describuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum similitudinem, numerus per alium quenuis numerum multiplicatus, planum atque rectangulum efficit numerum: vti subiecta videtur indicare figura, in qua 6/vnitates per 5/multiplicatæ, reddunt 30/planum & rectangulum numerum.



¶*Corollarium.*

¶Quemadmodum igitur æquales numeri per numeros æquales multiplicati, æquales inuicem procreant numeros: haud dissimiliter sub æqualibus rectis comprehensa rectangula, æqualia sunt adinuicem.

Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτῶν, ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

Quid gnomon.



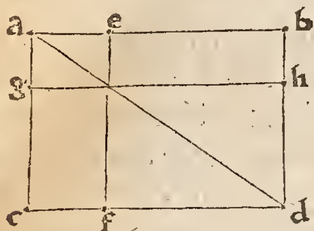
Omnis parallelogrammi, loci eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrammorum, vnumquodque eorum cum binis supplementis, gnomon vicetur. 2

ORONTIVS. ¶Quanquàm gnomonem, propriè intelligamus rectangulum: accipitur

tamen suprà scripta gnominis diffinitio, pro quacunque figura ex duobus cuiusuis oblati parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrammorum comprehensa. Diximus autem quadragesimatertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶Sit igitur a/b/c/d/parallelogrammum, & illius dimetiens a/d: circa verò dimetientem consistant g/e/ & f/h/parallelogramma, atque illorum supplementa g/f/& e/h. Dico itaque g/e/ parallelogrammum, vnà cum binis supplementis g/f/& e/h: gnomonem efficere f/g/e/h, seu f/a/h. Cui si addatur f/h/ parallelogrammum: totum integrabitur a/b/c/d. aut si eidem f/h/parallelogrammo, gnomon circunponatur f/g/e/h: non mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiusmodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Vide 43. primi.

Gnomonis exemplum.



Cur tales assumpti gnomones.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

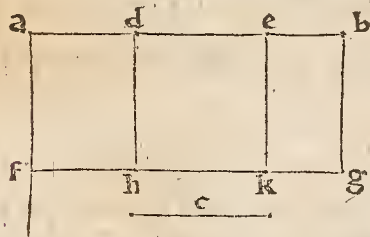
Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπὸ τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, *Propositio* 1.

1 

SI fuerint binæ lineæ, secetúrque ipsarum altera in quotcunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶Sint binæ rectæ lineæ a/b/& c: quarũ altera, vtpote a/b, secetur in quotcunque, vtpote in a/d, d/e, & e/b/segmenta. Aio quòd sub a/b/& ipsa c/comprehensum rectangulũ: æquum est eis, quę sub c/& a/d/& d/e/atque e/b/comprehendũtur rectãgulis. A dato enim puncto a, datæ rectæ lineę a/b, recta quædã linea, per vndecimã primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedẽs datã lineam c: à qua secetur æqualis eidẽ c, per tertiam eiusdẽ primi, sitque a/f. Per datum insuper punctum f, ipsi a/b/ parallela ducatur f/g: atque per ipsa b, d, & e/puncta, ipsi a/f/parallelæ ducãtur b/g, d/h, & e/k, per trigesimamprimam ipsius primi, quæ per trigesimamquartam eiusdem primi parallelæ erunt adinuicem. Rectangula igitur sunt, a/b/f/g, a/h, d/k, & e/g/parallelogrammi: per vigesimamnonam, & trigesimamquartam primi. Quælibet insuper/& b/g/& d/h/& e/k, ipsi a/f/est æqualis, per eandem trigesimamquartam primi. eidem quoque a/f/est æqualis c. omnes igitur adinuicem, atque ipsi c/sunt æquales: per primam communem sententiam. Quod igitur sub c/& a/d/continetur rectangulum, æquum est ipsi a/h: & quod sub c/& d/e, ipsi d/k: atque id quod sub eadem c/& e/b, ipsi e/g/rectangulo æquale. sub æqualibus enim rectis lineis æqualia comprehendũtur rectãgula: per corollarium primæ diffinitionis huius secundi libri. Ipsis porrò a/h, d/k, & e/g/rectangulis, æquum est a/b/f/g/rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) Quæ igitur sub c, & a/d, d/e, atque e/b/segmentis continẽtur rectangula, æqualia sunt (per primam communem sententiam) ipsi a/b/f/g/rectangulo. Eidem rursum a/b/f/g/rectangulo, æquum est id quod sub a/b/& c/continetur: conprehenditur enim sub a/b, & a/f/quæ ipsi c/data est æqualis. Quæ autem eidem sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicem: per primam communem sententiam. Quod igitur sub datis rectis lineis a/b/& c/continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub insecta c, & quolibet ipsius a/b/segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.



Ex hac propositione numerorum ab Arithmeticis tradita colligitur multiplicatio.

Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

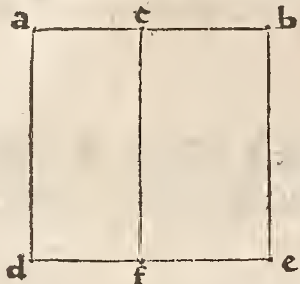
Theorema 2, Propoſitio 2.



I recta linea ſecetur vtcunq;:quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum rectangula comprehenduntur,æqualia ſunt ei quod ex tota eſt quadrato. 2

Quid rectam lineam utcūq; ſecari.

ORONTIVS. ¶Recta linea vtcunque ſecari dicitur,quæ in quouis dato illius puncto, abſque partium determinata ratione,indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/linea recta,quæ vtcunque ſecetur in c. Dico quòd ſub a/b/& a/c,atque ſub eadem a/b/& c/b/ comprehenſa rectangula:æqua ſunt ei,quod ex tota a/b/fit quadrato . Ex data nanque a/b,quadratum deſcribatur a/b/d/e:per quadrageſimamſextam primi.Et per datum punctum c, vtrique & a/d/& b/e/parallela ducatur c/f:per trigeſimamprimam eiuſdem primi libri propoſitionem.



Rectangula igitur ſunt, a/f/& c/e/parallelogramma:atq; ipſum a/f/ſub a/d/& a/c, ipſum verò c/e/ſub c/b/& b/e , per primam huius diffinitionem comprehenſum . Et quoniam a/b/ & a/ d/ ſunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipſarum altera , ſcilicet a/b, ſecta eſt in a/c/& c/b/ſegmenta,ex hypotheſi.Quæ igitur ab inſecta a/d , & vtroque ſegmento a/c/& c/b/continentur rectangula:æqua ſunt ei,quod ſub duabus lineis rectis a/b/& a/d/comprehenditur rectangulo, per primam huius ſecundi propoſitionem.Atqui b/e/ipſi a/d,& vtraque ipſi a/b,per trigeſimam diffinitionem primi eſt æqualis:& ſub æqualibus rectis æqualia continentur rectangula . Eſt inſuper a/b/d/e/rectangulum,id quod ex ipſa a/b/fit quadratum. Quæ ſub tota igitur a/b,& quolibet ſegmento a/c/& c/b,rectangula comprehenduntur : æqualia ſunt ei quod ex tota a/b/eſt quadrato. Quod erat oſtendendum.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

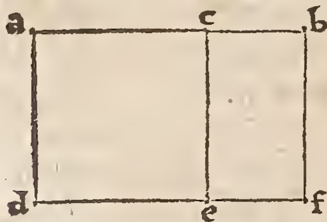
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3, Propoſitio 3.



I recta linea ſecetur vtcunque:rectangulum ſub tota & vno ſegmentorum comprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo,& ei quod ex prędicto ſegmento fit quadrato. 3

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/recta linea , vtcunque ſecta in puncto c.Aio quòd ſub tota a/b,& altero ſegmentorum,vtpote a/c,comprehenſum rectangulum:æquum eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ſegmentis rectangulo continetur,& ei quod ex eodem ſegmento a/c/fit quadrato . Deſcribatur enim ex a/c,quadratum a/c/d/e: per quadrageſimamſextam primi.& producatur d/e/in directum vſq; ad f, per ſecundum poſtulatum. Per punctum denique b,vtriq; & a/d/& c/e/ parallela ducatur b/f:per trigeſimamprimam ipſius primi.Rectangula igitur ſunt a/f/& c/f/ parallelogramma,per primam huius diffinitionem. Et quoniam a/b/& a/d/binæ quædã vidētur eſſe lineæ rectæ:quarum altera,vtpote a/b,ſecta eſt per hypotheſin in a/c/& c/b/ſegmēta. Sub duabus igitur lineis rectis a/b/& a/d/comprehēſum rectangulũ a/f, æquũ eſt eis quæ ab inſecta a/d/& quolibet ſegmento a/c/& c/b/cõtinentur rectangulis:per primam huius ſecundi propoſitionē,hoc eſt,rectãgulis a/e/& c/f.Atqui a/f/rectãgulo, æquum eſt id quod ſub tota a/b/& ſegmento a/c/continetur:nam a/d/ipſi a/c/eſt æqualis,per trigeſimam diffinitionem primi.A/e/porrò quadratũ,quod ex eodem ſegmēto a/c/deſcribitur. Rectangulo deniq; c/f,æquũ eſt id quod ſub a/c/& c/b/ſegmentis cõtinetur:eſt enim c/e/ eidē a/c,per ipſius quadrati diffinitionē æqualis.Quod igitur ſub tota a/b,& altero ſegmētorum,vtpote a/c/comprehenditur rectãgulum,æquum eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ſegmentis fit rectangulo,& ei quod ex prædicto ſegmento a/c/eſt quadrato . Si recta igitur linea ſecetur vtcunq;:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod oſtēdere oportebat.



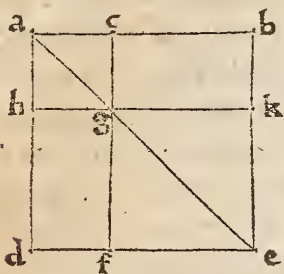
Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

E Ἂν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propoſitio 4.

4 I recta linea ſecetur vtcunque: quadratum quod fit ex tota, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex ſegmentis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/linea recta, quæ ſecetur vtcunque in puncto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/b, æquum eſſe eis quæ ex a/c/& c/b/ſegmentis deſcribuntur quadratis, & bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenſo rectangulo. Deſcribatur in primis ex a/b, quadratum a/b/d/e: per quadrageſimamſextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens, per primum poſtulatum. & per datum punctum c, vtrique a/d/& b/e/parallela ducatur c/f, ſecans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum denique g, ipſis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k: per trigeſimamprimam eiuſdem primi. Cùm igitur a/b/d/e/ſit quadratũ, æqualis eſt a/b/ ipſi b/e: per trigeſimã ipſius primi diffinitionẽ. Iſoſcelis igitur a/b/e/ trianguli, qui ad baſin a/e/ fiunt anguli, hoc eſt b/a/e/ & a/e/b, ſunt per quintam primi adinuicem æquales. Eiuſdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis ſunt rectis æquales: per trigeſimamſecundam eiuſdem primi. Rectus eſt autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/ & a/e/b, vni recto ſunt æquales. ſunt autem & æquales adinuicem: vterque igitur dimidium eſt anguli recti. Trianguli rurſum a/c/g/tres anguli, duobus rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, coæquantur. angulus porrò a/c/g, rectus eſt: nempe æqualis interiori, & ad eaſdem partes qui ad b, per vigeſimamnonam ipſius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c, vni recto ſunt æquales. ſed angulus c/a/g, dimidio recti æqualis præoſtenſus eſt: & a/g/c/igitur angulus, recti itidem eſt dimidius. Aequus eſt propterea angulus c/a/g/ipſi a/g/c: per primam communem ſententiam. Et latus conſequenter a/c, lateri c/g, per ſextam primi æquale. Eſt autem & a/h/latus, ipſi c/g, nec non h/g, ipſi a/c/æquale: per trigeſimamquartam eiuſdem primi. Aequilaterum eſt itaque a/c/g/h/parallelogrammum. Aio quòd & rectangulum: nam angulus qui ad/a, rectus eſt. Rectangulum porrò ſub duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus, per primam huius diffinitionem, contineri dicitur. Quadratum eſt igitur a/c/g/h: & æquum ei quod ex a/c. Haud diſſimili diſcurſu, f/k/parallelogrammum, quadratum eſſe conuincetur: & æquale ei quod ex c/b. Nam æqualis eſt g/k/eidem a/c, per eandem trigeſimamquartam primi. Et quoniam æquum eſt h/f/ſupplementum ipſi c/k, per quadrageſimamtertiam primi: & eidem c/k, id quod ſub a/c/& c/b continetur æquale (nam a/c/ oſtenſa eſt æqualis ipſi c/g) & proinde æquale ipſi h/f. Rectangulis igitur c/k/& h/f, æquum eſt id quod bis ſub ſegmentis a/c/& c/b/conprehenditur rectangulum. Oſtenſum eſt autem quæ ab eiſdem ſegmentis fiunt quadrata, ipſis a/g/& g/e/quadratis fore æqualia. Quæ igitur ex a/c/& c/b/ſegmentis fiunt quadrata, & id quod bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenditur rectangulum: ipſis a/g, g/e, c/k, & h/f, ſunt æqualia. Eiſdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum eſt quadratum a/b/d/e, ex ipſa a/b/deſcriptum: nempe totum ſuis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/fit quadratum: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex a/c/& c/b/ſegmentis, & ei quod bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonſtrandum.



Hoc theorema à nonnullis aliter demonſtratur: ſed hæc demõſtratio eſt omnium clariſſima.

¶*Corollarium.*

¶Parallelogramma igitur, quę circa quadrati dimetientem conſiſtunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifeſtum.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

E Ἂν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Theorema 5, Propoſitio 5.

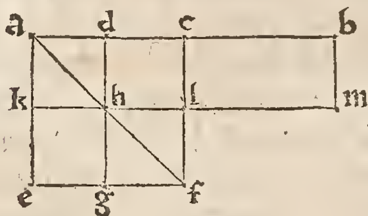


I recta linea ſecetur in æqualia,& non æqualia : rectangulum comprehenſum ab inæqualibus ſectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum,æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato. 5

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/linea recta:quæ bifariam ſecetur in puncto c,atque in nõ æqualia,in puncto d.Aio quod ſub a/d/& d/b/comprehẽſum rectangulum,vnà cum eo quod ex d/c/quadrato:æquum eſt ei,quod ex a/c/dimidia fit quadrato.

Conſtructio figuræ. Deſcribatur ergo ex a/c,quadratum a/c/e/f: per quadrageſimamſextam primi.& connectatur dimetiens a/f,per primum poſtulatum.per punctum inſuper d,vtrique a/e/& c/f/parallela ducatur d/g,ſecans a/f/dimetientem in puncto h . Rurſum per datum punctum h, ducatur k/l/ m, ipſis a/b/& e/f/parallela:per trigeſimamprimam ipſius primi . tandem per punctum b,ipſis a/k/& c/l/ parallela ducatur b/m:per eandem trigeſimamprimam primi.

Demonſtratio theorematis. His ita conſtructis,quoniam ſupplementum g/k,æquum eſt ſupplemento d/l , per quadrageſimamtertiam ipſius primi:addatur cõmune a/h. totũ ergo a/ g rectangulum,toti a/l/rectangulo,per ſecundã communem ſententiam erit æquale. At c/m/rectangulum,eidem a/l/eſt æquale, per trigeſimamſextam eiuſdẽ primi : ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/& c/b,& in eiſdem parallelis a/b/& k/m. Et a/g/itaq; rectangulum,ipſi c/m , per primam communem ſententiam eſt



æquale. Addatur rurſum commune rectangulum d/l . Et d/m/igitur rectangulum,per eandem ſecundam communem ſententiam,æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/rectangulo, æquum eſt id quod ſub a/d/& d/b/continetur:quadratum eſt enim a/h,per corollarium quartæ propoſitionis huius : & æqualis propterea a/d/ipſi d/h,ſub qua & d/b,ipſum d/m/comprehenditur rectangulum. Quod igitur ſub a/d/& d/b/continetur rectangulum,æquum eſt per primã communem ſententiam gnomoni g/a/l. Addatur tandem ei quod ſub ad &d/b/ continetur rectangulo,quadratum quod fit ex d/c: & ipſi gnomoni g/a/l,quadratum h/f/ei quod ex d/c/fit æquale(fit enim ex h/l,quæ ipſi d/c/per trigeſimamquartam primi eſt æqualis.) Comprehenſum igitur ſub a/d/ & d/b/rectangulum , vnà cum quadrato quod ex c/d, æquum eſt per primam communem ſententiam gnomoni g/a/l,atque ipſi quadrato h,f. Ipſis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f,æquum eſt a/c/e/f,quod à dimidia a/c/deſcriptum eſt quadratum . Quod igitur ſub a/d/ & d/b/ inæqualibus ſectionibus continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum d/c, æquum eſt per primam communem ſententiam ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua:vt in theoremate. Quod eſtendendum ſuſceperamus.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 6, Propoſitio 6.

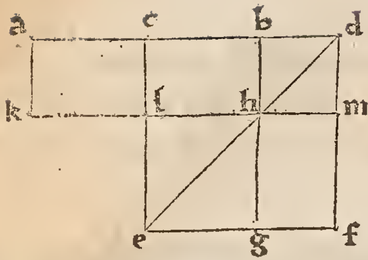


I recta linea bifariam ſecetur, adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectũ:rectangulũ cõprehenſum ſub tota cũ appoſita & appoſita,vnà cũ quadrato quod fit à dimidia,æquũ eſt ei quod ex coniecta ex dimidia & appoſita,tanquam ex vna deſcripto quadrato. 6

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/linea recta,ſecta bifariam in puncto c:cui recta quædã linea b/d/in directum adijciatur. Dico,quod ſub a/d,& d/b/comprehẽſum rectãgulum,vnà cum eo quod ex c/b/quadrato:æquũ eſt quadrato quod ex c/d.

Figuræ compoſitio. Fiat enim ex c/d, quadratũ c/d/ e/f/per quadrageſimamſextam primi:& connectatur e/d,per primum poſtulatum. Per punctum inſuper b,vtriq; c/e/& d/f,per trigeſimamprimã eiuſdẽ primi,parallela ducatur b/g, quæ ſecet dimetientem e/d/in puncto h. Rurſum per punctum h,ducatur k/l/m,ipſis a/d/& e/f/parallela:necnon per a/punctũ,vtriq; c/l/& d/m/parallela a/k,per eandẽ trigeſimamprimam primi.

Oſtenſionis deductio. Cùm igitur a/c/æqualis ſit ipſi c/b/per hypotheſin, & a/d/ipſi k/m/parallela: æquum eſt a/l/parallelogrammum,ipſi c/h/parallelogrammo,per trigeſimamſextam primi.



Eidem porrò c/h, æquum eſt h/f/ſupplementum: per quadrageſimamtertiam eiuſdẽ primi. Et a/l/igitur ipſi h/f, per primam cõmunẽ ſententiam eſt æquale. Addatur vtriq; æqualiũ, commune rectangulum c/m. totum igitur a/m/rectãgulum, gnomoni l/d/g, per ſecundã communẽ ſententiam æquabitur. Atqui a/m/rectãgulo, æquum eſt id quod ſub a/d/& d/b/comprehenditur rectangulũ: continetur enim ſub a/d/& d/m, quæ eſt æqualis ipſi d/b, nam b/m/quadratum eſt, per corollarium quartæ huius ſecundi. Comprehenſum igitur ſub a/d/& d/b/rectangulum, æquum eſt gnomoni l/d/g. Addatur rurſum ei quod ſub a/d/& d/b/cõtinetur rectãgulo, quadratum quod ex b/c: ipſi porrò gnomoni l/d/g, quadratũ l/g/ ei quod ex b/c/fit æquale (nam b/c/ipſi h/l/per trigeſimãquartã primi eſt æqualis, & ipſum l/g, per corollarium quartæ huius quadratũ.) Quod igitur ſub a/d/& d/b/continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex b/c/fit quadrato: æquũ eſt gnomoni l/d/g, & ipſi quadrato l, g. Eiſdem porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/g: æquum eſt c/d/e/f/quadratum. Rectãgulum igitur ſub a/d, hoc eſt ſub tota a/b/cum adpoſita b/d, & ipſa b/d/adpoſita comprehenſum, vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æquum ei eſtquod fit ex c/d, hoc eſt ex dimidia c/b, & adpoſita b/d, tanq̃ ex vna deſcripto quadrato. Quod demõſtrare fuerat operæpreciũ.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ᾽ ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

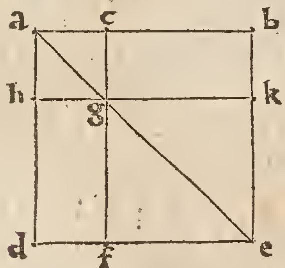
Theorema 7, Propoſitio 7.

7 SI recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Data enim recta linea a/b, vtcunq; ſecetur in puncto c. Aio ex tota a/b/& vno ſegmentorum, vtpote a/c, vtraque deſcripta quadrata: æqualia fore ei quod bis ſub a/b/& a/c/continetur rectangulo, & ei quod ex c/b/fit quadrato. Ex ipſa enim a/b/deſcribatur quadratum a/b/d/e, per quadrageſimamſextam primi: & connectatur a/e/dimetiens, per primum poſtulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ipſis a/d/& b/e/parallela, ſecans a/e/dimetientem in g. & per idem punctum g, vtriq; a/b/& d/e/parallela rurſum ducatur h/k: per trigeſimamprimam primi. Erunt igitur h/c/& f/k/parallelogramma, circa dimetientem a/e/conſiſtentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k/& h/f/ſupplementa, ſunt per quadrageſimamtertiam ipſius primi adinuicem æqualia: addatur vtriq;, commune quadratũ h/c. Totũ igitur rectangulũ a/k, toti a/f, per ſecundã communẽ ſentẽtiam erit æquale. Eſt autem ipſi a/k/ æquum id quod ſub tota a/b, & ſegmento a/c/ continetur rectangulo: nam a/c, ipſi a/h, per quadrati diffinitionẽ eſt æqualis. Rectangulis itaq; a/k/& a/f, æquum eſt id quod bis ſub a/b/& a/c/continetur rectangulum. Eiſdem porrò a/k/& a/f/rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratũ inſuper h/c (bis enim cũ ipſis a/k/& a/f/rectangulis, includitur quadratũ h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadrato h/c, æqualis eſt ei quod bis ſub a/b/& a/c/comprehenditur rectãgulo. Addatur inſuper ei quod ſub a/b/& a/c/cõtinetur rectãgulo, quadratũ quod ex c/b: eiſdẽ porrò gnomoni f/a/k/& quadrato h/c, quadratũ f/k/ ei quod ex c/b/fit æquale (nã c/b/& g/k/æquales ſunt adinuicem, per trigeſimamquartam primi.) Quod igitur ſub a/b/& a/c/bis comprehenditur rectangulũ, vnà cum eo quod ex c/b/fit quadrato: æquum eſt gnomoni f/a/k, & ipſis f/k/& h/c/quadratis. Ipſis porrò gnomoni f/a/k, & quadrato f/k: æquum eſt quadratum a/b/d/e, nempe totum ſuis partibus integralibus. Eſt autem a/b/d/e/quadratum, id quod ex tota a/b/deſcriptum eſt: & h/c, id quod ſub a/c/ſegmento. Quod igitur ex tota a/b, & ſegmento a/c/vtraque fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota a/b, & dicto ſegmento a/c, & ei quod ſub reliquo ſegmento c/b/fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Figuræ præparatio.

Demonſtratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propoſitio 8.



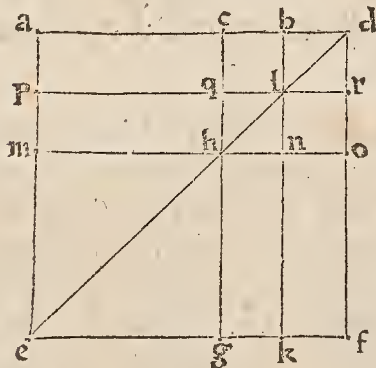
SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum comprehenſum quater ſub tota & vno ſegmẽtorum, cum eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab vna deſcripto quadrato. 8

ORONTIVS. ℂEſto a/b/recta linea, vtcunq; ſecta in puncto c. dico quòd rectangulũ quater ſub tota a/b, & vno ſegmentorum, vtpote b/c/ comprehenſum, vnà cum quadrato quod fit ex a/c: æquum eſt ei, quod ex a/b/ & eodem ſegmento b/c, tanquam ab vna deſcribitur quadrato. Producatur enim a/b/in directum verſus d, per ſecundum poſtulatum: & ponatur b/d/æqualis ipſi b/c, per tertiam primi. Ex a/d/autem deſcribatur quadratum a/d/e/f, per quadrageſimamſextam eiuſdem primi: & connectatur dimetiens e/ d, per primum poſtulatum. Per trigeſimamprimam deinde ipſius primi, per c/ & b/puncta, ipſis a/e/ & d/f/parallelæ ducantur c/g/ & b/k, dimetientem e/d/ſecantes in punctis h, l: & per eandem trigeſimamprimã, per puncta h/ & l, ipſis a/d/ & e/f/ parallelæ rurſum ducantur m/h/o/ & p/l/r.

Figuræ conſtructio.

Demonſtratio theorematis.

Et quoniam per conſtructionem, c/b/ipſi b/d/eſt æqualis: & q/l/ipſi c/b, necnon l/r, ipſi b/d, per trigeſimamquartam primi. Eſt igitur q/l/æqualis ipſi l/r, per primam communem ſententiam: quæ enim æqualibus æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem. & h/n/cõſequenter, ipſi n/o/ itidem concludetur æqualis. Parallelogrammum itaque b/r/æquum eſt ipſi c/l, & proinde q/n/ipſi l/o/parallelogrammo æquale, per trigeſimamſextã ipſius primi: ſunt enim b/r/ & c/l/ in æqualibus baſibus, ac in eiſdem parallelis conſtituta, ſimiliter & q/n/atq; l/o. Atqui c/l/ & l/o/ſupplementa eorum quæ circa dimetientem h/d/ſunt parallelogrammorum, per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi æqualia ſunt adinuicem. Igitur b/r/ & q/n/parallelogramma, æquis ſunt æqualia parallelogrammis: & æqua propterea adinuicem, per eandem primam communem ſententiam. Quatuor igitur b/r, c/l, l/o, & q/n, ſunt adinuicem ęqualia: & quadrupla cõſequenter ipſius c/l. Inſuper quoniam b/r/ & q/n/parallelogramma, per corollarium quartæ huius ſunt quadrata: æqualis eſt b/l/ipſi b/d, & q/h/ipſi q/l, per ipſius quadrati diffinitionem. Eidem porrò b/d/æqualis eſt c/b, per conſtructionem: & b/l/ igitur ipſi c/b, per primam communem ſententiam eſt æqualis. Ipſi rurſum c/b/æqualis eſt q/l, necnon c/q/ipſi b/l/æqualis, per trigeſimamquartã primi: & c/q/ igitur ipſi q/l, per eandem communem ſententiam eſt æqualis. at q/h/eidem q/l/æqualis pręoſtenſa eſt: & c/q/igitur, ipſi q/h, per ipſam primam communem ſententiam eſt æqualis. Patuit autem, quòd & h/n/ipſi n/o/itidem æqualis eſt. Parallelogrammum igitur a/q/ipſi p/h, necnon h/k/ipſi n/f/, per trigeſimamſextam primi coæquatur: ſunt enim a/q/ & p/h/ſimiliter & h/k/atque n/f/ in baſibus æqualibus/ ac in eiſdem parallelis, conſtituta. Vtrunque igitur a/q/ & p/h, dimidium eſt ipſius a/h: necnon vtrunque h/k/ & n/f, ipſius h/f/dimidium. Et quoniam a/h/ & h/f/ſupplementa eorum quæ circa dimetientem e/d/ſunt parallelogrammorum, æqualia ſunt adinuicem, per quadrageſimãtertiam primi: & quæ æqualium ſunt dimidium, ea ſunt adinuicem æqualia, per ſeptimam communem ſententiam. Quatuor igitur a/q, p/h, h/k, & n/f, æqualia ſunt adinuicem: & quadrupla conſequenter ipſius a/q/parallelogrammi. Oſtenſum eſt autem, quòd & b/r, c/l, l/o, & q/n, quadruplũ ſunt ipſius c/l. Octo igitur parallelogramma/m/d/g/gnomonem conſtituentia, quadruplum efficiunt totius a/l/parallelogrammi. Eſt autem a/l/parallelogrammo, id quod ſub a/b/ & b/c/continetur rectangulum æquale: nam b/l/ipſi b/c/æqualis oſtenſa eſt. Rectangulum igitur quater ſub a/b/ & b/c/comprehenſum, æquum eſt gnomoni m/d/ g. Addatur ei quod ſub a/b/ & b/c/ quater comprehenditur rectangulo, quadratum quod ex a/c: ipſi autem gnomoni m/d/g, quadratum m/g/eidem quod ex a/c/fit æquale (nam a/c, ipſi m/h/per trigeſimamquartam primi eſt æqualis.) Quater igitur ſub a/b/ & b/c/comprehenſum rectangulum, vnà cum quadrato quod ex a/c: æquatur



gnomoni m/d/g, & ipſi quadrato m/g. Eiſdem porrò gnomoni m/d/ g, & quadrato m/g: æquum eſt quadratum a/d/e/f. Quadratum autem a/d/e/f, æquum eſt eiquod ex a/b/& b/d/tanquam ex vna deſcribitur quadrato:data eſt enim b/d/ipſi b/c/æqualis. Comprehēſum igitur quater ſub tota a/b/,& ſegmento b/c,cum eo quod ex reliquo ſegmento a/c/eſt quadrato:æquū eſt ei quod fit ſub tota a/b,& prædicto ſegmēto b/c,tāquam ex vna deſcripto quadrato. Si recta igitur linea,&c.vt in theoremate. Quod demōſtrare fuerat operæpreciū.

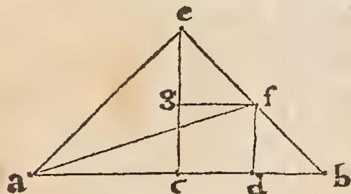
Θεώρημα θ, Πρότασις θ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τῶν τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Theorema 9, Propoſitio 9.

9 SI recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia: quæ àb inæqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia,& eius quod à medio ſectionum fit quadratorum.

ORONTIVS. ¶Secetur enim a/b/recta bifariam,in puncto c:& in non æqualia , in d. Aio quòd deſcripta ex a/d/& d/b/quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c,datæ rectæ lineæ a/b,recta linea c/e/ ad rectos excitetur angulos,per vndecimam primi:& vtriq; ipſarum a/c/& c/b/ponatur æqualis,per tertiam eiuſdem primi. Connectantur deinde a/e/& e/b,per primum poſtulatum. Per punctum inſuper d,ipſi c/e/ ducatur parallela d/f: atq; per punctum f,ipſi a/b/ parallela ducatur f/g,per trigeſimamprimam ipſius primi.cōnectatur tandē a/f,per idem primum poſtulatum. Cùm igitur a/c,ſit æqualis ipſi c/e: erit per quintam primi, angulus c/a/e, æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, ſunt æquales duobus rectis, per trigeſimamſecundam ipſius primi, rectus eſt autem qui ad c: reliqui igitur anguli c/a/e/ & a/e/c, vni recto ſunt æquales.ſunt autem æquales adinuicem,vterq; igitur c/a/e/& a/e/c,recti dimidius eſt. Et proinde vterq; eorum qui ad baſin e/b,iſoſcelis e/c/b, dimidius eſt recti. Itaq; totus a/e/b/angulus,rectus eſt. Rurſum,quoniam e/g/f/trianguli tres anguli, binis rectis ſunt æquales,per eandem trigeſimamſecūdam primi. rectus eſt autem qui ad g:nam æqualis interiori & oppoſito ad eaſdem partes,qui ad c,per vigeſimamnonam primi. dimidius item recti eſt ,qui ſub g/e/f. Reliquus igitur qui ſub e/f/g,recti itidem eſt dimidius. Ambo igitur eidem, vtpote dimidio vnius recti,ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem,per primam communem ſententiam. Et latus conſequenter e/g,lateri g/f/æquale,per ſextam primi. Haud diſſimili via,latus f/d,lateri d/b/concluditur æquale. His ita præoſtenſis,quoniam a/c/æqualis eſt ipſi c/e:æquum eſt quadratum quod fit ex a/c, ei quod ex c/e/ fit quadrato:per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi. Eis porrò quæ ex a/c,& c/e/fiunt quadratis,æquum eſt quod ex a/e/deſcribitur , per quadrageſimamſeptimam eiuſdem primi:& propterea duplum eius quod fit ex a/c.quod enim binis æqualibus eſt æquale, alterutrius æqualium duplum eſt . Item quoniam æqualis eſt e/g/ipſi g/f:æquum eſt rurſum per idem corollarium, deſcriptum ex e/g/quadratum,ei quod fit ex g/f. Eiſdem porrò quadratis quæ ex e/g/& g/f,æquum eſt quod fit ex e/f,per eandem penultimam primi. Duplum eſt igitur quod ex e/f/quadratum,eius quod ex g/f/deſcribitur. Atqui g/f/ipſi c/d/eſt æqualis, per trigeſimamquartam primi:& ab æqualibus rectis, æqualia deſcribūtur quadrata,per corollarium ipſius quadrageſimæſextæ primi libri. Quod igitur ex e/f/quadratum,duplum eſt eius quod fit ex c/d. Oſtenſum eſt autem,deſcriptum ex a/e/quadratum,duplum fore eius quod ex a/c. Deſcripta igitur ex a/e/ & e/f/ quadrata , dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Eis porrò quæ ex a/e/& e/f/quadratis,æquum eſt id quod ex a/f/deſcribitur,per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus a/e/f. Deſcriptum igitur ex a/f/quadratum , duplum eſt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum . Ei rurſum quod ex a/f/ deſcribitur quadrato,æqua ſunt quæ ex a/d/& d/f/quadrata,per eandem quadrageſimamſeptimam primi:rectus eſt enim angulus qui ad d,per vigeſimamnonam ipſius primi. Quæ igitur ex a/d/& d/f/vtraque quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum:nam æqualia eorundem duplicia ſunt,per cōuerſionem ſeptimæ communis ſententiæ. Atqui d/f/æqualis eſt ipſi d/ b: & ab æqualibus lineis, æqualia deſcribuntur quadrata, per



Vt conſtruenda figura.

Primus demōſtrationis progreſſus.

ſecundus & principalis proceſſus demōſtrationis.

allegatũ quadrageſimæſextæ primi corollarium. Deſcripta igitur ex a/d/ & d/b/quadrata, eorum quæ ex a/c/& c/ d/ fiunt quadratorum dupla ſunt. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oſtendendum ſuſceperamus.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theorema 10, Propoſitio 10.

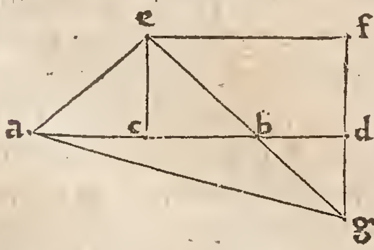


SI recta linea ſecetur bifariam, apponatur autem ei quæpiam recta linea in rectum: quod ex tota cum appoſita, & quod ex appoſita vtraq; quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex vna deſcriptorum quadratorum. 10

ORONTIVS. ¶Data enim a/b/recta linea, bifariam ſecetur in c: addatúrque ei in directum recta quędã linea b/d. Aio quòd ex a/d/& d/b/vtraque quadrata, dupla ſunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/fiunt quadratorũ. Excitetur enim per vndecimam primi, à pũcto c/datæ rectæ lineæ a/d, ad angulos rectos c/e: ponatúrque vtrique a/c/& c/b/æqualis, per tertiam ipſius primi. connectãtur deinde a/e/& e/b, per primũ poſtulatũ. Et per e/pũctum, ipſi a/d/ parallela ducatur e/f: necnõ & per punctũ d, ipſi c/e/parallela d/f, per trigeſimamprimam eiuſdem primi. In parallelas igitur c/e/& d/f, recta linea incidens e/f, interiores & ad eaſdem partes angulos c/e/f/& e/f/d, binis rectis per vigeſimamnonam primi, efficit æquales. Atqui b/e/f/angulus, minor eſt ipſo c/e/f: duo itaque anguli b/e/f/& e/f/d, à recta e/f, in b/ e/& d/f/rectas incidente cauſati, binis rectis ſunt minores. Productæ igitur e/b/ & f/d, ad partes b/d, tandem concurrent, per quintũ poſtulatum. Producantur igitur, per ſecundũ poſtulatum: & conueniant in puncto g. & connectatur a/g, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/c/ſit æqualis ipſi c/e: erit per quintam primi angulus c/a/e, æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, binis ſunt rectis æquales, per trigeſimamſecundam primi: rectus eſt autẽ/qui ad c. Reliqui igitur c/a/e/& e/a/c/anguli, vni recto ſunt æquales: qui qui cùm ſint æquales adinuicem, vterq; dimidius eſt recti. Et vterq; propterea c/e/b/& e/ b/c, qui ad baſin e/b, iſoſcelis e/c/b, recti dimidius eſt. Ergo totus a/e/b/angulus, eſt rectus. Inſuper, quoniam per trigeſimamſecũdam primi, trianguli b/d/g/tres anguli, ſunt æquales duobus rectis: rectus autem eſtqui ad d (nam æqualis alterno e/c/d, per vigeſimamnonam primi) & d/b/g/recti dimidius eſt (æqualis ſiquidẽ ad verticem poſito c/b/e, per quindecimam ipſiusprimi) reliquus igitur angulus b/g/d, dimidius itidẽ eſt recti. Ambo ergo d/b/ g/& b/g/d/anguli, eidem (hoc eſt dimidio vnius recti) ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primã communẽ ſententiam. hinc b/d/latus, ipſi d/g/lateri, per ſextam primi reſpondẽter æquatur. Præterea, quoniã e/f/g/trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, ſunt rurſum æquales: rectus eſt autem qui ad f (nam æqualis oppoſito qui ad c, per trigeſimamquartam eiuſdem primi) & e/ g/f/recti dimidius eſt. reliquus igitur f/e/g / dimidius itidem eſt recti. Aequalis igitur eſt angulus f/e/g, ipſi e/g/f, per primam communem ſententiam: & latus conſequenter e / f / lateri f/g, per ſextam eiuſdem primi æquale. ¶His ita demonſtratis, quoniam æqualis eſt a/c/ ipſi c/ e: quod igitur ex a/c/ quadratum, æquum eſt ei quod ex c/e/fit quadrato, per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi. Eis porrò quæ ex a/ c, & c/ e/ fiunt quadratis: æquum eſt id, quod ex a/e/deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/e/fit quadratum, duplum eſt eius quod ex a/ c. Item, quoniam æqualis eſt e/ f, ipſi f/g: quæ ab ipſis deſcribuntur quadrata, ſunt rurſum adinuicem æqualia. Eiſdem porrò quæ ex e/f/& f/g/fiunt quadratis, æquum eſt ex e/g/ deſcriptum quadratum, per eandem quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim qui ad f/ angulus. Quod igitur ex e/ g/ fit

Conſtructio figuræ.

Diſcurſus partium conſtructarum.



Demonſtratio theorematis.

quadratum, duplum eſt eius quod ex e/f. Aequalis autem eſt e/f/ ipſi c/d, per trigeſimam quartam primi: & quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur quadrata, æqualia ſunt adinuicem, per ipſum quadrageſimæſextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex c/d. Oſtendimus autem deſcriptũ ex a/e/ quadratum, duplum itidem fore eius quod fit ex a/c. Quæ igitur ex a/e/ & e/g/ vtraque quadrata, dupla ſunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis autem quæ ex a/e/ & e/g/ fiunt quadratis, æquum eſt rurſum quod ex a/g/ deſcribitur, per ipſam quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim a/e/g/ angulus. Deſcriptum itaque ex a/g/ quadratum, duplum eſt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Ei demum quod ex a/g/ fit quadrato, æqualia ſunt quę ex a/d/ & d/g/ quadrata deſcribuntur, per ſæpius allegatam quadrageſimamſeptimam primi: quoniam a/d/g/ angulus, rectus eſt. Ergo deſcripta ex a/d/ & d/g/ quadrata, eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiũt quadratorũ dupla ſunt. Aequalis porrò oſtenſa d/b, ipſi d/g: & vnius propterea quadratum, alterius quadrato æquum fore neceſſum eſt. Quod igitur ex tota a/b/ cum adpoſita b/d, & quod ex eadem b/d/ adpoſita vtraq; quadrata: dupla ſunt eius quod ex a/c/ dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b/ & adiuncta b/d/ tanquam ex vna deſcriptorum quadratorum. Quod demonſtrare oportebat.

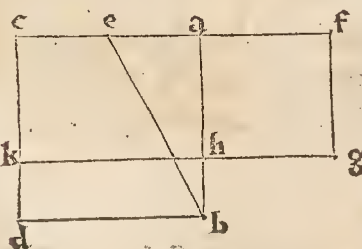
Πρόβλημα α, Πρότασις ια.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema I, *Propoſitio* II.

II Datam rectam lineam ſecare: vt quod ex tota & altero ſegmẽto comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

ORONTIVS. ¶Eſto recta linea a/b: quam oporteat ita ſecare, vt quod ex tota a/b/ & altero ſegmento comprehendetur rectangulum, æquum ſit ei quod à reliquo ſegmento fiet quadrato. Ex a/b/ igitur, deſcribatur quadratum a/b/c/d, per quadrageſimamſextam primi. Ipſa poſtmodùm c/a, bifariam ſecetur in puncto e, per decimam ipſius primi. & per primum poſtulatum, connectatur e/b/ recta. producatur deinde c/a/ in rectum verſus f, per ſecundum poſtulatum: atque ipſi b/e, ſecetur æqualis e/f, per tertiam primi. Per ipſam rurſum quadrageſimamſextam primi, deſcribatur ex a/f, quadratum a/f/g/h: & per idem ſecundum poſtulatum, producatur g/h/ directè in k. Secta eſt igitur a/b/ in puncto h: ídque tali ratione, vt quod ſub a/b/ & b/h/ comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod ex a/h/ fit quadrato. Recta enim linea c/a/ ſecta eſt bifariam in puncto e, cui in rectum adpoſita eſt a/f: comprehenſum igitur ſub c/f/ & f/a/ rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a, æquum eſt quadrato quod ex e/f/ deſcribitur, per ſextam huius propoſitionem. Data eſt autem e/f/ ipſi e/b/ æqualis: & quæ ab æqualibus rectis quadrata deſcribuntur, ſunt adinuicem æqualia. *Confirmatio problematis.*



Comprehenſum igitur ſub c/f/ & f/a/ rectangulum, vnà cũ quadrato quod fit ex e/a: æquum eſt ei quod ex e/b/ deſcribitur quadrato. Quadrato rurſum quod fit ex e/b, æqualia ſunt quæ ex e/a/ & a/b/ deſcribuntur quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi. Rectangulum igitur quod ſub c/f/ & f/a/ continetur, vnà cum eo quod ab e/a/ fit quadrato: æquatur eis, quæ ex e/a/ & a/b/ fiunt quadratis. Auferatur quadratum quod ex e/a, vtrique commune. Reliquum ergo quod ſub c/f/ & f/a/ continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ex a/b/ deſcribitur quadrato, per tertiam communem ſententiam. Atqui a/b/c/d/ quadratum eſt id, quod fit ex a/b. & c/g/ rectangulum, æquum ei quod ſub c/f/ & f/a, continetur: æqualis eſt enim f/g/ ipſi f/a, ſunt enim eiuſdem quadrati latera. Rectangulum igitur c/g, æquum eſt quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtrique communis. Reliquum itaque rectangulum d/h, reliquo a/g/ quadrato, per eandem tertiam communem ſententiam eſt æquale. Porrò d/h/ rectangulum, æquum eſt ei quod ſub a/b/ & b/h ſegmento continetur: eſt enim b/d, ipſi a/b/ æqualis, per ipſius quadrati diffinitionem. a/g/ verò, æquum eſt ei quod ex h/a/ reliquo ſegmento fit quadrato: deſcriptum eſt enim ex a/f, quæ ipſi a/h/ rurſum æquatur. Comprehenſum ergo ſub a/b/ & b/h/ rectangulũ, æquum eſt ei quod ex a/h/ fit quadrato. Data igitur recta linea a/b, tali

ratione ſecta eſt in puncto h:vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum (vtpote b/h)rectangulum , æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato.Quod faciendum ſuſceperamus.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ,

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

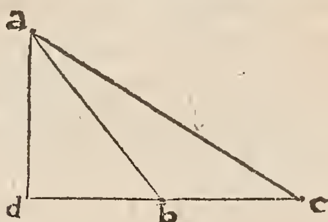
Theorema 11, *Propoſitio* 12.



IN obtuſiangulis triangulis, quod ad obtuſum angulum ſub= 12
tendēte latere fit quadratum,maius eſt eis quæ fiunt ad obtuſum angulum comprehendentibus lateribus quadratis: comprehenſo bis ſub vno eorũ, quæ ſunt circa obtuſum angulum,in quod protractum cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum obtuſiangulum ſeu amblygonium a/b/c, habens obtuſum angulum qui ab b.producatur ergo c/b/latus in rectum verſus d,per ſecũdum poſtulatum:& per duodecimam primi,à dato puncto a,in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d.Aio quòd deſcriptum ex a/c/quadratum,eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, maius eſt , comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/ rectangulo. Cùm enim recta c/d , vtcunque ſecta ſit in b:deſcritpum igitur ex d/c/quadratum,æquum eſt eis quæ ex d/b/& b/c/quadratis,& ei quod bis ſub d/b/& b/c/comprehenditur rectangulo , per quartam huius ſecundi. His autem æqualibus,addatur commune quadratum quod ex a/d . quæ igitur ex a/d/& d/c/vtraque quadrata,æqua ſunt eis quæ ex a/d,& d/b , & b/c/fiunt quadratis,& bis comprehenſo ſub d/b/& b/c/rectangulo.Quadratis porrò quæ ex a/d/& d/b,æquum eſt id quod fit ex a / b , per quadrageſimamſeptimam primi:rectus eſt enim angulus qui ad d. Quadrata

Deductio theorematis.



igitur quæ ex a/d/ & d/c,eis quæ fiunt ex a/b/& b/c/quadratis ſunt æqualia,& ei quod bis ſub d/b/& b/c/continetur rectangulo.Quadratis rurſum quæ ex a/d/& d/c , æquum eſt quadratum quod ex a/c/per eandem quadrageſimamſeptimam primi.Quod igitur ex a/c/fit quadratum , æquum eſt eis quæ ex a/b/& b/c/ fiunt quadratis,& comprehenſo bis ſub d/b/& b/c/rectangulo. Superat igitur deſcriptum ex a/c/quadratum, ea quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadrata:comprehenſo bis ſub c/b / & b/d/rectangulo . In obtuſiangulis igitur, ſeu amblygonijs triangulis:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oportuit oſtendiſſe.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

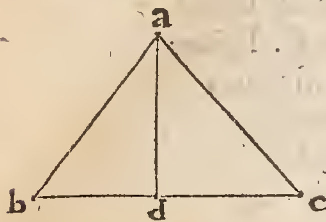
Theorema 12, *Propoſitio* 13.



IN oxygonijs triangulis,quod ex acutum angulum ſubtenden= 13
te latere fit quadratum,minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis : comprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

ORONTIVS. ¶Sit datum oxygonium,ſiue acutiangulum triangulum a/b/c,& datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaque in latus b/c,à puncto a,quod in eo non eſt, perpendicularis a/d:per duodecimam primi.Dico quadratum quod fit ex a/c,minus eſſe eis

quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/rectangulo. Recta ſiquidem linea b/c, ſecta eſt vtcunque in puncto d: quod igitur ex tota c/b/& ſegmento b/d/ vtraque quadrata, æqualia ſunt comprehenſo bis ſub tota c/b/& eodem ſegmento b/d/rectangulo, & ei quod ex reliquo ſegmento d/c/ fit quadrato: per ſeptimam huius ſecundi. *sũmaria theorematis oſtenſio.*



Addatur ipſis æqualibus, commune quadratum quod fit ex a/d: quę igitur ex c/b/& b/d/& d/a/fiunt quadrata, æqualia ſunt comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, per ſecundam communem ſententiam. Eis autem quæ ex b/d/& d/a/fiunt quadratis, æquum eſt id quod ex a/b/deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad/d. Igitur quadrata quę fiũt ex a/b/& b/c, ęqualia ſunt bis ſumpto ſub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis. Eiſdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, æquum eſt rurſum id quod ex a/c/deſcribitur, per eandem quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim, qui ſub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraque quadrata, æqua ſunt bis comprehenſo ſub c/b/& b/d/rectangulo, & ei quod ex a/c/eſt quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum, ab ijs quæ ex a/b/& b/c/ fiunt quadratis, comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaque, vel acutiangulis triangulis: &c. vt in theoremate. Quod oſtendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

Hinc facilè colligitur, huiuſcemodi perpendicularem, in rectangulis triangulis, neceſſariò coincidere ſuper ipſius trianguli latus, hoc eſt, neque intra, neque extra triangulum: in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non poteſt enim perpendicularis ipſa in amblygonijs neque in oxygonijs triangulis, cum ipſo trianguli latere conuenire: obtuſus enim vel acutus angulus, foret æqualis recto, contra vndecimam & duodecimam diffinitionem primi. Similiter nec in amblygonijs intra, vel in oxygonijs extra poteſt incidere: tunc enim trianguli exterior angulus, minor eſſet interiore & ex oppoſito, contra decimamſextam ipſius primi. Nec te fugiat inſuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur trianguli: verum etiam habere, de quocunque latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis ſubtendente. *Notandum.*

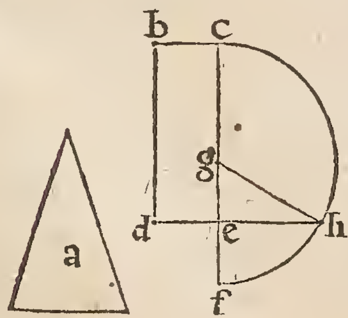
Πρόβλημα β, Πρόθεσις ιδ.

ΤΩ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2, Propoſitio 14.

14 DAto rectilineo, æquum quadratum conſtituere.

ORONTIVS. Eſto datum rectilineum a: cui oporteat æquale quadratum conſtituere. In primis ergo ipſi a/rectilineo, æquale conſtituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e: per quadrageſimamquintam primi. Si igitur c/e/ & e/d/latera, fuerint adinuicem æqualia: conſtabit iam ipſius problematis intentio, erit enim b/c/d/e/ parallelogrammum quadratum. At ſi latus c/e/ ipſi e/d/non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: eſto maius c/e. Producatur igitur c/e/in rectum verſus f, per ſecundum poſtulatum: detúrque e/f, ipſi e/d/æqualis, per tertiam primi. *Vt conſtituenda figura.*



Recta inſuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g, per decimam eiuſdem primi. Et centro g, interuallo autem g/c/aut g/f, ſemicirculus deſcribatur c/h/f: per tertium poſtulatum. Et per ſecundum poſtulatum, producatur d/e/in rectum vſque ad h: & connectatur g/h/recta, per primum poſtulatum. His ita conſtructis, quoniam recta linea c/f/ſecta eſt in æqualia in g/& in non æqualia in puncto e: rectangulum igitur comprehenſum ſub c/e/& e/f, vnà cum quadrato quod ex e/g, æquum eſt ei quod à dimidia g/f/deſcribitur quadrato, per quintam huius. Aequalis eſt autem g/f/ipſi g/h, per decimamquintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia deſcribuntur quadrata, per corollarium quadrageſimæſextæ primi. Comprehenſum igitur ſub c/e/& e/f/rectangulum, vnà cum quadrato quod ab e/g: æquum eſt ei quod ex g/h/fit quadrato. Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato, æqualia ſunt ea, quæ ex g/e/ & e/h/deſcribuntur, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigeſimamnonam ipſius primi. Comprehenſum igitur ſub c/e/ *Demõſtratur problema.*

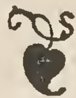
& e/f/rectangulum, vnà cum eo quòd ex g/e/ fit quadrato: æquum est ijs, quæ ab eadem g/e/& ipsa e/h/fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/e/fit quadratum, vtrisq; æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c/e/ & e/f/ comprehensum, æquum erit descripto ex e/h/quadrato: per tertiam communem sententiam. Ipsi porrò sub c/e/& e/f/ comprehenso rectangulo, æquum est b/c/d/e/ parallelogrammum: ipsa enim e/ f, data est æqualis e/ d. Igitur b/c/d/e/parallelogrammo, æquum est id quod ex e h/fit quadratum, per primam communem sententiam. Eidem rursum b/c/d/e/parallelogrammo, æquum est datum a/ rectilineum, per constructionem. Per eandem itaq; primam communem sententiam, dato a/rectilineo: æquum est id quod ex e/ h/ fit quadratum. Quod fuerat in primis constituendum.

(·.·)



Secundi Libri Geometricorum Elementorum,

FINIS.



Orontij Finęi, Delphinatis, Regij MATHEMATICARVM PROFESSORIS, IN Tertium elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὅροι.

Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

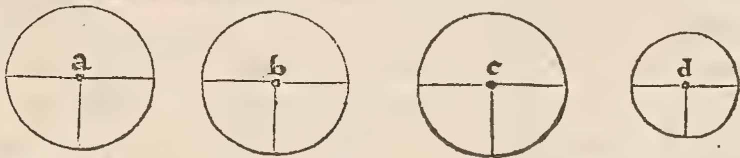
Diffinitiones



Equales circuli ſunt, quorum dimetiẽtes ſunt æquales: vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

Quales tibi repræſentant ſubſcripti a/ & b/ circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. Quorum enim dimetiẽtes, vel quæ ex centris fuerint inæquales: & ipſi quoque inæquales erunt circuli. Maior autem erit, cuius dimetiens, vel quæ ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quæ ex centro minor extiterit. veluti ſunt c/ & d/ circuli: quorum c, maior eſt ipſo d.

Circulorũ inæqualiũ contraria diffinitio.

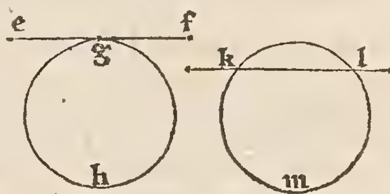


Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat.

Hanc tibi repræſentat e/f, tangens circulum g/h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum ſecare perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/ circulum interſecat.

Quæ circulũ ſecat.

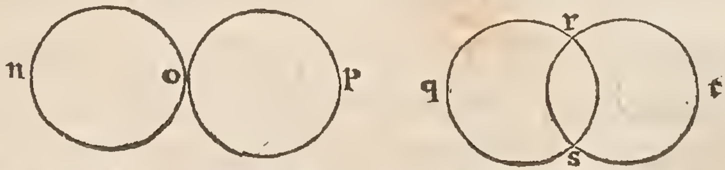


Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe adinuicem tangentes, ſe non inuicem ſecant.

Quales eſſe vidẽtur n/o/ & o/p/ circuli, in o/ puncto ſeſe inuicem contingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur aream: tunc huiuſcemodi circuli, ſeſe dicuntur interſecare. Veluti circuli q/r/s, & r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ ſe mutuò interſecantes.

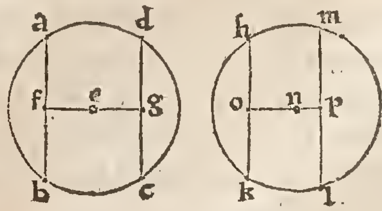
Circuli ſeſe interſecantes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ᾽ αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ᾽ ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur: cùm à centro in eas penpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.

Queadmodùm in a/b/c/d/ circulo, cuius centrum e, exiſtentes lineæ rectæ a/b/ & c/d, æqualiter ab eodẽ centro e/ diſtare cenſentur: propterea ꝙ e/f/ & e/g/ perpẽdiculares, ſunt inuicẽ æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius centrũ n, plus diſtare dicitur h/k/ à cẽtro n, q̃ l/m: quoniã perpendicularis n/o, maior eſt n/p.

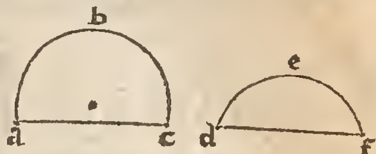


¶ Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

Sectio circuli:eſt figura cõprehẽſa ſub recta lineá,& circuli circũferẽtia. 5

Sectio: maior, minor.

In exemplum habes a/b/c/& d/e/f/ circulorum ſectiones:ſub rectis a/c/& d/f, & a/b/c/ atque d/e/f/circunferentijs compre= henſas.Quarum a/b/c/centrum includens,maior eſt ipſa d/e/f/ extra centrum conſtituta.



¶ Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Sectionis angulus:eſt qui ſub recta linea, & circuli circunferentia com= 6 prehenditur.

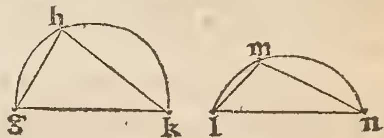
Cuiuſmodi eſt angulus b/a/c, antecedẽtis deſcriptionis:ſub a/c/recta,& a/b/circũferen= tia comprehenſus . aut e/d/f/angulus,qui ſub recta d/f , & d/e/circunferentia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare ſolemus:id eſt,ſub recta & curua linea cõprehẽſos.

Anguli mixti.

¶ Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶ, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι: ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. 7

In ſectione autem angulus eſt:cùm in circunferentia ſectionis cõtingit aliquod punctum,& ab eo in rectæ lineæ fines , quæ baſis eſt ſectionis, rectæ lineæ cõiunguntur:Contẽtus angulus, ſub coniũctis rectis lineis.

Quemadmodùm ex ſubiectæ deſcriptionis angulis g/h/k, & l/m/n,deprehendere licet. A puncto enim h, in fines ipſius re= ctæ g/k (quæ baſis dicitur) rectæ lineæ h g/& h/k/coniunctæ: angulum ipſum g/h/k/in data ſectione,& ad punctum h/conſti= tuunt.Idem cenſeto de l/ m/n/alterius ſectionis angulo.

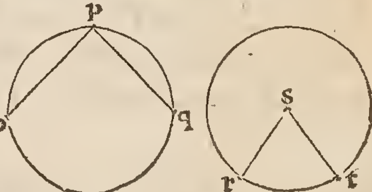


¶ Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία. 8

Cum verò comprehendentes angulum rectæ lineæ,aliquam ſuſcipiunt circunferentiam:in illa angulus eſſe dicitur.

Veluti ſunt o/p/& p/q/lineæ rectæ,angulũ qui ad pũctũ p/com prehendẽtes,& o/p/q/ſuſcipientes circũferẽtiam.In ipſa igitur circunferẽtia o/p/q,comprehenſus angulus eſſe dicitur.Quòd ſi rectę lineę angulum cõſtituentes,ad centrũ conueniant circuli: comprehẽſus tũc angulus in cẽtro dicetur eſſe circuli,veluti an= gulus r/s/t,ſub rectis r/s/& s/t/ex centro s/prodeuntibus comprehenſus.

Angulus in centro.



¶ Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶ, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης, ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

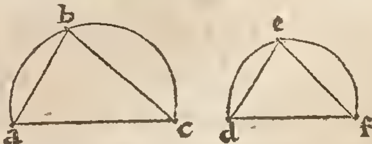
Sector autem circuli eſt:cùm ad centrum circuli ſteterit angulus,com= 9 prehenſa figura ſub angulum comprehẽdentibus rectis lineis,& aſſum= pta ſub eis circunferentia.

Cuiuſmodi eſſe videtur figura r/s/t/antecedentis deſcriptionis,ſub rectis lineis r/s/& s/t/ angulum qui ad centrum s/conſtituentibus,& circunferentia r/t/comprehenſa.Differt igi= tur ſector,à ſectione circuli.

¶ Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes ſectiones circuli ſunt:quæ angulos æquos ſuſcipiũt,vel in qui= 10 bus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.

Vti ſubiectæ circuli ſectiones a/b/c/& d/e/f:in quibus anguli qui ad b/& e,ſunt inuicẽ æquales.Quãuis itaq; circuli ſectiones fuerint inæquales,poſſunt nihilominus eſſe ſimiles.Nam ſimili= tudo ſectionũ reſpicit tantummodò ſuſceptorũ angulorũ æqualitatẽ:non autẽ datarum ſe= ctionum magnitudinem.quemadmodùm angulorum magnitudo, nõ linearũ angulos ipſos comprehendentium quantitatem:ſed earundem linearum ſolam reſpicit inclinationem.



Πρόβλημα α, Πρόθεσις α

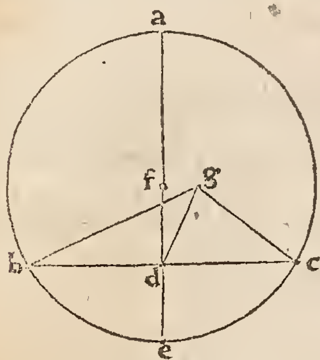
TΟῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1, *Propositio* 1.

1 DAti circuli, centrum inuenire.

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipſo a/b/c/ circulo, recta quædam linea b/c: quæ bifariam ſecetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, datæ rectæ lineæ b/c, ad angulos rectos excitetur d/a, per vndecimam eiuſdem primi: producatúrque in rectum vſque ad e, per ſecũdum poſtulatum. Secetur tandem a/e/bifariam in puncto f, per ipſam decimam primi. Dico, quòd f/punctum, centrum eſt ipſius dati a/b/c/circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta, erit igitur extra eam. eſto(ſi poſſibile ſit)in g: & connectantur g/b, g/d, & g/c/rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniam b/d, ipſi d/c/eſt æqualis, & vtriq; communis d/g: binæ igitur b/d/& d/g/triãguli b/d/g, duabus g/d/& d/c/trianguli g/d/c, ſunt altera alteri æquales. Baſis quoq; b/g, baſi g/c (ſi g/foret centrum circuli)per decimamquintam primi diffinitionem eſſet æqualis. Per octauam igitur ipſius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ſub æquis lateribus comprehenſo, reſpondenter æquaretur. Recta itaq; linea g/d, incidens in rectam b/c, efficeret vtrobiq; angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionem. Rectus igitur eſſet b/d/g/angulus. Atqui b/d/a/rectus eſt, per conſtructionem: ſú ntq; recti omnes æquales adinuicem, per quartũ poſtulatum. Et b/d/g/itaq; angulus, æquus eſſet angulo b/d/a: totus videlicet ſuæ parti, contra nonam communem ſententiam. Recta enim d/a/cadit inter b/d/& d/g: diuidítque propterea angulum b/d/g. Non eſt igitur centrum a/b/c//circuli in g. Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd nec alibi quàm in puncto f. Igitur f/ centrum eſt dati circuli a/b/c. Quod inueniendum fuerat.

Demonſtratio ab impoſſibili



¶*Corollarium.*

¶Si igitur in circulo recta linea, aliam quãdam rectam lineam bifariam, & ad rectos ſecuerit angulos: in ipſa diuidente erit centrum dati circuli.

Θεώρημα α, Πρόθεσις β.

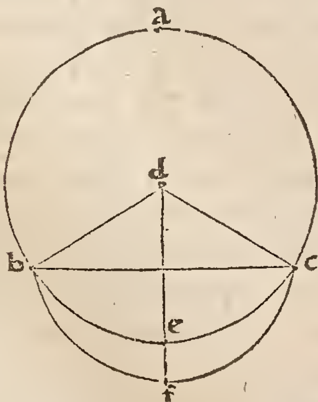
ΕΑν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου,

Theorema 1, *Propoſitio* 2.

2 SI in circuli cercunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipſum circulum cadit.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/circulus: in cuius circunferentia ſint b/& c/vtcunque contingentia puncta. Aio quòd connexa ex b/in c/recta linea, cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra: coincidit igitur in comprehenſam circunferentiam, vel cadit extra circulum. Atqui recta ipſa, cum ipſius circuli circunferentia minimè poteſt conuenire: non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur, ſi poſſibile ſit, extra circulum a/b/c. & inuento ipſius circuli centro d, per primam huius, ſuſceptóque puncto e/ in b/c/circunferentia: connectantur d/b, d/e, & d/c/rectæ lineæ, per primum poſtulatum: producatúrque per ſecundum poſtulatum, recta d/e/ in directum vſque ad f, hoc eſt, in eam quæ extra cadere conceſſa eſt. Erunt igitur d/b, d/e, & d/c, adinuicem æquales, per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/ inſuper maior ipſa d/e, per nonam communem ſententiam. Triangulum itaque erit d/b/f/c, atque iſoſceles: quoniam d/b/æqualis eſt ipſi d/c. Vnde per quintam primi, anguli d/b/c/& d/c/b, qui ad baſin b/f/c: erunt adinuicem æquales. Triangulum inſuper erit d/b/f, & ipſum b/f/latus, productum in c: exterior igitur angulus d/f/ c, maior erit interiore & ex oppoſito d/b/f, per

Oſtenſio rurſum per impoſſibile.



decimamsextam ipsius primi. Ipsi porrò d/b/f/angulo, ostensus est æqualis d/c/f:& d/f/c/ igitur angulus, ipso d/c/f/angulo maior erit. quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè minora, per septimæ communis sententiæ cōuersionem. In triangulo igitur d/c/f, angulus qui ad f/maior erit angulo qui ad c. Omnis porrò trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauam eiusdē primi. maius igitur erit latus d/c, ipso d/f. Ipsi autem d/c, æqualis est d/e, vti nuper ostendimus. Et d/e/igitur, maior erit ipsa d/f, minor videlicet maiore, seu pars toto: quod per nonam communem sentētiam est impossibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta, extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα β, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

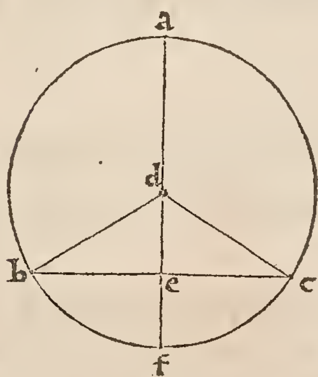
Theorema 2, Propositio 3.



SI in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat: bifariam quoq; ipsam secabit. 3

ORONTIVS. ¶Sit datus a/b/c/ circulus, & illius centrum d: recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f, quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam imprimis secet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam simul dispescit angulos. Connectātur enim d/b/& d/c/rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur ex hypothesi recta b/e/sit æqualis e/c, & e/d/vtrique communis: binæ igitur b/e/& e/d/trianguli b/e/d, duabus d/e/& e/c/trianguli d/e/c/sunt æquales altera alteri. basis quoque b/d, basi d/c/est æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/sub æquis lateribus comprehenso, per octauam ipsius primi, est æqualis. Recta itaque d/e/consistens super rectam b/c, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiusdem primi diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulorum qui sub b/e/d/& d/e/c. ¶Secet rursum eadem a/f, datam ipsam b/c/ad rectos angulos. Dico, quòd & bifariam eandē versa vice diuidet. Eadem nanq; figuræ manente dispositione, quoniam æqualis est d/b, ipsi d/c, per circuli diffinitionem: æquus est proinde angulus d/b/c, angulo d/c/b, per quintam primi. Rectus insuper d/e/b, recto d/e/c/itidem æqualis est, per quartum postulatum. Reliquus igitur angulus b/d/e, reliquo e/d/c, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Bina itaque triangula b/d/e/& e/d/c, habent duo latera b/d/& d/e, binis lateribus e/d/& d/c/æqualia alterum alteri (nam b/d/ipsi d/c/est æquale, & d/e/vtrique commune) & angulum angulo æqualem sub æquis lateribus contentum. Basis igitur b/e, basi e/c, per quartam eiusdem primi est æqualis. ¶Potest & hæc secunda pars ita demonstrari: quoniam vterque angulorum qui circa e/rectus est, per hypothesin: rectangula igitur sunt b/e/d/& d/e/c/triangula. Quę igitur ex b/e/& e/d/vtraque fiunt quadrata, æqua sunt ei quod ex b/d: similiter & quæ ex d/e/& e/c, ei quod fit ex d/c, per quadragesimamseptimam primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/& d/c, æqualia sunt adinuicem, per quadragesimæsextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipsi d/c/est æqualis, per decimamquintam ipsius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quæ igitur ex b/e/& e/d/fiunt quadrata, æqua sunt eis, quæ ex d/e/& e/c. Tollatur cōmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem sentētiam est æquale. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: per idem corollarium quadragesimæsextæ primi libri. Aequalis est igitur b/e/ipsi/e/c. Itaque si in circulo recta linea quædā: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Pars secunda conuersa præcedentis.



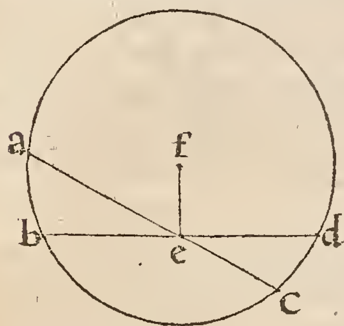
Θεώρημα γ, Πρόθεσις δ.

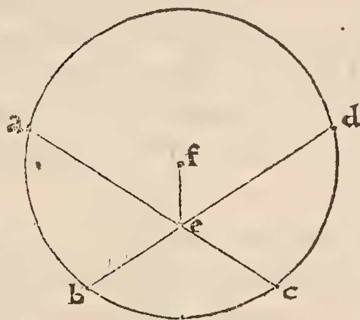
EΑν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propoſitio 4.

4 SI in circulo binæ rectæ lineę ſeſe inuicem ſecuerint, nõ per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt.

ORONTIVS. ¶Eſto datus a/b/c/d/circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extenſæ, ſeſe inuicem ſecent in puncto e. Aio quòd altera alteram bifariam non ſecat in eodem puncto e: vtpote, ſi a/c/ſecuerit bifariam ipſam b/d, eadem nihilominus a/c, ab ipſa b/d/bifariam non diuidetur. Inueniatur enim centrum dati circuli a/b/c/d, ſítque illud f, per primam huius: & connectatur e/f/recta, per primum poſtulatum. Si igitur a/e/ipſi e/c/fuerit æqualis: recta e/f/per centrum extẽſa, eandem a/c/ non ductam per centrum bifariam ſecabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. *Demonſtratio ab impoſſibili*





Rectus erit itaque a/e/f/ angulus. Haud diſſimiliter ſi b/e/ ſit æqualis ipſi e/d: eadem e/f/per cẽtrum educta, ipſam b/d/non per centrum extenſam, bifariam & ad rectos quoqꝫ ſecabit angulos, per eãdem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. At qui rectum itidem fore monſtrauimus a/e/f/angulũ: ſúntqꝫ rectĩ omnes inuicẽ æquales, per quartum poſtulatum. Aequus erit igitur b/e/f/angulus, ipſi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, eſt pars ipſius b/e/f/anguli: recta ſiquidem e/a, cadit inter b/e/& e/f/ rectas, diuidítque propterea ipſum angulum b/e/f. Totus itaque b/e/f/angulus, ſuæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/ binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, ſeſe inuicem ſecuerint, non per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt. Quod oſtendere fuerat operæprecium.

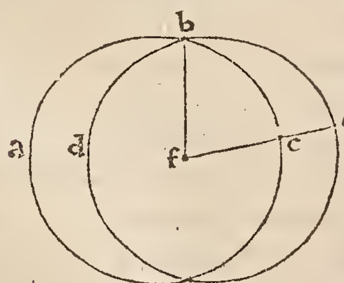
Θεώρημα δ, Πρόθεσις ε.

EΑν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propoſitio 5.

5 SI bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶Bini enim circuli a/b/c/ & d/b/e, ſeſe inuicem ſecent in duobus punctis, quorum alterum ſit b. Dico quòd ipſorum circulorum non eſt idem centrum. Si enim fuerit poſſibile, vt idem habeant centrum: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum poſtulatum: extendantúrque per ſecundum poſtulatum, eadem f/c/in rectum vſque ad e. Si igitur f/punctũ, fuerit centrum circuli a/b/c, erit f/c, ipſi f/b/æqualis, per decimamquintã diffinitionẽ primi. Si idem quoqꝫ punctum f, centrum extiterit ipſius d/b/e/circuli: æqualis rurſum erit f/e/ eidem f/b, per eandẽ decimamquintã diffinitionẽ: producetur enim f/b/ ex communi centro in vtriuſque circuli circunferentiam. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam. *Oſtenſio rurſum ab impoſſibili.*



Aequalis igitur erit f/e/ipſi f/c. atqui f/c, pars eſt ipſius f/e: totum igitur eſſet æquale ſuæ parti. Omne porrò totum eſt ſua parte maius, per nonam communem ſententiam: igitur punctum f, non eſt commune centrum datorum a/b/c, & d/b/e/circulorum. Si bini itaque circuli: & quæ ſequuntur reliqua. Quod receperamus oſtendendum.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ς.

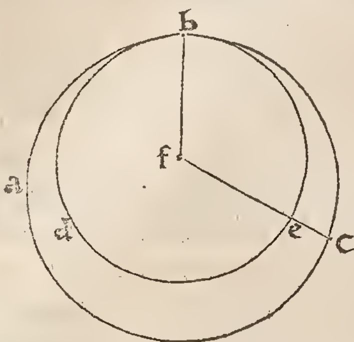
EΑν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propoſitio 6.

I duo circuli ſe adinuicem intus tetigerint:eorum nõ eſt idem centrum. 6

ORONTIVS. ¶De circulis potiſſimum intelligit Euclides,quorum vnus intra alium collocatur. Tangãt igitur ſe bini circuli a/b/c/& d/b/e,in pũcto b. Dico rurſum,quòd ipſorum circulorum non eſt idem commune centrum. Si id enim fuerit poſſibile:eſto illud f.& connectatur f/b/& f/e,per primum poſtulatum:& per ſecundum poſtulatum extẽdatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum,ſit cẽtrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/e/ipſi f/b,per decimamquintam diffinitionem primi. Item ſi idem punctum f,centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b,per eandem decimamquintã ipſius primi diffinitionem:nam f/b/ex communi centro, in vtriuſq; circuli producetur circunferẽtiam. Binę igitur f/c/& f/e,eidẽ f/b/erunt æquales:& propterea ęquales adinuicem,per primã communẽ ſententiam. Ergo f/c,æqualis erit ipſi f/e. eſt autẽ f/e,pars ipſius f/c:tota igitur f/c,ſuę parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communem ſentẽtiam non videtur eſſe poſſibile. Ergo punctum f,non eſt idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e,intus ſe adinuicem tangentium (nam de ijs qui ſe tangunt extra,per ſe fit manifeſtum) Si duo igitur circuli:&c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

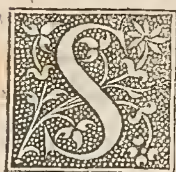
Idẽ qui prius arguendi modus ab impoſſibili.



Θεώρημα ς, Πρόθεσις ζ.

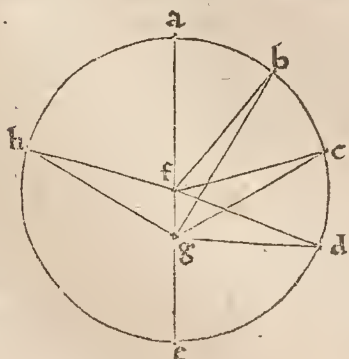
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς τὸν κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσαι ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι 7
ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propoſitio 7.

I in diametro circuli aliquod contingat punctum quod minimè circuli centrum ſit,ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. Aliarum verò,ſemper propinquior ei quę per centrum extenditur,remotiore maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt,ad vtraſque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/c/e/h,cuius centrum f,dimetiens verò a/f/e,& contingens in eo punctum g,quod non eſt circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/in ipſius circuli circunferentiam lineæ rectæ, ſint g/b,g/c, & g/d. Aio primùm, quòd g/a/eſt omnium maxima,& g/e/minima:aliarũ porrò,g/b/ipſi g/a/propinquior,maior ipſa g/c,atq; g/c, remotiore g/d/maior. Connectãtur enim f/b,f/c,& f/d/rectæ,per primũ poſtulatum. Cùm igitur f/a,ipſi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi,ſit æqualis, & vtrique communis f/g:binæ igitur g/f/& f/a,duabus g/f/& f/b/ſunt æquales. Porrò g/f/& f/b,maiores ſunt ipſa g/b:omnis ſiquidem trianguli bina latera,reliquo ſunt maiora quomodocunque aſſumpta, per vigeſimam primi. Et g/a/igitur, ipſa g/b/maior eſt:quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè maiora, per ipſius ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Item quoniam æqualis eſt f/b/ipſi f/c,& g/f/rurſum vtrique communis:binæ igitur g/f/& f/b/trianguli g/f/b, duabus g/f/& f/c/trianguli g/f/c,ſunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/angulus, maior eſt ipſo g/f/c/ſub æquis lateribus comprehenſo: recta enim f/c,cadit inter f/b/& f/g,& diuidit propterea ipſum angulum g/f/b. Baſis itaq; g/b, baſi g/c/ maior eſt, per vigeſimamquartam primi. Simili diſcurſu,g/c/ipſa g/d/maior oſtendetur. Inſuper quoniam f/g/& g/d/maiores ſunt ipſa f/d,per ipſam vigeſimam primi, & æqualis eſt f/e/ipſi f/d,per decimamquintam eiuſdem primi diffinitionem:igitur f/g/& g/d,maiores ſunt eadem f/e. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdẽ ſunt æquè minora,per ſeptimæ communis

Pars prima theorematis.



ſententiæ conuerſionem. Tollatur communis f/g:ergo reliqua g/d/reliqua g/e,per quintam communem ſententiam erit maior. Omnium itaque maxima eſt g/a , minima verò reliqua g/e:aliarum porrò,g/b/maior ipſa g/c,& eadem g/c/ipſa g/d/itidem maior. ℭDico præterea,quòd ab eodem puncto g , duæ rectæ lineæ coincidunt æquales , ad vtraſque partes ipſius g/e/minimæ:vtpote ipſi g/c , æqualis verſus h . Ad datam enim rectam lineam g/f, datúmque in ea punctum f,dato angulo rectilineo g/f/c:æqualis angulus rectilineus conſtituatur g/f/ h, per vigeſimamtertiam primi . connectatur deinde g/ h, per primum poſtulatum. Cúm igitur f/c,ipſi f/h/ſit æqualis,per decimamquintam ipſius primi diffinitionem,& g/f/vtrique communis:binæ ergo g/f/& f/c/trianguli g/f/c , duabus g/f / & f/h/trianguli g/f/h/ſunt altera alteri æquales:& æquos inuicem comprehendunt angulos,per cõſtructionem.Baſis igitur g/c,baſi g/h,per quartam eiuſdem primi eſt æqualis. ℭAio tandem,quòd ipſi g/c,ab eodem puncto g,alia quàm g/h/non cadet æqualis. Si enim id poſſibile fuerit: aut illa cadet ſupra punctum h,vel infra . Si ceciderit ſupra,verſus a:tunc ipſa erit propinquior ei quæ per centrum,vtpote ipſi g/a,ergo maior ipſa g/h/remotiore, per primam partem iam demonſtratam: & maior conſequenter ipſa g/c.Quòd ſi detur incidere infra punctum h,verſus e:tunc ipſa linea,remotior erit ab eadem g/a/quæ per centrum. ergo minor ipſa g/h/propinquiore,per eandem præoſtenſam primam partem: & minor igitur ipſa g/c. Similiter oſtendemus,quòd nec ipſi g/h/alia quàm g/c/dabitur æqualis, ab eodem puncto g,& ad partes b/d. De cæteris quibuſcunque,idem reſpondenter ſubſequetur.Igitur ſi in diametro circuli aliquod contingat punctum:& quæ ſequuntur reliqua.Quod demonſtrandum fuerat.

Secunda pars.

Tertia pars.

Θεώρημα ζ, Πρότασις η.

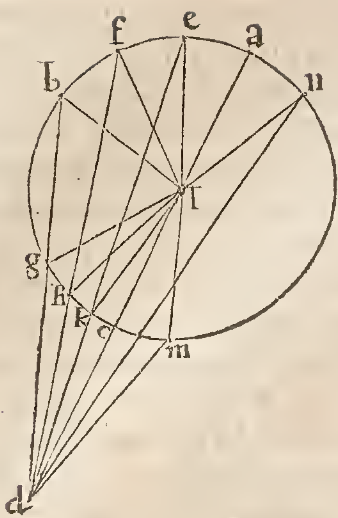
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου: τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερον ἐστὶν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propoſitio 8.

8 SI extra circulum ſuſcipiatur aliquod punctum,ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ,quarum quidem vna per centrum extendatur,reliquæ verò vtcunque: In concauam circunferentiam cadentium rectarum linearum,maxima eſt, quæ per centrum ducta eſt:Aliarum autem ſemper ei quæ per centrum tranſit propinquior,remotiore maior eſt. In curuam verò circunferentiam cadẽtium rectarum linearum,minima eſt,quę inter punctum & dimetientẽ iacet:minimæ verò propinquior,ſemper remotiore minor eſt. Duæ autem tãtùm rectæ lineæ, ab eo puncto in ipſum circulum cadunt æquales, ad vtraſque partes minimæ.

ℭORONTIVS.ℭEſto circulus a/b/c,datum vero punctum extra circulum d:à quo in ipſum circulum procidant rectæ lineæ d/a,d/e,d/f,& d/b,curuam eiuſdem circuli circunferẽtiam in punctis g,h,k,c,diſpeſcentes:quarum d/a/ per ipſius circuli centrum (quod ſit l) extẽdatur.Dico primùm, quòd in a/b/concauam circunferẽtiam,hoc eſt intra circulum,cadentium rectarum linearum,maxima eſt d/a,per l/centrum educta:& quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/maior, eadémq; d/f/maior ipſa d/b. Connectantur enim l/e,l/f,& l/b/rectæ lineæ, per primum poſtulatum. Et quoniam æqualis eſt l/a/ ipſi l/ e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtrique communis d/l:tota igitur d/a,ipſis d/l/& l/e,per ſecundam communem ſententiam eſt æqualis. Atqui d/ l, & l/ e/ bina ipſius d/ l/ e/ trianguli latera, ſunt maiora reliquo d/e, per vigeſimam primi: & ipſa igitur d/a, maior eſt ipſa d/e. æqualia enim eiuſdẽ ſunt æquè maiora, per ſextæ cõmunis ſentẽtiæ cõuerſionem. Inſuper,quoniam

Pars prima theorematis.



l/e/ ipsi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi est æqualis,& vtrique communis d/l:binæ igitur d/l/ & l/e/trianguli d/l/e,duabus d/l/& l/f/ trianguli d/l/f, sunt æquales altera alteri,per eandem secundam cōmunem sententiam.Angulus porrò d/l/e,maior est ipso d/l/f/sub æquis lateribus comprehenso:recta siquidem l/f,cadit inter d/l/& l/e, diuidítque propterea ipsum angulum d/l/e.Basis igitur d/e,basi d/f/maior est, per vigesimamquartā primi. Et proinde d/f, maior est ipsa d/b. Igitur d/a/maxima est:& d/e/ipsa d/f, atqꝫ d/f/ipsa d/b/maior.

Pars secunda. ❡ Dico præterea , quòd incidentium in curuam seu conuexam circunferentiam g/c,hoc est extra circulum, minima est d/c: & quæ ipsi d/c/minimæ propinquior semper remotiore minor,hoc est,d/k/ipsa d/h,& d/h/ipsa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ, per primum postulatum.Et quoniam trianguli d/k/l, bina latera d/k/& k/l,reliquo d/l, per vigesimā primi sunt maiora,tollantur l/c/ & k/l, quæ per decimamquintā ipsius primi diffinitionem sunt æquales. Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintā communem sentētiam erit minor.Item,quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l,duæ rectæ lineæ d/k/& k/l/introrsum constituuntur: ipsæ igitur constitutæ, reliquis ipsius trianguli lateribus d/h/& h/l,per vigesimamprimam ipsius primi,sunt minores.Auferantur l/h/& l/k,per ipsam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communem sententiam.Et d/h/propterea minor erit ipsa d/g.Minima igitur est d/c:& quæ illi propinquior d/k/minor ipsa d/h , eadémque d/h/remotiore d/g/itidem minor.

Tertia pars. ❡Aio tandem,quòd binæ tantùm æquales,à pūcto d,in circulum ipsum a/b/c/cadunt, ad vtrasqꝫ partes ipsius d/c/minimæ,siue in concauam, siue in curuam inciderint circunferentiam:vtpote,ipsi d/h/vna tantùm in primis æqualis,ad alteram partem ipsius d/c,versus m.Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus constituatur d/l/m,per vigesimamtertiam primi. & connectatur d/m,per primum postulatum.Cùm igitur l/h/ipsi l/m/sit æqualis,per decimamquintam ipsius primi diffinitionem,& vtrique communis d/l: binæ igitur d/l/& l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/ & l/m/trianguli d/l/m,sunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per constructionem.Basis igitur d/h/basi d/m,per quartam primi est æqualis.Neque ipsi d/h/alia cadit ęqualis,pręter d/m:& ediuerso.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncque minor esset vtraque & d/h/& d/m,nempe vicinior ipsi d/c/minimæ.vel caderet extra puncta h/ & m/versus a: &tunc remotior esset ab eadem minima , & propterea maior ipsa d/h/vel d/m,per primam partem iam demonstratam.Haud aliter,si angulo rectilineo d/l/e, æqualis augulus constituatur d/l/n , per eandem vigesimamtertiam primi, & connectatur recta d/n/ per primum postulatum:ipsa d/n,ipsi d/e/concludetur æqualis. Nec poterit ipsis d/e/& d/n/alia dari æqualis.quoniam vel ea erit vicinior ei quæ per centrum,vel ab eadem remotior,quam sint ipsæ d/e/& d/n, & proinde vtraque maior aut minor,per primam huiusce demonstrationis partem:quæ simul impossibilia sunt.Non cadunt igitur ab eodem puncto d,in circulum ipsum a/b/c, plures duabus rectis lineis æquales , ad vtrasque partes ipsius d/c/minimæ,aut d/a/maximæ.Si extra igitur circulum:&c,vt in theoremate . Quòd tandem erat ostendendum.

❡*Corollarium.*

❡Quæ igitur à puncto extra circulum dato, in circulum ipsum cadunt rectæ lineæ,ab ipsa minima,vel maxima(quæ per centrum)æquè distantes:æquales sunt adinuicem, & è diuerso,siue in concauam,siue in curuam aut cōuexam inciderint eiusdem circuli circūferentiam.

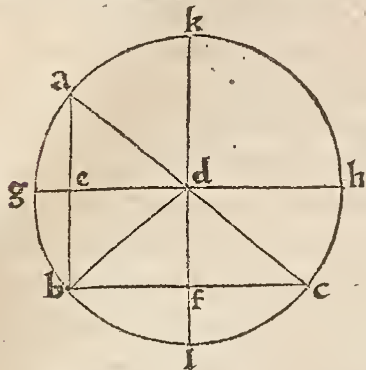
Θεορημα η, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propositio 9.


SI in circulo suscipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales:susceptum punctum,centrum ipsius est circuli.

ORONTIVS. ¶ Sit intra circulum a/b/c/ susceptum punctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicem æquales, d/a, d/b, & d/c. Aio quòd punctum d, est centrum ipsius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/ rectæ, per primum postulatum: secetúrque bifariam a/b/in puncto e, & b/c/in puncto f, per decimam primi. connectantur rursum d/e/& d/f, per idem primum postulatum: & per secundum



postulatũ, producatur in directum vtrobiq; ad puncta quidem g, h/& k, l. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/b, & vtriq; communis e/d: binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/ trianguli b/e/d, sunt æquales altera alteri: basis quoque d/a, basi d/b, per hypothesin est æqualis. Angulus igitur a/e/d, æquus est per octauam primi, angulo b/e/d: & proinde vterque rectus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b, bifariam & ad rectos angulos intersecat: in dispescente itaque g/h, erit centrum ipsius a/b/c/circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli centrum fore in recta k/l. In vtraque igitur & g/h/& k/l, est centrum dati circuli a/b/c: & in puncto propterea vtrique communi. Atqui nullum aliud punctum habent commune, præter ipsum d: punctum igitur d, centrum est ipsius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum suscipiatur pũctum aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Hoc theorema aliter ostendi potest: sed hæc est demõstratio potissima.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ι.

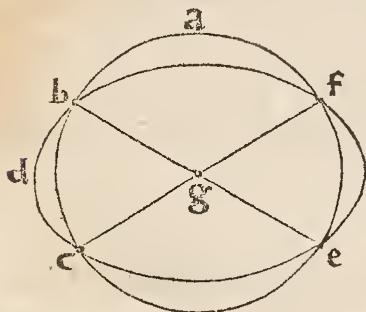
Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema, Propositio 10.



Irculus, circulum in pluribus duobus punctis non secat.

ORONTIVS. ¶ Secet enim (si possibile sit) circulus a/b/c, circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b, c, e, f. Et suscipiatur centrum ipsius circuli a/b/c, per primam huius, sítque illud g: & connectantur g/b, g/c, g/e, & g/f/rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur punctum g, sit centrum



circuli a/b/c: erunt g/b, g/c, g/e, & g/f/adinuicem æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f, sunt communes vtriusque circuli sectiones, per hypothesin: erit punctum g, vtcunque susceptum intra circulum d/e/f. Ab ipso itaque puncto g, in eundem circulum d/e/f, cadunt plures quàm duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f. Erit ergo punctum g, centrum eiusdem circuli d/e/f, per antecedentem nonam propositionem. Atqui idem punctum g, centrum est ipsius a/b/c/circuli. Duorum itaq; circulorũ a/b/c, & d/e/f/ sese inuicem secantium, idem erit centrum: quod per quintam huius tertij, non est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus punctis non secat. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Hæc rursum aliter potuisset ostendi, sed hãc potiorem existimo demonstrationẽ.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ια.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

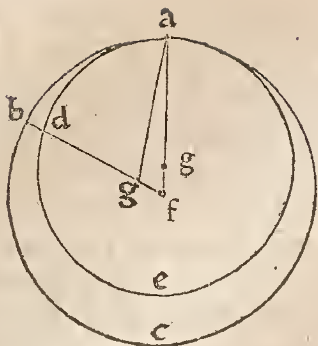
Theorema 10, *Propositio* 11.



I bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipiantúrque eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

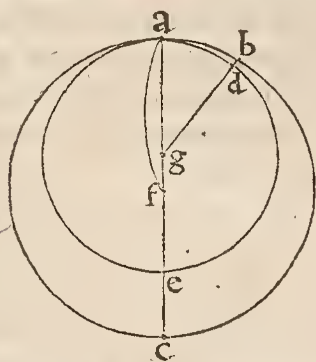
ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/& a/d/e, se introrsum adinuicem tangant, in puncto quidem a: sítque ipsius a/b/c/circuli centrum f, ipsius verò a/d/e/centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: id est, in directum vtrinque producta: cadit in cõtactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur aliò. Cadat ergo (si possibile sit) vt eiecta versus g, in d/& b/puncta, vtranq; dirimens circunferentiam.

Demonstratio ab impossibili.



& connectatur a/f,& a/g/recta,per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur a/g/ f: & duo propterea latera a/ g/ & g/f, erunt maiora reliquo a/ f, per vigeſimam primi . Atqui ipſi a/ f, æqualis eſt f/ b (vtraque enim à centro f , in circunferentiam circuli a/ b/ c) & a/ g/ igitur & g/ f, maiores ſunt eadem f/ b. Tollatur f/ g , vtriſque inæqualibus communis : reliqua igitur a/g,reliqua g/b / maior erit , per quintam communem ſententiam. Ipſi porrò a/g,æqualis eſt g/d(vtraque enim à centro g, in circunferentiam ipſius a/d/e/circuli)& g/d/igitur maior erit ipſa g/b.quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè maiora:per ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Ipſa porrò g/d,pars eſt ipſius g/b : pars igitur erit maior toto , contra nonam communem ſententiam . Cadit igitur f/g/eiecta,in contactum a.¶Cogimur in hac demonſtratione,centrum interioris circuli extra proprium locum (vt oculari ſatiſfaciamus inſpectioni)vel inuiti collocare:quanquam id videatur abſurdum.Nam ex hypotheſi,neceſſum eſt lineam f/g/b/trãſire per centra f,g. non poterit itaque recta f/ g/b/ ad aliud punctum quàm ad a/peruenire,& ſimul tranſire per g,quin ipſum g/ centrum à ſuo loco dimoueatur: aut connexa a/f/linea,tanquàm recta imaginetur. Non erunt enim / per aduerſarium f/g/& g/a/ in directum conſtitutæ (alias enim ſequeretur propoſitionis intentio) & proinde inclinabuntur adinuicem : & vnà cum a/f, triangulũ a/g/f/de neceſſitate conſtituent.Quæ enim impoſſibilia ſunt, depingi minimè poſſunt : ſed ſolo intellectuali diſcurſu concipienda ſunt.Intelligendum eſt itaq; centrum g(quanuis dimoueatur)à proprio nõ recedere loco:aut linea a/f,ac ſi recta foret imaginanda eſt. Vt in hac ſecunda figura:in qua rurſum duo latera a/g/& g/f,ſunt maiora tertio a/f,per vigeſimam primi,& proinde maiora ipſa f/g/b,quæ per circuli diffinitionem ipſi a/f/eſt æqualis . Sublata porrò communi parte g/f:relinquetur a/g/maior ipſa g/d,per tertiam communem ſententiam. In circulo itaque a/ d/ e, quæ à centro g/ in circunferentiam prodeunt lineæ rectæ g/a,& g/ d , non erunt inuicem æquales:contra decimamquintam diffinitionem primi . Cadit igitur f/g/eiecta,in contactum a.Ergo ſi bini orbes ſe introrſum:&c.vt in theoremate.Quod oſtendendum fuerat.

Alia figuræ diſpoſitio.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

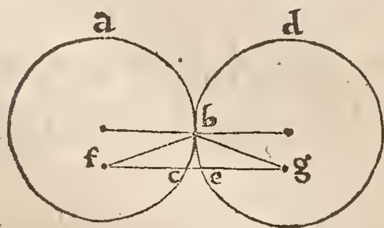
Theorema 11, *Propoſitio* 12.

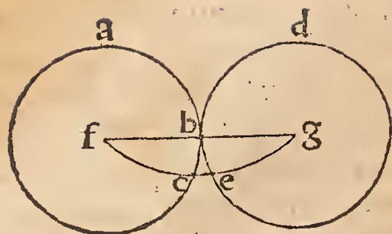


I duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint:ad centra eorum applicata recta linea,per contactum tranſibit. 12

ORONTIVS.¶Tangant ſe exterius bini circuli a/b/c/& d/b/e,in puncto quidem b:ſitque ipſius a/b/c/circuli centrum f,& ipſius d/b/e/centrum g.Aio quòd connexa f/g/recta linea, tranſibit per contactum b. Si enim non tranſierit per punctum b,tranſeat(ſi poſſibile ſit)per c/& e/puncta:& connectantur b/f/ & b/g/rectæ lineæ, per primum poſtulatum.Et quoniam punctum f,centrum eſt circuli a/b/c:æqualis erit f/b/ ipſi f/c/,per decimamquintam diffinitionem primi. Rurſum quoniam g,centrum eſt circuli d/b/e:æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b,ipſi g/e. Binæ igitur f/b/& b/g,duabus f/c/& e/g, per ſecundam communem ſententiam erunt æquales . Tota porrò f/g,ipſis f/c/& e/g/maior eſt (nempe c/e/extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g,maior eſt eiſdem f/b/& b/g.In triangulo itaque f/b/g,bina latera f/b/& b/g,erunt minora reliquo f/g:ſunt autem maiora,per vigeſimam primi.quæ ſimul impoſſibilia ſunt.Igitur à centro f/ad centrum g/adplicata recta linea f/g,tranſit per contactum b.Si duo igitur circuli : & quæ ſequuntur reliqua. Quod demõſtrare oportebat.¶In hac igitur,veluti proxima propoſitione,aut intellectuali diſcurſu , aut oculari inſpectione demonſtrationi ſuccurrendum eſt. Cùm non poſſit igitur

Idē qui prius oſtendendi modus ab impoſſibili.





f/g/linea recta alibi tranſire, quàm per contactum b: erunt cētra f, g, à ſuis veris ſedibus (oſtenſionis gratia) dimouenda: aut producta f/c/e/g/linea, & ſi obliqua videatur, recta tamen imaginanda eſt, & cum duabus f/b/ & b/g (quæ per aduerſarium inclinabuntur adinuicem, & non erunt in directum conſtitutæ) triangulum efficient b/f/g. Vt ex hac potes elicere figura: quæ te ad priſtinum deducet inconueniens.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

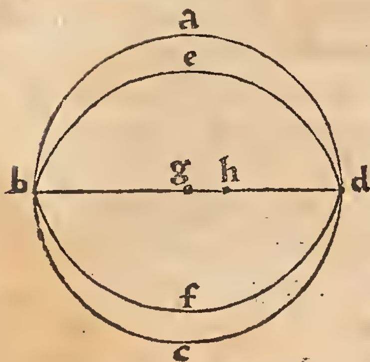
Κυκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, Propoſitio 13.

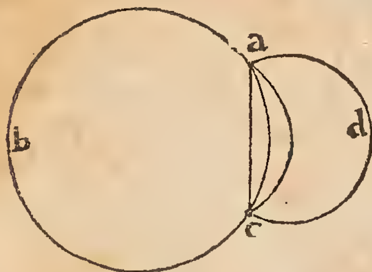
13 irculus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & ſi extra, & ſi intus tangat.

ORONTIVS. ¶Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrſum (ſi fuerit poſſibile) in punctis b, d: ſitque ipſius a/b/c/d/circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactuum b, d, per vndecimam huius ſecundi libri. Et quoniam g/centrum eſt circuli a/b/c/d: erit g/b, ipſi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipſa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/maior erit. Rurſum quoniam h/centrum eſt circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipſi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rurſum g/h, ab ipſa h/b: reliqua igitur g/b, minor erit ipſa h/d. Oſtenſum eſt autem, quòd & multò maior: quod non eſt poſſibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/ circulum b/e/d/f/introrſum, in pluribus punctis vno. ¶Secet rurſum circulus a/b/c, circulum a/c/d/exterius in punctis a/& c/ (ſi id fuerit poſſibile) & connectatur recta a/c/ per primum poſtulatum. Et quoniam in circunferētia circuli a/b/c, duo ſunt accepta pūcta a/& c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipſum circulum cadet, per ſecūdam huius tertij: ergo extra circulū a/d/c. Rurſum quoniam eadem a/ & c/ puncta in circunferentia ipſius a/d/c/ circuli coaſſumpta ſunt (vtpote vtrique circulo communia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem ſecundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipſum a/b/c/circulum cadit eadem a/c, atque extra ipſum a/d/c/circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumque datorum circulorum: quod eſt impoſſibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/ circulum a/d/c/ exterius in pluribus punctis vno. Patuit, quòd nec introrſum. Quod oſtendere fuerat operæpretium.

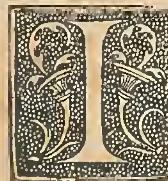
De circulis ſe introrſum tangentibus.



De circulis qui ſe tangūt extra.



Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιδ.

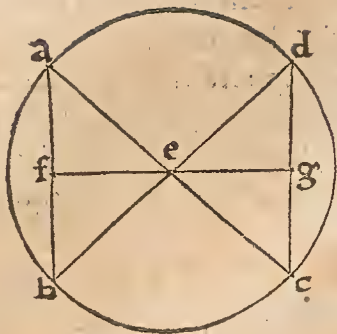
Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13, Propoſitio 14.

14 N circulo rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à cētro: & ſi æqualiter diſtant à centro, æquales adinuicem ſunt.

ORONTIVS. ¶Sint in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, binæ rectæ lineæ a/b/& c/d/inuicem primùm æquales. Aio quòd & æqualiter diſtant à centro e. Diuidatur enim a/b/bifariam in puncto f, & c/d/in puncto g, per decimam primi: & connectantur e/a, e/b, e/c, e/d, e/f, & e/g/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Recti ſunt itaq; anguli qui circa f/& g/puncta cōſiſtūt: & ipſæ e/f/& e/g, in eaſdē a/b/& c/d/perpendiculares, per tertiam huius tertij. Et quoniā a/b/recta, æqualis eſt per hypotheſin ipſi c/d, & a/e/ipſi e/d/æqualis: duo itaq; latera b/a/& a/e/trianguli b/a/e, duobus lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c/ſunt æqualia alterum alteri. baſis quoq; b/e, baſi e/c/itidem æqualis eſt. Angulus igitur qui ad a, angulo qui ad d/per octauam primi eſt æqualis. Rectus præterea

Pars prima theorematis.



a/f/e, recto e/g/d/per quartum æquatur postulatum. Bina ergo triangula a/f/e/& d/e/g, habēt duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: & vnum latus vni lateri æquale, quod sub vno æqualium subtenditur angulorũ, vtpote a/e/ipsi e/d. Reliqua igitur latera reliquis lateribus habebũt æqualia alterum alteri, per vigesimamsextã primi. sed a/f/ipsi d/g/æqualis est (sunt enim ipsarũ a/b/& c/d/inuicē æqualium dimidium) reliqua igitur e/f, reliquæ e/g/est æqualis. Quæ igitur in a/b, &d/c/rectas, ex centro e/deducũtur perpendiculares e/f/& e/g, æquales sunt adinuicē: distant ergo a/b/& d/c/rectæ æquali ter ab eodē centro e/ipsius a/b/c/d/circuli, per quartam huius tertij diffinitionē. ¶Esto autē e/f, ipsi e/g/æqualis, hoc est, distēt a/b/& d/c/

Secunda pars conuersa præcedentis.

æqualiter ab eodē cētro e. Dico quòd a/b/æqualis est ipsi c/d. Eisdē nanq; constructis, quoniam triãgula a/e/f/& d/e/g/sunt rectãgula, & qui ad f/& g/cõsistunt anguli recti: quæ igitur ex a/f/& f/e/describũtur quadrata, æqualia sunt ei quod ex a/e, similiter & ea quæ fiunt ex d/g/& g/e, ei quod ex d/e/æqualia, per penultimã primi. Porrò a/e, ipsi d/e/est æqualis: & ex ipsis igitur descripta quadrata inuicē æqualia, per corollariũ 46. ipsius primi. Quæ autē æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicē, per primã cõmunē sentētiam. Quæ igitur ex a/f/& f/e/fiunt quadrata, ęqua sunt eis quæ ex d/g/& g/e: quorũ id quod ex f/e, ei quod fit ex g/e/per idem corollarium est æquale. His itaq; subtractis, reliquũ quod ex a/f/reliquo quod ex d/g/fit quadrato per tertiã cõmunē sententiã est æquale. Et proinde latus a/f, lateri d/g, respondēter æquale. Ipsius porrò a/f/dupla est a/b, & c/d/ipsius d/g/itidē dupla. quę autē æqualium duplicia sunt, æqualia sunt adinuicē, per sextã communē sentētiam. Aequalis est igitur a/b/ipsi c/d. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro: & si æqualiter distãt à cētro, æquales adinuicē sunt. Quod receperamus ostēdendũ.

Θεώρημα ιδ΄, Πρόθεσις ιε.

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

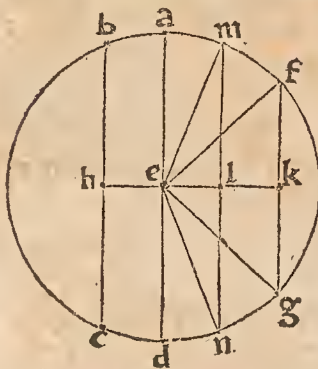
Theorema 14, Propositio 15.



IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem 15
semper propinquior centro, remotiore maior.

¶ORONTIVS. ¶Sit in circulo a/b/c/d, cuius cētrum e, dimetiens a/d: & ipsi centro vicinior b/c, remotior autē f/g. Aio quòd a/d/quæ per centrũ, maxima est: b/c/verò, maior ipsa f/g. Diuidatur enim b/c/bifariam in puncto h, & f/g/in puncto k, per decimã primi: & connectãtur e/h/& e/k, per primũ postulatum. Perpendicularis erit igitur e/h/super b/c, atq; e/k/super f/g: per tertiam huius tertij. Maior erit itaq; perpendicularis e/k, ipsa e/h, per quartã huius diffinitionem. Secetur itaq; à maiori e/k, ipsi e/h/minori æqualis, per tertiam primi: sitq; e/l. & per datũ punctum l, datæ rectæ lineæ f/g, parallela ducatur m/n: per trigesimamprimam primi. cadet igitur e/l/ad perpendiculum super m/n: per corollarium vigesimænonæ ipsius primi. Et quoniã e/h/est æqualis ipsi e/l: distãt igitur b/c/& m/n/æqualiter à centro e, per quartam huius tertij diffinitionem: súntque, per decimamquartã ipsius tertij, inuicē æquales. Connectantur demum, per primum postulatum, e/f, e/g, e/m, & e/n: quæ per circuli diffinitionem, æquales sunt adinuicem. Cùm igitur e/a/ipsi e/m, & e/d/ipsi e/n, per circuli diffinitionem sit æqualis: tota a/d, binis m/e/& e/n, per secundam communem sententiam æquabitur. Binæ porrò m/e/& e/n/trianguli m/e/n, sunt maiores reliqua m/n, per vigesimam primi.

Construitur figura.



Demõstratur theorema.

& a/d/igitur, maior est eadē m/n: & ipsa consequenter b/c/maior, per cõuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est e/m/ipsi e/f, & e/n/ipsi e/g: bina igitur latera m/e/& e/n/triãguli m/e/n, binis lateribus f/e/& e/g/trianguli f/e/g, sunt æqualia alterum alteri: & qui sub m/e/n/angulus, eo qui sub f/e/g/maior (rectæ siquidem e/f/& e/g, coincidunt inter e/m/& e/n, ipsum angulũ m/e/n/diuidētes) basis igitur m/n, per vigesimamquartã primi, basi f/g/maior est. Ipsi porrò m/n/æqualis est b/c. & b/c/igitur, est eadem f/g/maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora. ostensum est autem, quòd & a/d, ipsa b/c/maior est. Dimetiens itaque a/d, est omnium maxima: & b/c/centro vicinior, ipsa f/g/remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιε, Πρότασις ις.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται: καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν: ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων.

Theorema 15, *Propositio* 16.

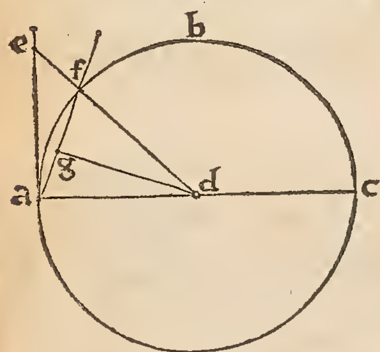
16 Væ à diametri circuli extremitatead angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit:& in locum inter ipſam rectam lineam & circunferentiam,altera recta linea non cadet:& ſemicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior eſt : reliquus autem, minor.

ORONTIVS. ¶Eſto circulus a/b/c, & illius centrum d,dimetiens verò a/c:& ab a/ dimetientis extremitate,ad angulos rectos excitetur a/e,per vndecimam primi. Dico primùm, quòd a/e/recta extra ipſum cadit circulum. Suſcipiatur enim in ipſa e/a, contingens aliquod punctum: ſítque illud e. & connectatur e/d,per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur e/a/d.omnis porrò trianguli tres interiores anguli,binis rectis ſunt æquales:per trigeſimamſecundam primi. rectus eſt autem qui ad a, per conſtructionem. Reliqui igitur qui ad e/& d/ ſunt anguli,vni recto ſunt æquales: & eorum propterea quilibet, ipſo recto qui ad a/minor. In triangulo autem maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur,per decimamnonam primi: maior eſt igitur d/e, ipſa a/d, quæ eſt ipſius dati circuli ſemidiameter.Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipſius a/b/c/circuli:cadítque punctum e/ extra eundem circulum a/b/c. Haud diſſimilis erit, cæterorum punctorum ipſius a/e/ demonſtratio. Cadit ergo tota a/e,extra datum circulum a/b/c. ¶Aio rurſum,quòd inter rectam a/e,& circunferentiam a/b,non cadit altera recta linea.Si enim id fuerit poſſibile : eſto a/ f. & ad datam rectam lineam a/ d, ad datúmque in ea punctum d,dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus conſtituatur a/d/g: per vigeſimamtertiam primi.Vterque igitur a/d/g,& g/a/d,pars erit ipſius e/a/d:& recto propterea minor. In rectas itaque a/f/& d/g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores:ipſæ igitur a/f/& d/g,in infinitum productæ,tandem concurrent,per quintum poſtulatum: conueniant ergo ad punctum g. Triangulum eſt itaque a/g/d:cuius tres interiores anguli binis rectis,per eãdem trigeſimamſecundã primi,ſunt ęquales.& qui ſub g/a/d/ & a/d/g/anguli, vni recto, hoc eſt, ipſi e/a/d/coæquantur (datus eſt enim a/d/g, æqualis ipſi e/a/f)Reliquus igitur a/g/d,rectus eſt:.& maior propterea vtroque, & g/a/d/& a/d/g. Vnde rurſum a/ d/ſemidiameter,maior eſt ipſa d/g,per eandem decimamnonam primi.Cadit igitur pũctum g,intra circulũ a/b/c:ergo & a/f/recta(in qua pũctum g)circulum ipſum interſecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/recta, inter rectam a/e,& circunferentiam a/b. ¶Dico tandem, quòd angulus b/a/d/ipſius a/b/c/ſemicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior eſt:reliquus autem (vtpote,b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/ſit rectus, & diuiſus à ſola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/ e/ non cadit altera recta linea (vti nunc oſtenſum eſt) non poteſt ipſe angulus b/a/e/bipartiri : & proinde non minuetur neque augebitur conſequenter ipſe b/a/d.Igitur angulus b/a/d,ſub a/b/circunferentia, & a/d/recta comprehenſus,omni acuto rectilineo maior eſt angulo:b/a/e/verò,qui ſub eadem circunferentia, & a/e/recta continetur (quem angulum contingentiæ nominare conſueuimus)omni itidem acuto & rectilineo angulo minor eſt.Quæ omnia fuere demonſtranda.

Prima pars theorematis.

Pars ſecunda.

Tertia pars de angulo cõtingentiæ.



¶*Corollarium.*

¶Quæ igitur ab extremitare dimetientis dati circuli,ad rectos ducitur angulos,ipſum circulum tangit, ídque in vno tantummodò puncto : ad duo enim puncta adplicata recta linea,per ſecundam huius tertij,cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιζ.

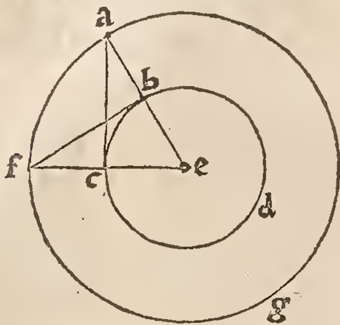
Ἀπὸ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 2, Propositio 17.



Dato pũcto, dato circulo, contingentẽ rectam lineam ducere. 17

Constructio figuræ. ORONTIVS. ¶Sit a/punctum datum: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/ contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius b/c/d/ circuli centrum, per primam huius tertij, sitque illud e: & connectatur a/e/recta, per primum postulatum. quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/deducatur, secabit b/c/d/circunferentiam: secet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus describatur a/f/g, per tertium postulatum. Postmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/e, ad rectos angulos excitetur b/f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum postulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, secet rursum in puncto c. Connectatur demum a/c, per idem primum postulatum. *Demõstratio.* Dico quòd a/c, contingit circulum/ b/c/d. Cum enim per circuli diffinitionem, æqualis sit a/e/ipsi e/f, & b/e/ipsi e/c: erunt bina latera a/e/& e/c/triãguli a/e/c, æqualia duobus f/e/ & e/b/trianguli f/e/b: & communem comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/basi f/b, & triangulum a/e/c/triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f, rectus est: igitur & qui sub a/c/e/rectus. Et quoniam e/c/semidiameter est ipsius b/c/d/circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadẽ a/c/ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/ tangit circulum b/c/ d, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat.



Θεώρημα ιϛ, Πρότασις ιη.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

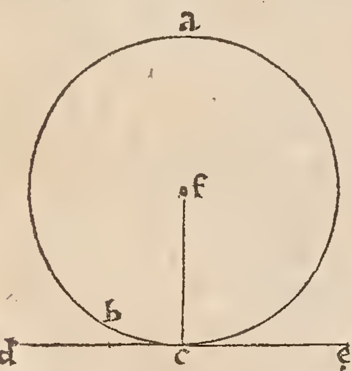
Theorema 16 Propositio 18.



SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente. 18

Hæc aliter ostendi potest, sed hic demõstrãdi modus præstat.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitque centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/recta, per primũ postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erunt d/c/f/& f/c/e/anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, & proinde alter recto maior, alter verò minor. nam d/c/f/& f/c/e/anguli, per decimamtertiam primi binis rectis sunt æquales. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaque d/c/f/acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypothesin: ipsum igitur nõ secat circulum. Cadit itaque circunferentia b/c, inter d/c/ & c/f/lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f/ex circunferentia b/c/& recta c/f/comprehenso. Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionem. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e/cõtinetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/ e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionem. Si circulum itaque tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.



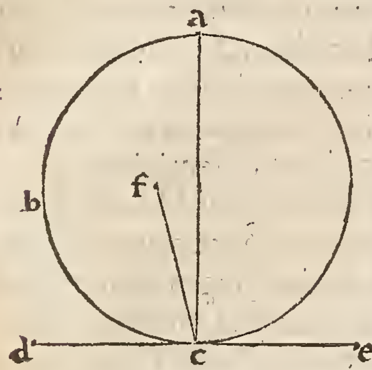
Θεώρημα ιζ, Πρότασις ιθ.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

19 I circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. ¶Esto circulus a/b/c: quẽ rursum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato puncto c/ datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico quòd in c/a, est centrum ipsius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in puncto f: & connectatur f/c/ recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypothesin circulum a/b/c, à centro autem f, in contactum c, coniuncta erit f/c/ recta linea: coniuncta igitur f/c, perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per constructionem/ angulus d/c/a/ rectus est: suntque recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipsi angulo d/c/f. Est autẽ d/c/f, pars ipsius anguli d/c/a: recta siquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/ & c/a/ rectas, diuiditque propterea ipsum angulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, suæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Centrum itaq; circuli a/b/c, non est in puncto f. haud dissimiliter ostendemus, quòd nec alibi: præter quàm in a/c. Si circulum ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse. *Demonstratio ab impossibili*



Θεώρημα ιη, Πρότασις κ.

ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, *Propositio* 20.

20 N circulo angulus qui ad centrũ, duplus est eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circunferentiam habuerint.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, sit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriusq; basis eadem circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipsius anguli c/a/d/ duplus est. Cõnectatur enim a/e, per primum postulatum: & per secundum postulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/ sit æqualis e/c: æquus est angulus e/a/c, ipsi angulo e/c/a, per quintam primi. Anguli itaque e/a/c/ & e/c/a/ simul sumpti, alterutrius eorum dupli sunt: vtpote ipsius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis ĩterioribus & ex opposito e/a/c/ & e/c/a, per trigesimamsecundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. Duplus est igitur c/e/f/ angulus, ipsius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d, ipsius e/a/d/ anguli duplus est. Totus itaque angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addantur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶Quòd si angulus qui ad circunferẽtiam, fuerit extra cẽtrum ipsius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e, per primum postulatum, & directè producta in g/ per secundum: concludemus veluti suprà, ex eadem quinta & trigesimasecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipsius anguli c/b/e. quorum d/e/g/ pars ipsius anguli c/e/g, duplus rursum est partis ipsius c/b/e, vtpote anguli e/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui c/b/d/ qui ad circunferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaque angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam: quando ipsi anguli communem basin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat ostendendum. *Quãdo angulus qui ad circunferentiam includit centrum.* *Quando idem angul⁹ qui ad circũferẽtiam non capit centrum circuli.*



Θεώρημα ιθ, Πρότασις κα.

ΕΝ κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 19, *Propositio* 21.



N circulo qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicem sunt æquales. 21

De segmento semicirculo maiori.

ORONTIVS. ¶Sint primùm in segmento semicirculo maiori c/a/d, dati a/b/c/d/circuli: anguli c/a/d, & d/b/c/. Dico eosdem angulos c/a/d/& d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipsius a/b/c/d/circuli, per primam huius tertij, sitque illud e: & connectātur e/c/& e/d, per primum postulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ad centrum existat circuli, c/a/d/verò angulus ad circunferentiam, habeāntque basin eandem, & communem circunferentiam c/d: angulus propterea c/e/d, duplus est, per antecedentem vigesimam propositionem, anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/d, dimidius est ipsius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus est ipsius anguli d/b/c: atque idem angulus d/b/c, eiusdem c/e/d/anguli dimidius. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia: per septimam communem sententiam. Aequus est igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c.

De segmento semicirculo minori.

¶Sint rursum in segmento b/a/d/ semicirculo minori, ipsius a/b/c/d/circuli, b/a/d/& d/e/b/anguli. Hos dico fore similiter æquales. Connectatur enim recta a/e, per primum postulatum: sitque ipsarum a/d/& b/e/sectio f. Erit igitur a/c/e, segmentum maius: & qui in eodem segmento maiori sunt anguli a/b/e/& e/d/a, per primam partem iam demonstratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex opposito sunt anguli a/b/f/& f/a/b, extrinseco b/f/d/ coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/& f/e/d/ipsius d/e/f/trianguli, eidem extrinseco b/f/d/ sunt itidem æquales, per trigesimamsecundā primi. Duo igitur anguli a/b/f/& f/a/b, duobus angulis e/d/f/& f/e/d, sunt per primam communem sententiam æquales. Aquibus si demantur æquales anguli a/b/f/ & e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc est, b/a/d/ipsi d/e/b, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Idem quoque demonstrare licebit de angulis in semicirculo constitutis. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

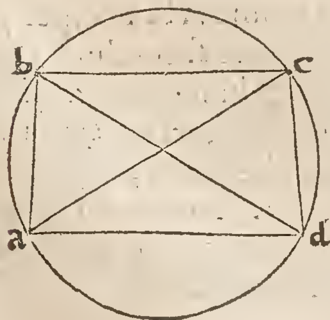
Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20, Propositio 22.



N circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. 22

ORONTIVS. ¶Sit in a/b/c/d/circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/& c, similiter qui ad b/& d/ex opposito constituuntur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/& b/d/rectæ, per primum postulatum. Triangulum est igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquus est angulus c/d/b, per antecedentem vigesimamprimam huius tertij: sunt enim in eodem segmento b/a/d/c. Angulo rursum a/c/b, æqualis est angulus b/d/a, per eandem vigesimamprimam huius tertij: in eodem nanque segmento consistunt a/d/c/b. Totus igitur qui sub a/d/c/ continetur angulus, binis angulis b/a/c/& a/c/b (nempe suis partibus integralibus) coæquatur. Adijciatur vtrisque æqualibus, communis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/& c/d/a, tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a, ipsius a/b/c/trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. Eisdem porrò tribus angulis eiusdem a/b/c/trianguli, duo recti sunt æquales anguli: omnis siquidem trianguli, tres interiores anguli binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundam primi. Qui igitur ex opposito sunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem sententiam, sunt æquales duobus rectis. Nec dissimiliter



ostendemus,quòd anguli b/a/d/& d/c/b , duobus itidem rectis coæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum existentium anguli , qui ex oppositio : duobus rectis sunt æquales. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κγ.

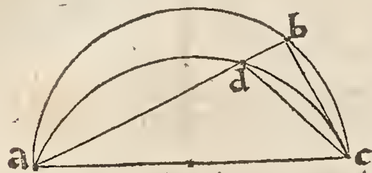
Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, Propsitio 23.

23 

SVper eadem recta linea,duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituentur ad easdem partes.

ORONTIVS. ¶Super eadem nanque recta linea a/c , binæ & inæquales circulorum sectiones,a/b/c/quidem maior,minor autem a/d/c,ad easdem partes b,d/constituantur . Dico quòd ipsæ sectiones non sunt similes , & simul inæquales . Si enim id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea a/d/b, quæ secet vtranque sectionem, maiorem quidem in b,& ipsam minorem in d:& connectantur b/c,& c/d / rectæ , per primum postulatum. Triangulũ erit igitur b/c,d: cuius vnum latus b/d, producitur in a. exterior igitur angulus a/ d/ c, interiore & ex opposito c/b/d/maior est, per decimamsextam primi. Quòd si segmentum a/d/c/,fuerit ipsi a/b/c / simile : æquus erit angulus a/d/c,eidem angulo c/b/d , per vltimam huius tertij diffinitionem. similes nanque sectiones circuli sunt,quæ angulos æquos suscipiunt.Esset igitur angulus a/d/c, maior angulo c/b/d, atque eidem æqualis : quod est impossibile. Super eadem itaque recta linea , duæ sectiones circulorum similes,& inæquales non constituentur ad easdem partes. Quod ostendere fuerat operæpretium.



Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κδ.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

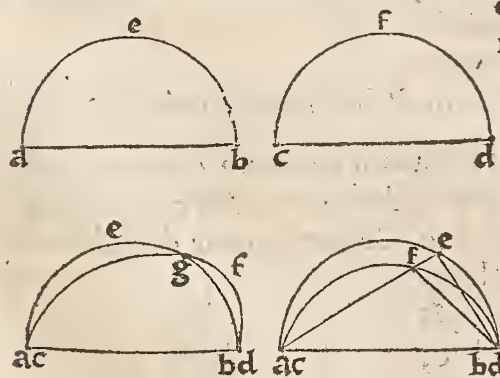
Theorema 22, Propositio 24.

24 

SVper æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones cõstitutæ,sibi inuicem sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/ b, & c/d,similes circulorum sectiones a/e/b,& c/f/d.Dico quòd sectio a/e/b,sectioni c/f/d/est æqualis.Comparatis nanque adinuicem ipsis a/e/b/& c/f/d/sectionibus,& puncto c/supra punctum a/collocato,extensáque recta linea c/d/in directum ipsius a/b:cõgruet punctum d,ipsi puncto b.quæ enim sunt æqualia,sibimetipsis cõueniunt,per octauæ communis sententiæ conuersionem.Conueniente autẽ recta c/d/ipsi a/b,cõueniet & c/f/d/ circunferentia,ipsi a/e/b:& illi consequenter erit æqualis.Tunc enim super eadem recta & communi linea a/b/vel c/d,duæ circulorum sectiones constituentur similes:igitur & æquales,per vigesimamtertiam huius. Aequalis est igitur a/e/b/ipsi c/f/d. ¶ Quòd si non fueris contentus hac demonstratione,& dixeris forsan circunferentiam c/f/d,ipsi a/e/b/ minimè conuenire : tunc vel altera alteram secabit,vel vna cadet intra reliquam.Secent se primùm (si possibile sit)in puncto g.Et quoniam se secant iam,in cõmunibus punctis a, b/vel c,d: secabũt sese inuicem circuli , quorum sunt sectiones, in pluribus duobus punctis.quod per decimam huius tertij , est impossibile. Quòd si vna ceciderit intra reliquam,vtpote c/f/d/ intra a/e/b: idẽ quod in proxima sequetur inconueniens, velut ex ipsa potes elicere figura.Exterior enim angulus qui ad f,trianguli a/f/b/aut e/f/d,maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e,per decimamsextam primi:ac eidem æqualis, per similium sectionum diffinitionem,quod non est possibile.Congruit itaque circunferetia c/f/d,ipsi a/e/b:quemadmodùm & recta c/ d, ipsi a/ b. quæ autem sibimetipsis conueniunt , æqualia sunt adinuicem:per octauam communem sententiam.Aequalis est igitur sectio a/e/b,ipsi c/f/d.Igitur super æqualibus rectis lineis,similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt

Alia eiusdem theorematis ostensio.



æquales. Quod receperamus ostendendum.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις κε.

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπέρ ἐστι τμῆμα.

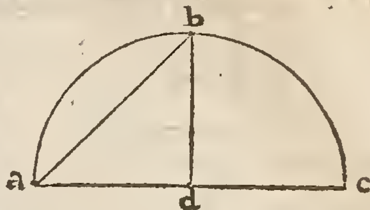
Problema 3, Propositio 25.



Irculi sectione data: describere circulum, cuius est sectio. 25

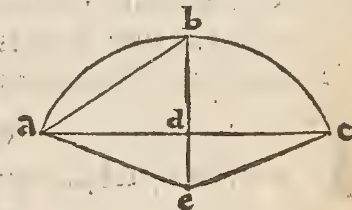
ORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio a/b/c, cuius centrum oporteat inuenire: hoc est, circulum cuius est sectio describere. Secetur itaque a/c/recta bifariam in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à puncto d/ipsius a/c/rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b: & connectatur a/b/recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipsi angulo d/b/a/erit æqualis, aut eo minor, vel eodem angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipsi d/b, per sextam primi. Eidē porrò a/d, æqualis est d/c, per constructionem: & d/b/igitur ipsi d/c, per primam communem sententiam erit æqualis. Tres itaque a/d, d/b, & d/c, erūt inuicem æquales. Cadent ergo à puncto d, in circunferentiam a/b/c, plures quàm duæ rectę lineę æquales: erit igitur pūctū d, centrum circuli, cuius a/b/c/est sectio, per nonam huius tertij.

Prima huius ostensionis differentia.



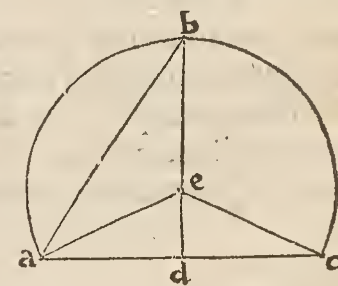
Secunda differentia.

¶ At si angulus b/a/d, minor fuerit angulo d/b/a (vt in secūda figuræ dispositione) cōstituatur ad datum pūctum a/datæ rectæ lineę a/b, dato angulo rectilineo d/b/a, æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigesimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/b/d, angulus qui ad d/rectus est: igitur & qui ad b/ minor est recto, per trigesimamsecundam primi. Angulo autem d/b/a, datus est æqualis b/a/e: & b/a/e/igitur angulus recto minor est. incidit itaq; recta linea a/b, in a/e/& b/d/rectas, efficiens interiores & in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/ in rectum productæ, per quintum postulatum. conueniant ergo ad punctum e: & cōnectatur e/c/recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus fit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/est æqualis, & d/e/vtriq; communis: bina igitur latera a/d/& d/e/trianguli a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: & æquales comprehēdunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostēsa est e/b: tres igitur a/e, e/b, & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, pūctū e/cētrū erit circuli, cuius a/b/c/est sectio.



Tertia differentia.

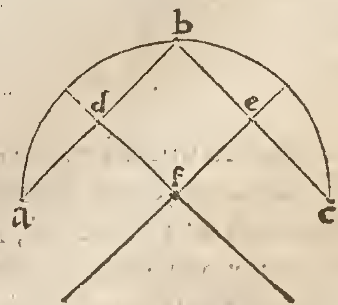
¶ Quòd si idē augulus b/a/d, maior extiterit ipso d/b/a: idem respōdenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimātertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli, cuius a/b/c/est sectio: per nonam huius tertij. ¶ *Corollarium.*



¶ Hinc fit manifestum, in semicirculo angulū b/a/d, fore æqualem ipsi d/b/a: in sectione autem semicirculo minore, minorem: & in maiore, maiorem.

Alia & uniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶ EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatum centrum, cuicunque sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: síntque a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/rectæ, per primum postulatum. vtraq; postmodùm bifariam diuidatur, per decimam primi: a/b/quidem in puncto d, & b/c/in puncto e. A punctis autem d/& e, in easdem a/b/& b/c, perpendiculares excitentur d/f/& e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum b/d/f/& b/e/f/sit rectus: recta quæ ex pūcto d/in punctū e/producetur, vtrunq; diuidet angulū. quæ cùm incidat in d/f/& e/f/rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/& e/d/f/ duobus



rectis minores. Concurrent igitur d/f/& e/f/productæ, per quintum postulatum: & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/est centrũ circuli. & proinde in e/f/recta, erit eiusdẽ circuli centrum: per corollarium primę huius tertij. Est igitur cẽtrum circuli, cuius sectio est a/b/c/in puncto f, vtriq; & d/f/& e/f/communi. Data igitur circuli sectione a/b/c/describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostendisse.

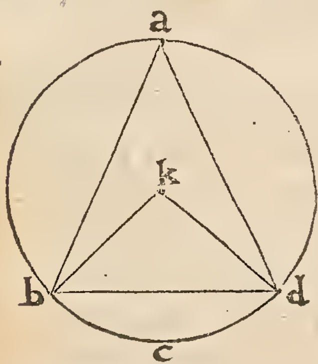
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κϛ.

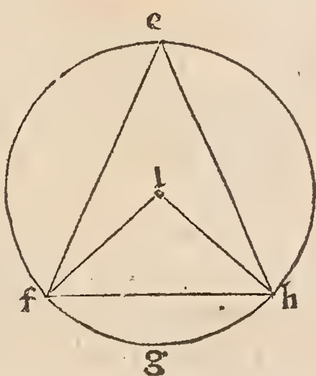
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ, ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

26 N æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint.

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/& e/f/g/h, inuicẽ æquales: in quibus æquales deducantur anguli, ad eorum quidem centra k, l, anguli b/k/d, & f/l/h: ad circunferentias autem, b/a/d/& f/e/h. Dico quòd b/c/d/circunferentia, æqualis est f/g/h/circunferentiæ. Connectantur enim in primis b/d/& f/h/rectæ, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin circuli a/b/c/d/& e/f/g/h, sunt inuicem æquales: quæ igitur ex eorum centris prodeunt rectæ lineæ, sunt æquales adinuicem, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ igitur b/k/& k/d/trianguli b/k/d, duabus f/l/& l/h/trianguli f/l/h/sunt æquales altera/alteri: & æquos inuicem, qui ad k/& l/comprehendunt angulos. Basis itaq; b/d, basi f/h, per quartam primi est æqualis. Rursum quoniam angulus qui ad a/ æquus est angulo qui ad e, similis est sectio b/a/d, sectioni f/e/h, per decimam huius tertij diffinitionem: & super æqualibus rectis consistunt b/d/& f/h. Aequalis est igitur sectio b/a/d, ipsi f/e/h: super æqualibus enim rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales, per vigesimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/circulus, toti e/f/g/h/ circulo est æqualis. si ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ: quæ relinquentur æquales erũt, per tertiam communem sententiam. Aequalis est igitur circunferentia b/c/d, ipsi f/g/h. In æqualibus ergo circulis: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.





Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κζ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

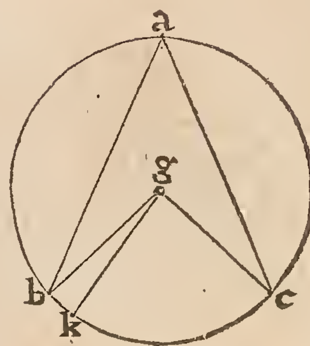
Theorema 24, Propositio 27.

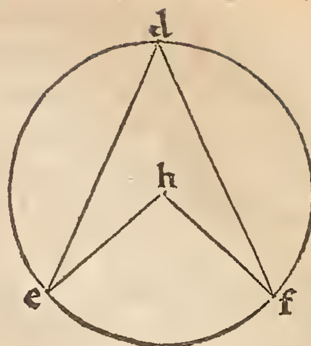
27 N æqualibus circulis, anguli qui super æquales circunferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: & si ad centra, & si ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa præcedentis. Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/& d/e/f, super æqualibus circunferentijs b/c/& e/f, anguli b/g/c/& e/h/f, ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem, b/a/c/& e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g, æquus est angulo qui ad h: necnon qui ad a, æqualis ei qui ad d. In primis enim, si angulus b/g/c, angulo e/h/f/non fuerit æqualis: alter eorum erit maior. Esto maior (si possibile sit) b/g/c: & ad datam rectam lineam g/c, ad datúmque in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/ f, æqualis angulus rectilineus constituatur k/g/c, per vigesimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipso k/g/c/angulo: incidétque propterea recta g/k, inter b/g/& g/c/ rectas, & proinde secabit circunferentiam k/c/ ipsa b / c / minorem. At

Conuersa præcedentis 26.

quoniam in circulis ęqualibus ęquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per antecedentem vigesimamsextam propositionem: æqualis erit circunferentia k/c, ipsi e/f. Eidem porrò circunferentiæ e/f, æqualis est per hypothesin circunferentia b/c. & b/c/igitur circunferentia, ipsi k/c, per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totúmve suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur angulus b/g/c, maior ipso e/h/f: similiter ostendemus, quòd neque minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus b/a/c, dimidius est eius qui ad centrum g: necnon & e/d/f/angulus, illius qui ad cētrum h/dimidius. quæ autē eiusdem vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiam. Et angulus igitur b/a/c, angulo e/d/f/est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circunferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.





Θεώρημα κε, Πρόθεσις κη.

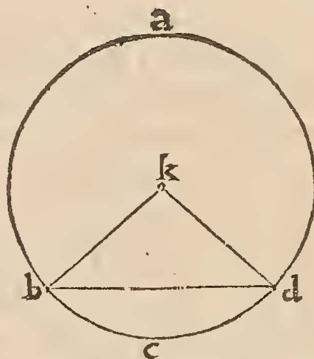
Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

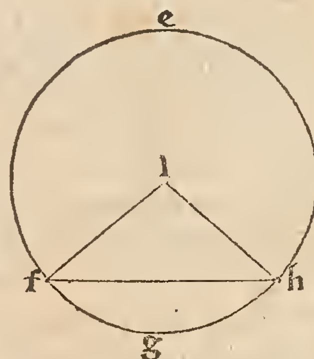
Theorema 25, Propositio 28.



IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. 28

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales, quorum centra k, l: in ipsis verò æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ b/d, & f/h, auferentes circunferentias b/a/d/ quidem & f/e/h/ maiores, minores autem b/c/d/ & f/g/h. Aio quòd circunferentia b/a/d, circunferentiæ f/e/h/ est æqualis: necnon & b/c/d, ipsi f/g/h. Connectantur enim b/k/ & k/d, atque f/l/ & l/h/ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur ex hypothesi, circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ sint æquales: & æquales quoque adinuicem erunt quæ ex eorum centris deducentur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaque b/k/ & k/d/ trianguli b/k/d, binis f/l/ & l/h/ triāguli f/l/h, sunt æquales altera alteri: basis quoque b/c, basi f/h, p hypothesin æqualis. Angulus igitur b/k/d, angulo f/l/h, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porrò circulis æquales anguli, & ad cētra deducti, in æqualibus circūferentijs subtenduntur: per vigesimamsextam huius tertij. Et b/c/d/ igitur circunferentia, ipsi f/g/h/ circūferentiæ est æqualis. Atqui totus a/b/c/d/ circulus, toti e/f/g/h/ circulo per hypothesin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/ est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. Quod demonstrare fuerat operæpretium.





Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις κθ.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theorema 26, Propositio 29.

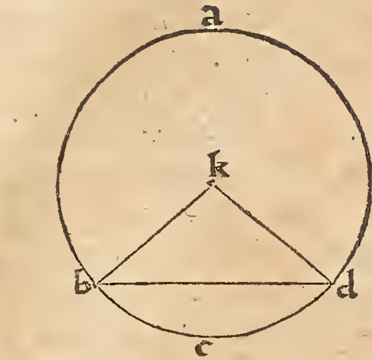


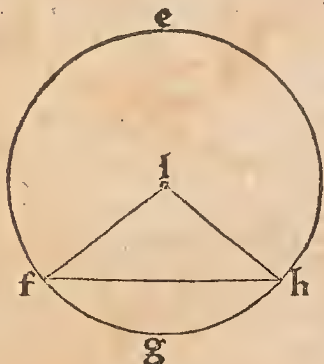
IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferentijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

Conuersa proximæ 28.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis.

Sint igitur rursum æquales circuli a/b/c/d/& e/ f / g / h , quorum céntra k , l : síntque in eisdem circulis,b/c/d/& f/g/h/circunferentię inuicem æquales.Dico quòd connexæ b/d/& f/h/rectæ lineæ,ęquales sunt adinuicem.Producantur enim ex centro k,rectæ lineæ b/k/& & k/d:necnon ex centro l,rectæ lineæ f/l/& l/h , per primum postulatum . Et quoniam ex hypothesi circunferentia b/c/d,æqualis est circunferentiæ f/g/h:æqualis est propterea angulus b/k/d/ angulo f/l/h,per vigesimamseptimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales : & quæ ex eorum centris igitur k/& l,per primam huius diffinitionem sunt æquales . Aequales itaque inuicem sunt b/k, k/d,f/l,& l/h. Triangula ergo b/k/d/& f/l/h, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri:& contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales.Basis igitur b/d , basi f/h, per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis,sub æqualibus circunferentijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur.Quod oportuit demonstrasse.





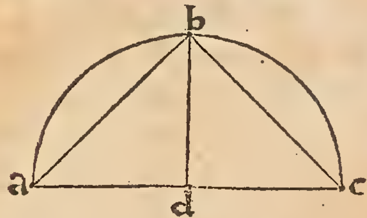
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, *Propositio* 30.

30 DAtam circunferentiam bifariam discindere.

ORONTIVS. ¶Esto data circunferentia a/b / c : quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c,per primum postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d,per decimam primi.Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d,datæ rectæ lineæ a/c,ad angulos rectos excitetur d/b:cõnectantúrq; a/b/ & b/c / lineæ rectæ , per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ ipsi d/c/sit æqualis, & d/b/vtriq; communis: bina itaque latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b , duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos , nempe rectos . Basis igitur/a/b,basi b/c, per quartam primi est æqualis. Aequales porrò lineæ in eodem circulo,æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori,minorem autem minori,per vigesimamoctauam huius tertij . Aequalis est ergo a/b/circunferentia , ipsi b/c . Data itaque circunferentia a/b / c , bifariam discinditur in puncto b.Quod facere oportebat.



Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27, *Propositio* 31.

31 IN circulo, angulus qui in semicirculo est , rectus est:qui autem in maiori segmento,minor recto:qui verò in minori segmento,maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est : minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d:cuius centrum e , dimetiens verò a/d:descriptus autem in semicirculo augulus,sit a/b/d.& suscipiatur in b/d/circunferentia contingens aliquod punctum,sítque illud c:& per primum postulatum, connectantur rectæ lineæ e/b,b/c,& c/d.Dico primùm ,quòd angulus a/b/d/rectus est.Extendatur enim,per secundum postulatum , a/b/recta in directum, versus f . Cùm igitur æqualis sit a/e,ipsi e/b,per *Prima theorematis pars.*

circuli diffinitionem: æquus erit angulus e/a/b, ipſi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis eſt angulus e/b/d, ipſi angulo b/d/e: æqualis ſiquidem eſt e/b/recta ipſi e/d, per eandem circuli diffinitionem. Totus itaque angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/& a/d/b/ eſt æqualis. Eiſdem porrò angulis b/a/d/& a/d/b, æquus eſt exterior angulus d/b/f, per trigeſimam ſecundam primi. Duo itaque anguli a/b/d/& d/b/f, eiſdem angulis b/a/d/& a/d/b/ſunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Recta igitur b/d/ incidens ſuper a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipſius primi diffinitionem. Rectus eſt igitur angulus a/b/d in dato conſiſtens ſemicirculo.

Pars ſecunda. ¶Dico inſuper quòd angulus qui ad a/ exiſtens in maiori ſegmento b/a/d, recto minor eſt. Trianguli ſiquidem a/b/d/tres anguli, binis rectis per trigeſimamſecundam primi ſunt æquales. Rectus eſt autem qui ad/ b (veluti nunc oſtendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto ſunt æquales: & proinde vterque recto minor.

Pars tertia. ¶Aio conſequenter, quòd & angulus qui ad c/in ſegmento b/c/d/ ſemicirculo minori, maior eſt recto. Nam a/b/c/d/quadrilaterum eſt, & in dato conſiſtens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum exiſtentium, anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales, per vigeſimamſecundam huius tertij. Qui igitur ad a/& c/exiſtunt anguli, binis rectis ſunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor oſtenſus eſt: igitur & qui ad c, hoc eſt ſub b/c/d/continetur angulus, recto maior eſt.

Quarta eiuſdē theorematis pars. ¶Dico tandem, quòd angulus maioris ſegmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, ſub a/b/recta, & circunferentia b/c/d/ comprehenſus, maior eſt recto. Minoris autem ſegmenti angulus, veluti c/b/d, ſub eadem b/c/d/circunferentia & recta b/d/ comprehenſus, recto minor eſt. Anguli enim rectilinei a/b/d/& d/b/f/recti ſunt: cadítque b/d/recta intra datum circulum, per ſecundam huius tertij. Eadem itaque recta b/d, diuidit ipſum angulum ſub a/b/recta, & b/c/d/circunferentia comprehenſum: & proinde rectus angulus a/b/d, eiuſdem anguli ſub a/b/recta & circũferentia b/c/d/comprehenſi fit pars. Omne porrò totum, eſt ſua parte maius, per nonam communem ſententiam. Datus igitur ſegmenti maioris angulus, ſub a/b/recta, & b/c/d/ circunferentia contentus, recto maior eſt.

Pars quinta & ultima. ¶Rurſum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b/f/extra: diuidit itaque circunferentia b/c/d, ipſum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus ſub b/d/recta/& eadem circunferentia b/c/d/comprehenſus, pars eſt ipſius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor eſt toto, per ipſius nonæ communis ſententiæ conuerſionem. Angulus igitur ſegmenti minoris, ſub d/b/recta & b/c/d/circunferentia comprehenſus, minor eſt recto. In circulo itaque angulus qui in ſemicirculo eſt: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportebat oſtendere.

¶Corollarium primum.

¶Ex hac, & decimaſexta huius tertij propoſitione fit manifeſtum, quòd tametſi in mixtis angulis, ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenſis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

¶Corollarium ſecundum.

¶Sequitur etiam ex huiuſce propoſitionis demonſtratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus eſt. ¶Et quando vtrobique conſiſtentes anguli, eiſdem angulis fuerint æquales: vterque æqualium angulorum rectus erit.

Θεώρημα κη, Πρόθεσις λβ.

Ἂν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28, Propoſitio 32.

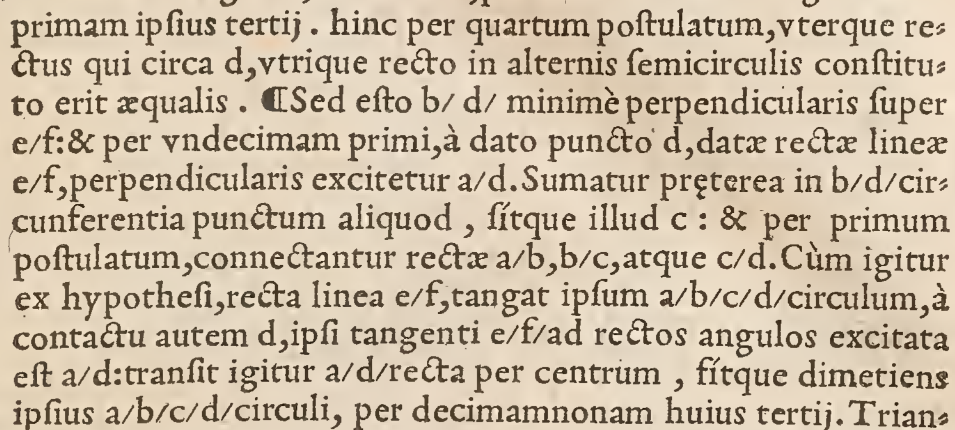
SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum diſpeſcens: anguli quos efficit ad tangentem, æquales ſunt eis, qui alterni in circuli ſegmentis conſiſtunt, angulis. 32

ORONTIVS. ¶Eſto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/in puncto d: à contactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dipeſcens datum circulum

a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis eſt angulo qui in ſegmento b/a/d:& angulus b/d/f,ei qui in ſegmento b/c/d/itidem æqualis. In primis enim,aut b/d/recta ſuper rectam e/f/ad rectos incidet angulos:aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea tranſibit per centrum,efficietúrque dimetiens ipſius a/b/c/d/círculi,per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroque ſemicirculo conſiſtet angulus,rectus erit,per antecedentem trigeſimamprimam ipſius tertij. hinc per quartum poſtulatum,vterque rectus qui circa d,vtrique recto in alternis ſemicirculis conſtituto erit æqualis. ¶Sed eſto b/d/ minimè perpendicularis ſuper e/f:& per vndecimam primi,à dato puncto d,datæ rectæ lineæ e/f,perpendicularis excitetur a/d. Sumatur prẽterea in b/d/circunferentia punctum aliquod, ſítque illud c: & per primum poſtulatum,connectantur rectæ a/b,b/c,atque c/d. Cùm igitur ex hypotheſi,recta linea e/f,tangat ipſum a/b/c/d/circulum,à contactu autem d,ipſi tangenti e/f/ad rectos angulos excitata eſt a/d:tranſit igitur a/d/recta per centrum, ſítque dimetiens ipſius a/b/c/d/circuli, per decimamnonam huius tertij. Trianguli igitur a/b/d,angulus qui ad b/in ipſo exiſtens ſemicirculo, per antecedentem trigeſimamprimam huius tertij, rectus eſt:reliqui itaque anguli a/d/b/& b/a/d,vni recto,per trigeſimamſecundam primi,ſunt ẽquales. Angulus porrò a/d/e, rectus eſt: qui igitur ſub a/d/b/& b/a/d/continentur anguli, ipſi angulo a/d/e/ſunt æquales. vtrique autem æqualium,communis eſt a/d/b:reliquus igitur b/d/e,reliquo b/a/d(qui alternus in b/a/d/ſegmẽto conſiſtit) angulo, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Rurſum quoniam anguli b/d/e/& b/d/f,duobus rectis,per dicimamtertiam primi, ſunt æquales:eiſdem quoque duobus rectis,æquales ſunt qui in a/b/c/d/quadrilatero, ex oppoſito conſiſtunt anguli b/a/d/& b/c/d,per vigeſimamſecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/& b/c/d,ipſis angulis b/d/e/& b/d/f,ſunt per primam communem ſententiam æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/æqualis præoſtenſus eſt. Reliquus igitur angulus b/d/f,reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem ſententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea:&c.vt in theoremate. Quod receperamus oſtendendum.

Quãdo diſpeſcẽs, orthogonalis eſt ad tãgentem.

Quando extenſa, non eſt orthogonalis cum tangente circulum.



Πρόβλημα ε, Πρόθεσις λγ.

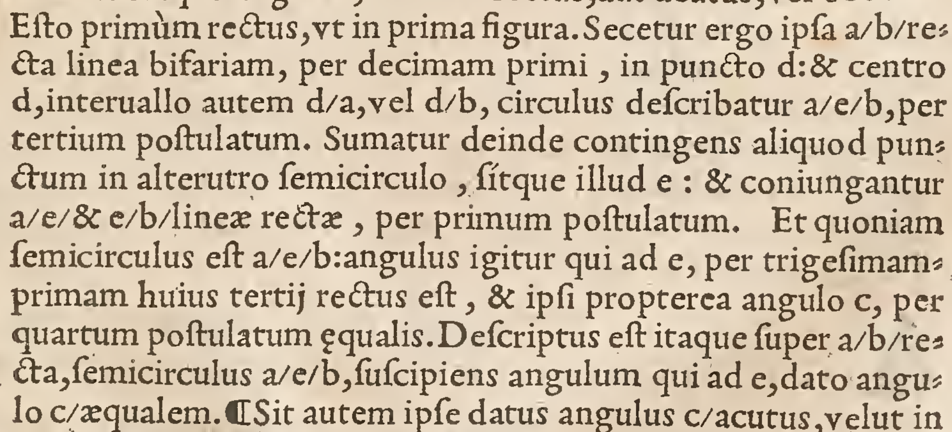
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propoſitio 33.

33 SVper data recta linea,deſcribere ſectionem circuli,capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

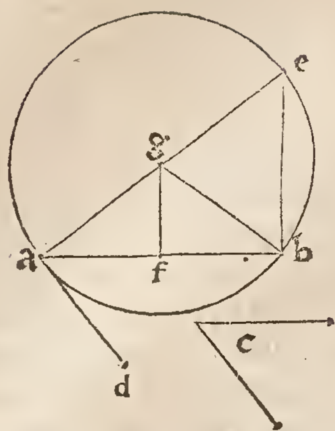
ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b,datus porrò angulus rectilineus qui ad c:ſitq; receptũ deſcribere ſuper a/b/circuli ſectionẽ,quæ capiat angulũ ipſi dato angulo c/æqualem. Datus itaque angulus, aut erit rectus,aut acutus,vel obtuſus. Eſto primùm rectus,vt in prima figura. Secetur ergo ipſa a/b/recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d:& centro d,interuallo autem d/a,vel d/b, circulus deſcribatur a/e/b,per tertium poſtulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro ſemicirculo, ſítque illud e: & coniungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniam ſemicirculus eſt a/e/b:angulus igitur qui ad e, per trigeſimamprimam huius tertij rectus eſt, & ipſi propterea angulo c, per quartum poſtulatum ẽqualis. Deſcriptus eſt itaque ſuper a/b/recta,ſemicirculus a/e/b,ſuſcipiens angulum qui ad e,dato angulo c/æqualem. ¶Sit autem ipſe datus angulus c/acutus,velut in ſecunda figuræ deſcriptione. Ad datam itaque rectam lineam a/b, datúmque in ea punctum a,dato angulo rectilineo c:æqualis angulus rectilineus conſtituatur b/a/d,per vigeſimamtertiam primi. Erit igitur angulus b/a/d/acutus:& proinde a/b, ſuper ipſam a/d/non eſt perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatúrque ipſa a/b/recta bifariam in puncto f, per decimam ipſius primi. & per vndecimam eiuſdem primi, à dato puncto f, ipſi a/b/rectæ

Quando datus angulus rectus eſt.



Cùm dat⁹ angulus eſt acutus

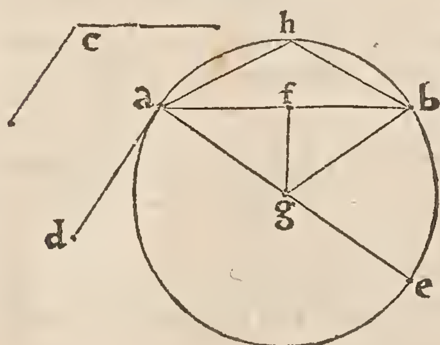
Partium figuræ præparatio.



lineę ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaque a/e/& f/g, per quintum poſtulatum: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis ſunt minores. cõueniant igitur ad punctũ g: & connectatur b/g/recta, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/f/ipſi f/b/ſit æqualis, & vtriq; communis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, ſunt æquales altera alteri. & æquos inuicem capiunt angulos: nempe rectos, qui circa f. Baſis igitur a/g, baſi g/b, per quartam primi eſt æqualis. Centro itaque g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus deſcribatur a/e/b, per tertium poſtulatum. tranſibit ergo circulus a/e/b, per ipſius a/b/limites. Extenſa igitur a/e/recta, per ſecundum poſtulatum, in circunferentiam ipſius circuli: connectatur recta b/e, per primum poſtulatum. Et

Reſolutio demõſtrationis. quoniam a/d/ recta, ab a/puncto ipſius a/e/ dimetientis extremitate, ad rectos eſt angulos: tangit igitur a/d/ipſum a/e/b/circulũ, per corollarium decimæſextæ huius tertij. Rurſum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipſum a/e/b/circulum, à contactu autẽ extenſa eſt recta quædam linea a/b/circulum diſpeſcens: angulus igitur qui ad e/conſiſtens in alterno ſegmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extenſa a/b/cum tangente a/d, per trigeſimamſecundam huius tertij eſt æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus eſt angulus c, per conſtructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primam communem ſententiam eſt æqualis. Super data itaque recta linea a/b, deſcriptum eſt circuli ſegmentum a/e/b, ſuſcipiens angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem.

Quando idem angulus datus eſt obtuſus. ¶Quòd ſi datus augulus c/fuerit obtuſus: haud diſſimili via, propoſitionis intentum perficietur. Dato enim rurſum angulo b/a/d, ipſi angulo c/æquali, per vigeſimamtertiam primi: & a/b/recta diuiſa bifariam in puncto f/per decimam, excitatáque perpendiculari f/g/per vndecimam eiuſdem primi: conuenient rurſum a/e/& f/g/in rectum extẽſæ, per quintum poſtulatũ (anguli enim a/f/g/& g/a/f/ſunt minores duobus rectis) conueniant ergo ad punctum g. &



ſumpto puncto h, prout in a/b/circunferentia contigerit: connectantur a/h, h/b, & b/g/lineæ rectæ, per primum poſtulatum.

Reſolutio demonſtrationis priori ſimilis. Cùm igitur a/f/ſit æqualis f/b, & f/g/vtrique communis: duo latera a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, ſunt æqualia alterum alteri: & æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui crca punctum f. Baſis igitur a/g, baſi g/b, per quartam primi eſt æqualis. Centro itaque g, interuallo autem g/a/vel g/b, deſcribatur a/e/b/circulus, per tertium poſtulatum. tranſibit ergo circulus ipſe, per limites datæ rectæ lineæ a/b. Hinc rurſum, quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata eſt angulos: tangit igitur a/d/ipſum a/e/b/circulum, per corollarium decimæſextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum, à contactu autem extenſa eſt a/b/recta, circulum diſpeſcens: angulus igitur qui ad h/conſiſtens in alterno circuli ſegmento a/h/b, angulo b/a/d/ſub contingente d/a/& extenſa a/b/comprehenſo, per trigeſimamſecundam huius tertij eſt æqualis. Eidem quoque angulo b/a/d, æquus eſt per conſtructionem angulus qui ad c. Qui igitur ad c/& h/puncta conſiſtunt anguli, per primam communem ſententiam, ſunt inuicem æquales. Itaque ſuper data recta linea a/b, deſcribitur ſectio circuli a/h/b/ capiens angulum qui ad h/ æqualem dato angulo rectilineo qui a d c. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις λδ.

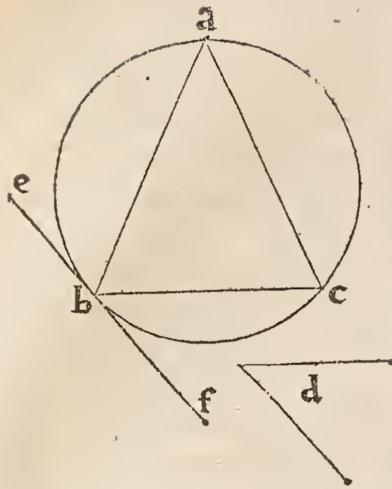
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 6, Propoſitio 34.



A Dato circulo, ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 34

Conſtructio figuræ. ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto



e, ducatur recta linea e/f/contingens ipsum a/b/c/ circulum in puncto b, per decimamseptimam huius tertij. & ad datam rectam lineam b/f, datúmque in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus cõstituatur c/b/f, per vigesimamtertiam primi. & per primum postulatum, coniungantur a/b/ & a/c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædam linea b/f/ tangat circulum a/b/c, & à contactu b/ alia quædam linea recta b/c/ extensa est, circulum dispescens: angulus igitur qui ad a/existens in alterno segmento b/a/c, æquus est ipsi angulo c/b/f, quem efficit recta b/c/cum tangente b/f, per trigesimamsecundã huius tertij. Eidem porrò c/b/f/angulo, æquus est per constructionem angulus d. Est igitur sub b/a/c/contentus angulus, æqualis ipsi angulo d, per primam communem sententiam. A dato itaque circulo a/b/c, segmentum abscinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit fecisse.

Demonstratio problematis.

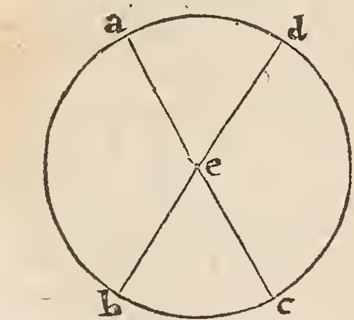
Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λε.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29 Propositio 35.

35 SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangulum comprehẽsum sub sectionibus vnius, æquum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo.

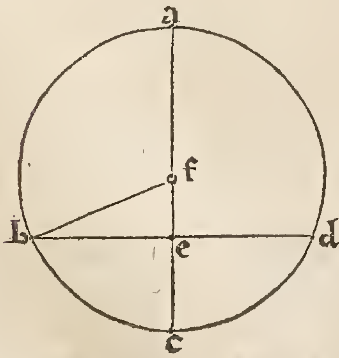
ORONTIVS. ¶In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, seinuicem secent in puncto e. Aio quòd rectangulũ comprehensum sub a/e/& e/c, æquum est comprehenso sub b/e/& e/d/rectangulo. In primis itaque/vel vtraque linearũ transit per centrum circuli, vel vna tantùm, aut neutra. Transeat primùm vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimamquintam diffinitionem primi, a/e, e/c, b/e, & e/d/inuicem æquales: nempe eiusdem circuli semidiametri. Quod igitur sub a/e/in e/c/fit rectangulum, æquum est ei, quod sub b/e/& e/d/continetur rectangulo, per corollarium quadragesimæsextę primi libri: sunt enim ambo rectangula quadrata, & sub æqualibus rectis comprehensa.



Prima linearũ sese inuicẽ secantium dispositio.

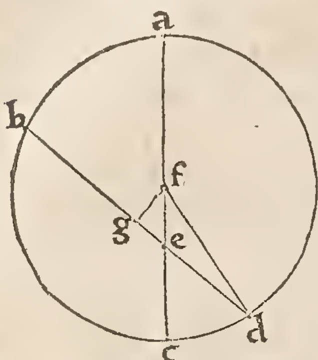
¶Sed iam altera tantũmodò linearũ, vtpote a/c, transeat per centrum, quod sit f: secétque reliquam b/d/in eodem puncto e. Secabit igitur a/c/ipsam b/d/in duo æqualia, vel in duo non æqualia. Secet primùm bifariam: & ad rectos igitur eam secabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum postulatum. Rectangulum erit itaque triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/secatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur sub a/e/& e/c/continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquũ est ei/ per quintam secũdi, quod ab f/c/fit quadrato. Ei porrò quod ab f/c/ fit quadrato, æquum est id quod ex b/f, per corollarium quadragesimæsextæ primi: æqualis siquidem est b/f, ipsi f/c. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f: æquum est quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia sunt per quadragesimamseptimam primi, quæ ex b/e/& e/f/describuntur quadrata. Comprehẽsum itaque sub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquum est quadratis quæ fiunt ex b/e/& e/f. Ablato igitur communi quadrato quod ex e, f: reliquum sub a/e/& e/c/cõprehensum rectangulum: æquum erit, per tertiam communem sententiam, reliquo quod ex b/e/describitur quadrato. Quod autem ex b e/fit quadratum, idem est quod sub b/e/& e/d/ comprehensum rectangulum: est enim per hypothesin b/e/ ipsi e/d/æqualis. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum, æquum est rectangulo,

Secũda linearum supradictarum dispositio.



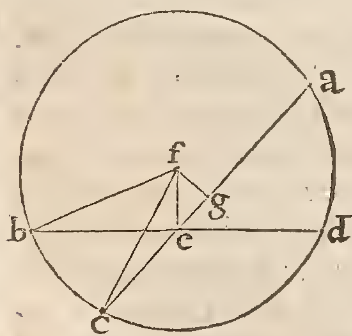
Earundem linearum dispositio tertia.

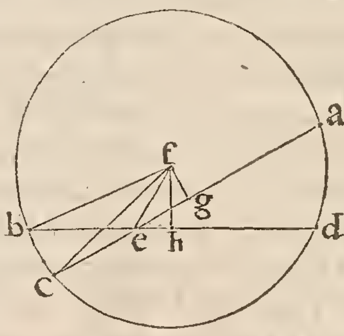
quod ſub b/e/& e/d/continetur. ¶Quòd ſi a/c/per f/centrũ educta, ipſam b/d/non ductam per centrum ſecuerit inæqualiter & ad angulos impares: idem non minus facilè concludetur. Diuidatur enim b/d/recta bifariam in puncto g, per decimã primi: & cõnectantur f/g/ atque f/d, per primum poſtulatum. Cùm igitur f/g/per centrum educta, ipſam b/d/non ductam per centrum bifariam diuidat: & ad rectos quoque eam diſpeſcet angulos, per tertiam huius tertij. Rectus erit igitur vterque angulorum qui circa g: & proinde triangula f/g/d/ & f/g/e/rectangula. Et quoniam recta a/c/bifariam ſecatur in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei quod ex f/c/deſcribitur quadrato, per quintam ſecundi. Quadrato autem quod ex f/c, æquum eſt id quod fit ex f/d: æqualis ſiquidem eſt f/c/ipſi f/d, per decimamquintam ipſius primi diffinitionem. Quadrato rurſum quod ex e/f, æqualia ſunt deſcripta ex f/g/& g/e/quadrata, per quadrageſimam ſeptimam eiuſdem primi. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum deſcriptis ex f/g/& g/e/quadratis: æquum eſt quadrato quod fit ex f/d. Quadrato inſuper quod fit ex f/d, ęqualia ſunt quę ex f/g/& g/d/fiunt quadrata, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ſub a/e/& e/c/cõtinetur rectangulũ, vnà cum quadratis quę ex f/g/& g/e: ęquum eſt eis, quæ ex f/g/& g/d/fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g, vtriſq; communi: reliquum ſub a/e/& e/c/cõprehenſum rectangulũ, vnà cũ quadrato quod ex g/e, æquum eſt ei quod ex g/d/fit quadrato. Eidẽ rurſum quod ex g/d/fit quadrato, æquum eſt comprehenſum ſub b/e/& e/d/rectãgulum, vnà cum eo quod ex eadem g/e/fit quadrato, per eandem quintam ſecundi: diuiditur enim b/d/ bifariam in puncto g, & in non æqualia in puncto e. Quæ autem eidẽ æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem, per primam communẽ ſententiam. Rectangulum itaq; ſub a/e/& e/c/comprehenſum, vnà cum quadrato quod ex g/e: æquum eſt compreheſo ſub b/e/& e/d/rectãgulo, vnà cum eodẽ quadrato quod fit ex g/e. Ablato autem cõmuni quadrato quod ex g/e: reliquũ ſub a/e/& e/c/ cõprehenſum rectãgulũ, reliquo quod ſub b/e/ & e/d/continetur rectangulo, per tertiam communẽ ſententiam eſt æquale.

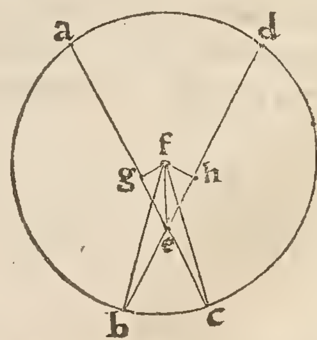


Quarta prædictarũ linearũ diſpoſitio.

¶Neutra demùm ſupradictarum linearum per cẽtrum educatur (vt in his vltimis figuris) ſiue vna ſecet aliam per æqualia, ſiue non: ſitque rurſum ipſius circuli centrũ f. Connectatur igitur e/f, recta, per primum poſtulatum: & vtraque a/c/& b/d/bifariam diuidatur, per decimam primi, a/c/quidem in g, & b/d/ in puncto h. & connectantur demum f/b, f/c, f/e, f/g, & f/h, per primũ poſtulatum. Diuidet ergo f/g/ipſam a/c/ad rectos angulos: ſimiliter & f/h/ipſam b/d, per tertiam huius tertij propoſitionem: erúntque triangula f/g/e/& e/f/h, necnon f/g/c/& f/b/h/ rectangula. Et quoniam a/c/bifariam ſecatur in g, & in non æqualia in puncto e: comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum eo quod ex g/e/fit quadrato, æquum eſt per quintam ſecundi quadrato quod fit ex g/c. Addatur cõ-







mune quadratum, quod ex f/g/deſcribitur: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/& g/e, binis quadratis quæ ex f/g/& g/c, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/& g/e, æquũ eſt quadratum quod fit ex e/f: eis item quæ ex f/g/& g/c/fiũt quadratis, æquum eſt id quod ex f/c, per quadrageſimamſeptimã primi. Quod igitur ſub a/e/& e/c/continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquum eſt quadrato quod ex f/c. Ipſi autem f/c/æqualis eſt f/b, per circuli diffinitionẽ: hinc per corollariũ quadrageſimęſextæ primi deſcriptum

ex f/b/quadratum, æquum eſt ei quod fit ex f/c . Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f:æquum eſt quadrato quod fit ex f/b. Et proinde quod ſub b/e/& e/d/continetur rectangulum, vnà cum ipſo quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt eidem quadrato, quod fit ex f/b. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſententiam. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f:æquatur rectangulo, quod ſub b/e/& e/d/ continetur, ac ipſi quadrato quod fit ex e/f. Dempto itaque communi quadrato quod ex e/f:reliquum ſub a/e/& e/c/comprehenſum rectangulum, reliquo quod ſub b/e/& e/d/ continetur rectangulo, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. In prima autem trium antecedentium figurarum, vbi a/c/bifariam ſecat ipſam b/d, erit f/e/ſuper eadem b/d/perpendicularis:& quadratũ quod fit ex f/b, ijs quæ ex b/e/& e/f/fiunt quadratis æquale. Hinc facilè concludetur, quadratum quod ex b/e, ſeu rectangulum ſub b/e/& e/d/comprehenſum, æquum fore rectangulo quod ſub a/e/& e/ c/ continetur. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint:&c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις λϛ.

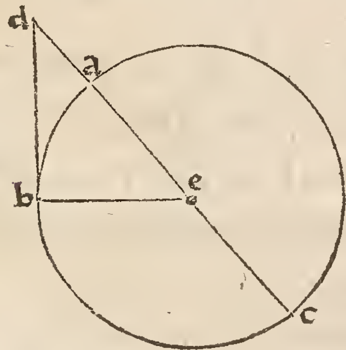
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἴσον τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propoſitio 36.

36 I extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum diſpeſcat, altera verò tangat: quod ſub tota diſpeſcente, & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferētiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato.

ORONTIVS. ❡De tangente hic velim intelligas, quæ inter punctum exteriùs ſumptum, & contactum ipſum intercipitur. Eſto igitur datus circulus a/b/c, extra quem ſumatur punctum d:& à pũcto d/in ipſum circulũ cadant binæ rectę lineę d/b/& d/a/c, quarum d/b/tangat ipſum circulum, d/a/c/ verò eundem circulum diſpeſcat. Aio quòd rectangulum ſub c/d/& d/a/comprehenſum:æquum eſt quadrato, quòd fit ex d/b. Aut enim recta linea d/a/c/tranſit per circuli centrum, vel extra. Tranſeat primò per centrum, ſitque illud e: & connectatur e/b/ recta, per primum poſtulatum. Aequalis eſt igitur a/e, ipſi e/c, per circuli diffinitionem. Diſcinditur itaque a/c/bifariam, in puncto e:& illi in rectum adijcitur a/ d. Quod igitur ſub c/d/in d/a/continetur rectangulum/vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato:æquum eſt, per ſextam ſecũdi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/fit quadrato, æquum eſt quadratum quod ex b/ e : ſunt enim a/e/& b/e, per ipſius circuli diffinitionem, inuicem æquales . Comprehenſum igitur ſub c/d/& d/a/rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato:æquum eſt quadrato, quod ex e/d. Quadrato rurſum quod fit ex e/d, ęqualia ſunt, quæ ex d/b/& b/e/vtraque fiunt quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi: angulus enim qui ad b, per decimamoctauam huius tertij, rectus eſt. Quod igitur ſub c/d/& d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e/fit quadrato:æquum eſt eis, quæ ex d/b/& b/e/fiũt quadratis. Subducto itaq; communi quadrato, quod ex b/e:reliquũ quod ſub c/d/& d/a/continetur rectãgulum, æquum eſt per tertiam communem ſententiam reliquo, quod ex tangente d/b/fit quadrato.

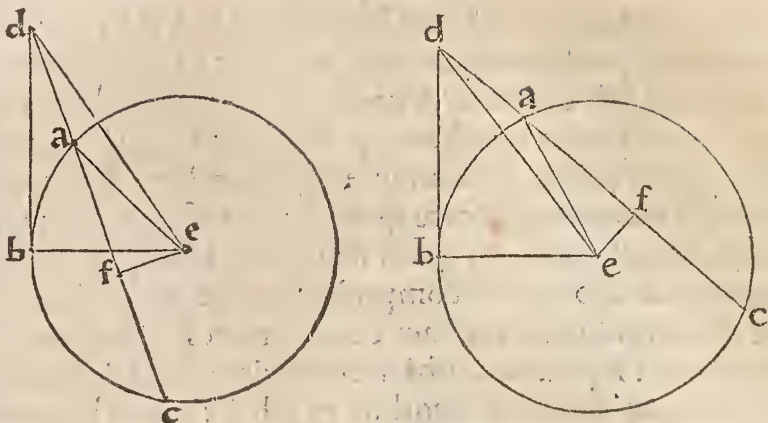
Vbi diſpeſcēs circulũ, trāſit per centrum.



❡Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipſius ipſius circuli, quod rurſum ſit e. & diuidatur a/c/bifariam in puncto f, per decimam primi: connectantúrq; per primum poſtulatum e/a, e/b, e/d, & e/f. Diuidet igitur e/f/eandē a/c/ orthogonaliter, per tertiam huius tertij:& e/b/perpendicularis erit ad tangentem b/d, per decimamoctauam eiuſdem tertij . Et quoniam a/c/bifariam diuiditur in puncto f, cui in rectum adpoſita eſt a/d:quod igitur ſub c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex a/f/deſcribitur quadrato:æ quum eſt, per ſextam ipſius ſecundi, quadrato quod fit ex d/f.

Quādo circulum diſpeſcēs, nō tranſit per centrum.

Addatur commune quadratũ, quod fit ex f/e. comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/rectangulum, vnà cum deſcriptis ex a/f/ & f/e/ quadratis: æquum eſt quadratis, quæ ex d/f/ & f/e/ deſcribuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum eſt quadratũ quod ex a/e: eis item quæ ex d/f/ & f/e, fiũt quadratis, æquum id quod ex ipſa d/e, per quadrageſimamſeptimã primi. Quod fit igitur ex c/d/ in d/a, vnà cum eo quod ex



a/e/ fit quadrato: æquũ eſt eſt quadrato quod, fit ex d/e. Quadrato rurſum quod fit a/e, æquũ eſt id quod ex e/b: æqualis eſt enim a/e, ipſi e/b, per ipſam circuli diffinitionem. Quod igitur ſub c/d/ & d/a/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b: æquum eſt quadrato, quod fit ex d/e. Ipſi autem quod ex d/e/ fit quadrato: æqualia ſunt, per eandem quadrageſimamſeptimam primi, deſcripta ex e/b/ & b/d/ quadrata. Comprehenſum igitur ex c/d/ in d/a/ rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/b: æquum eſt eis, quæ ex eadem e/b/ & ipſa b/d/ fiunt quadratis. Ablato itaque quadrato quod ex e/b/ vtrique æqualium cõmuni: reliquum ex c/d/ in d/a/ comprehenſum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d/ fit quadrato, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. Igitur ſi extra circulum ſumatur punctum aliquod: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum ſuſceperamus.

¶Corollarium.

¶Quotlibet igitur rectangula, ſub rectis ſingulis ex eodem puncto extra circulum ſumpto deductis, atque circulum ipſum diſpeſcentibus, & extrinſecus ſumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehenſa: ſunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipſa tangente deſcribitur.

Θεώρημα λα, Πρόθεσις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ· ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31, Propoſitio 37.

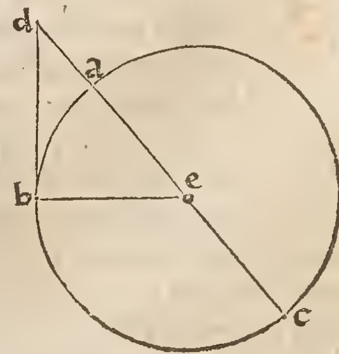
Conuerſa præcedentis.



SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, & ab eo puncto 37 in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera verò cadat: ſit autem quod fit ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget.

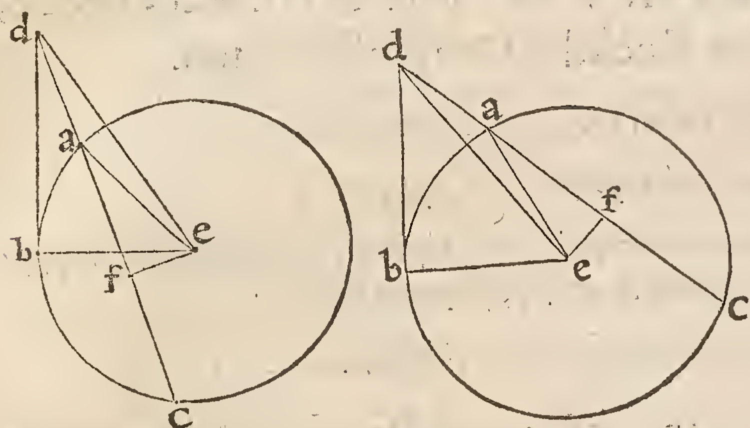
ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis: & de cadente rurſum venit intelligenda, quæ inter punctum datum extra circulum, & ipſum contactum comprehenditur. Sit igitur rurſum extra circulum a/b/c/, ſuſceptum punctum d, à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b/ quidem in circulum incidens, d/a/c/ verò eundem circulum diſpeſcens: ſit autem receptum, vt id quod ſub c/d/ in d/a/ comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod ex cadente d/b/ fit quadrato. Aio quòd d/b/ tangit circulum a/b/c. In primis enim aut d/b/ circulum diſpeſcens tranſit per ipſius circuli centrum (quod rurſum ſit e/) vel extra. Detur primum: & connectatur e/b/ recta, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/c/ bifariam diuidatur in puncto e, & eidem adponatur in directum a/d: erit ſub c/d/ in d/a/ comprehenſum rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex a/e, æquale quadrato quod ex e/d, per ſextam ſecundi. Ipſi porrò a/e/ æqualis eſt e/b, per circuli diffinitionem: & ab æqualibus rectis æqualis deſcribuntur quadrata, per corollarium qua-

Prima figuræ differentia.



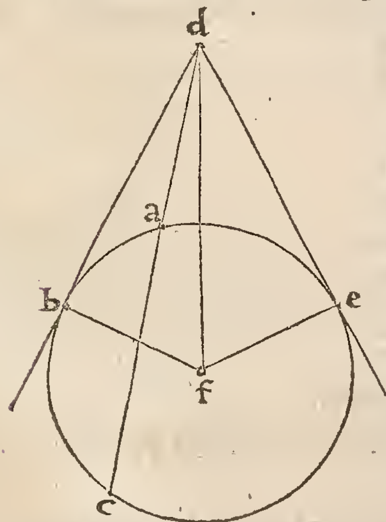
dragesimæsextæ primi. Comprehenso igitur sub c/d/ in d/a/rectangulo, vnà cum eo quod ex e/b/fit quadrato, ęquū est quadratum quod fit ex e/d. Eidem porrò sub c/d/in d/a/comprehenso rectangulo: æquū est quadratum quod fit ex b/d, per hypothesin. Quod igitur ex e/d/fit quadratum: æquum est eis quæ ex d/b/& b/e/ quadratis describuntur. Rectus est igitur angulus qui ad b, per vltimam primi. hinc per corollarium decimæsextæ huius tertij, ipsa d/b/tangit circulum in puncto b. ℂ Sed dispescat d/a/c/recta eundem circulum alibi, quàm per centrum: vt in secunda vel tertia figura. & diuidatur a/c/ bifariam in puncto f, per decimam primi: & connectantur per primum postulatum a/e, e/b/& e/f. Perpendicularis erit igitur e/f/super a/c, per tertiam huius tertij: & a/e/f, atque e/f/d/triangula, rectangula. His ita constructis, erit rursum per eandem sextam secundi, comprehensum sub c/d/in d/a/rectangulum, vnà cum quadrato quod ex a/f, ęquale quadrato quod fit ex d/f. Addatur vtrobiq; quadratum quod fit ex f/e. Comprehensum igitur sub c/d/& d/a/rectangulum, vnà cum quadratis quæ fiūt ex a/f/& f/e: ęqualia sunt eis, per secundam communem sententiam, quæ ex d/f/& f/e/quadratis describūtur. Eis autem quæ ex a/f/ & f/e/quadratis describuntur: æquum est quadratum quod fit ex e/a, per penultimam primi: & proinde id quod fit ex e/b. Eis rursum quæ ex d/f/& f/e/ quadratis describuntur: æquum est per eandem penultimam primi, id quod fit ex e/d. Quod igitur sub c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex e/b/ fit quadrato: æquum est quadrato quod fit ex e/d. Eidem porrò sub c/d/in d/a/comprehenso rectangulo, æquum est per hypothesin, quod ex b/d/fit quadratum. Quæ igitur ex d/b/& b/e/ quadrata describuntur: æqualia sunt ei, quod ex e/d/fit quadrato. Et proinde angulus qui ad b/rectus est, per vltimā ipsius primi: & b/d/propterea tangit circulum a/b/c/d, per ipsum decimæsextæ huius tertij corrollarium. Quod fuerat ostendendum.

Secūda figuræ differentia.



ℂ Potest & hæc vltima propositio aliter in vniuersum demonstrari, vnica tantummodò coassumpta figura: in hunc qui sequitur modum. A dato puncto d, dato circulo a/b/c, contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij: sitque illa d/e. Ipsius autem circuli centrum esto f: & per primum postulatum connectantur rectæ lineæ f/b, f/d, & f/e. Erit igitur f/e, perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/rectus. Cùm igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e, quarū altera, vtpote d/a/c, circulū secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/fit quadratum, ęquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo, per antecedētem trigesimamsextam propositionem. Eidem porrò quod ex c/d/in d/a/fit rectāgulo, æquum est per hypothesin, quod ex d/b/fit quadratū. Quæ igitur ex d/b/& d/e/fiunt quadrata, sunt per primam communem sententiam inuicem æqualia. Et proinde recta d/b, æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionem. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b, per sæpius allegatam circuli diffinitionem. Binæ igitur d/b/& b/f/ trianguli d/b/f, duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f, sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaq; d/b/f, ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis. Atqui d/e/f/angulus est rectus: & qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b, ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Idem quoq; deducetur, vbi d/a/c/ recta per centrū ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctum aliquod: &c. vt in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

Idē aliter & uniuersaliter magis ostendere.



Tertij Libri Geometricorum Elementorum,

F I N I S.



Orontij Finæi, Delphinatis, Regij MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Quartum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχῆμα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

De inſcriptione ac circunſcriptione figurarum, Diffinitiones 7.



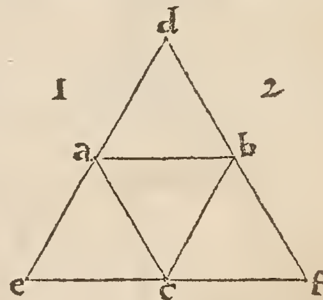
Igura rectilinea, in figura rectilinea deſcribi dicitur: quando vnuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, vnumquodque latus eius in qua deſcribitur, tangit. 1

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur: quando vnumquodque latus circunſcriptæ, vnumquenque angulum eius circum quam deſcribitur tangit. 2

ORONTIVS. Huiuſcemodi figurarum inſcriptiones ac circunſcriptiones, de regularibus, hoc eſt æqualia latera, & angulos inuicē æquales habētibus (exceptis forſitan triangulis, in quæ cæteræ reſoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potiſſimùm intelligendæ. Inſcribuntur præterea, atque inuicem circunſcribuntur rectilineæ tantummodò figuræ, quæ eiuſdē ſunt ſpeciei: vtpote, triangulum triangulo, quadratū quadrato, pētagonū pentagono: &c. Oportet enim tot eſſe latera circunſcriptæ, quot ipſius inſcriptæ ſunt anguli. Quanquàm porrò circulus non ſit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, poſſunt & ipſæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inſcribi ac circūſcribi, & è diuerſo. In exemplum igitur primæ ac ſecūdæ diffinitionis, habes obiectū a/b/c/ triangulum æquilaterum, deſcriptū in d/e/f/ triangulo: vel ipſum d/e/f/ triangulum, ipſi a/b/c/ triangulo reſpondenter circunſcriptum.

Quæ figuræ inſcribātur & circunſcribantur adinuicē.



Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Figura rectilinea, in circulo deſcribi dicitur: quando vnuſquiſque angulus inſcriptæ, circuli circunferentiam tangit. 3

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Circulus verò, circa figuram rectilineam deſcribi dicitur: quando circuli circunferentia, vnumquenque eius, circum quam deſcribitur, angulum tangit. 4

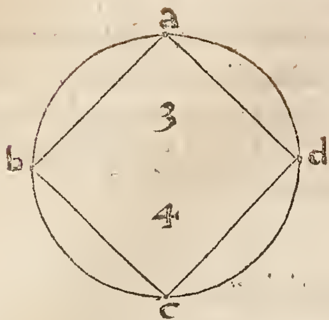


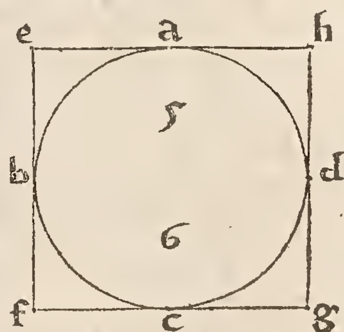
Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à centro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tum extra facilè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circunscriptæ contingens latera. Quemadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationem, ostendit descriptum in a/b/c/d/circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/circunscriptus. *Cur figura circularis rectilineis inscribatur & circunscribatur.*

¶ Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

5 Circulus autem, in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit.

¶ Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

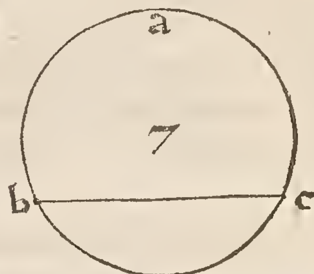
6 Figura verò rectilinea, circa circulum describi dicitur: quando vnumquodque latus circunscriptæ, circuli circunferentiam tangit.



In exemplum, habes circulũ a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/descriptum: atque idem quadratum e/f/g/h, descriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem respondenter velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.

¶ Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας, ᾖ τοῦ κύκλου.

7 Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt.



Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de ceteris rectis non per centrum eductis (quas vocans chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimeciente minores potissimùm respicere videtur, quæ sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c: cuius extrema, siue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/circunferentiam cadunt.

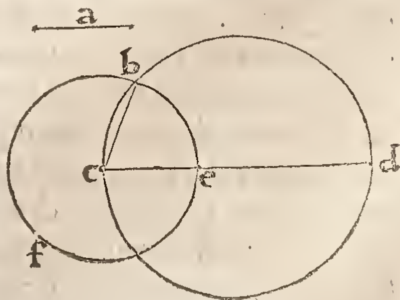
Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1, *Propositio* 1.

1 IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualem rectam lineam coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiens c/d. Erit itaque a/recta linea, aut æqualis ipsi dimetienti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c/d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quòd si a/recta linea, fuerit minor dimetiente c/d: secetur à maiori c/d, ipsi a/minori æqualis, per tertiam primi: sitque illa c/e. Et centro c/ interuallo autem c/e, describatur circulus b/e/f, per tertium postulatum. Secabit igitur circulus b/e/f, datum b/c/d/circulum: sunt enim in eodem plano, & semidiameter vnius pars dimetientis alterius, atque vnius circunferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in puncto b: & per primum postulatum, connectatur recta b/c. Coaptatur itaque



b/c/recta, in dato b/c/d/circulo: cadunt enim extrema b/& c, in ipsius b/c/d/ circuli circũ- ferentiam. Aio quòd æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c/cẽtrum est circuli b/e/f: æqua- lis est igitur b/c/ipsi c/e, per circuli diffinitionem. Eidẽ porrò c/e, æqualis est a/recta linea, per cõstructionem. Duæ igitur, a/inquàm, & b/c, eidem c/e/sunt æquales: & proinde æqua- les adinuicem, per primam communem sententiam. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b/c/in dato circulo b/c/d/coaptatur. Quod oportebat facere.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2, *Propositio* 2.

IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum 2
describere.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum a/b/c, cui oporteat describere æquiangulum triangulum, in dato circulo d/e/f. A dato igitur puncto g, dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h, tangens ipsum circulum d/e/f/in pun- cto d, per decimamseptimam tertij. Et ad datam rectã lineam d/h, datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus constituatur f/d/h, per vigesimamtertiam primi. & per eandem, angulo qui ad c, æqualis angulus constituatur ad idem pũctum d, datæ rectæ lineæ g/d, sítque g/d/e: ipsis d/e/& d/ f, circulo d/e/f/coaptatis. connectatur demum e/f/recta, per primum po- stulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h, à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad e, in alterno segmento d/e/f, angulo f/d/h, per trigesimamsecũdam tertij est æqualis. Eidem porrò angulo f/d/h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primã igitur cõmunem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c/æqualis. Reliquus igitur, angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigesimã- secundam primi est æqualis. Aequiangulum est itaque triangulum d/e/f, ipsi a/b/c/triangu lo, describitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangu- lum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

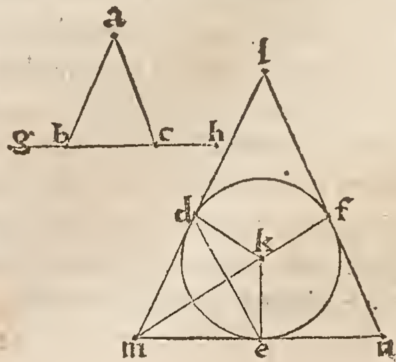
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, *Propositio* 3.

CIrca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangu- 3
lum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum triangulum a/b/c, datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat describere triangulum æquiangulum ipsi a/b/c/triangulo dato. Producatur itaque in directum ex vtraque parte latus b/c, in g/& h/puncta, per secun dum postulatum: sítque per primam tertij, ipsius circuli a/b/c/centrum k, & cõnectatur d/k/ semidiameter, per primum postulatum. Ad punctum deinde k, datæ rectæ lineæ d/k, ipsi angulo a/b/g/æqualis angulus constituatur d/k/e, per vigesimamtertiam primi: & per ean- dem, ad idem punctum k, datę rectę lineæ e/k, angulus cõstituatur e/k/f/ipsi angulo a/c/h/ æqualis. A punctis autem d, e, f, ad rectos vtrinque excitentur angulos d/l, d/m, e/m, e/n, f/n, & f/l, per vndecimam primi: quæ per decimamquartã eius- dem primi, in directum constituentur, atque per corollarium decimæsextæ tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f, conueniéntq; ad puncta l, m, n. Connexa enim d/e/per primum postulatum, diuidet vtrunque angulum rectum qui ad d, & qui ad e: efficiétque propterea ad easdem partes versus m, interio- res angulos m/d/e/ & d/e/m/binis rectis minores. quare per quintum postulatum, conuenient d/m/& e/m/ in punctum m. Et proinde e/n/& f/n, in punctũ n: atq; d/l/& f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/ m/ n: & circa datum circulum d/ e/f,

Quòd l, m, n, sit triangulũ.



per ſextam diffinitionem huius deſcriptum. Dico, quòd & a/b/c/triangulo,eſt æquiangulum. Quadrilaterum enim d/m/e/k,connexa m/k,in bina triangula diuidetur:& cuiuſlibet trianguli tres anguli,binis rectis,per trigeſimamſecundam primi,ſunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipſius quadrilateri d/m/e/k, ſunt æquales quatuor rectis.quorum qui ad d/& e,recti ſunt per conſtructionem:reliqui igitur qui ad m/& k/puncta conſiſtunt anguli,duobus rectis coæquantur.Eiſdem quoque duobus rectis,æquales ſunt per decimamtertiam primi,a/b/g/& a/b/c/anguli.Aequales igitur ſunt anguli qui ad m/& k/pũcta,hoc eſt d/m/e/ & d/k/e, ipſis angulis a/b/g/& a/b/ c,per primam communem ſententiam.Angulus porrò a/b/g,angulo d/k/e,per cõſtructionem eſt æqualis:reliquus igitur d/m/e, ſeu qui ad m/angulus,reliquo qui ſub a/b/c,per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Haud diſſimiliter oſtendemus angulum qui ad n,æqualem eſſe angulo a/c/b:atque reliquum angulũ qui ad l,reliquo qui ſub b/a/c/tandẽ coæquari.Aequiangulum eſt igitur l/m/n/triangulum,ipſi dato triangulo a/b/c:deſcribitúrque circa datum circulum d/e/f.Circa datum itaque circulum, dato triangulo,æquiangulum deſcriptum eſt triangulum.Quod faciendum fuerat. *Quòd triangulum l, m, n, ipſi a, b, c, ſit æquiãgulum.*

Πρόβλημα δ, Πρόθεσις δ.

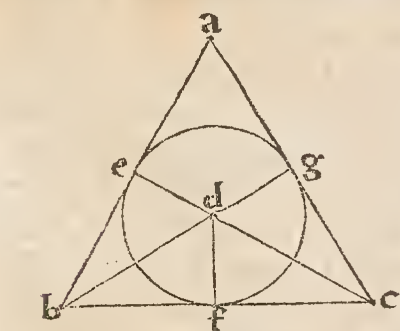
Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4, Propoſitio 4.

4 

IN dato triangulo,circulum deſcribere.

ORONTIVS.¶Eſto datũ triangulũ a/b/c, in quo oporteat circulũ deſcribere. Secẽtur ergo bifariam,per nonã primi,qui ſub a/b/c/& a/c/b/cõtinentur anguli:rectis quidem lineis b/d/& d/c,in pũctum d,per quintum poſtulatum, tandem conuenientibus.Et ab ipſo puncto d,in rectas a/b,b/c,& c/a, perpendiculares deducantur d/e,d/f,& d/g,per duodecimam primi.quæ quidẽ perpendiculares,cadent neceſſariò intra datum triangulum:tametſi laterales eiuſdem trianguli lineæ non ſint infinitæ,vt eadem præſupponit duodecima (Aliâs enim productis in infinitum eiuſdem trianguli lateribus,vſque ad caſum perpendicularium:triangula conſtituerentur,quorum exterior angulus non eſſet maior interiore & ex oppoſito,contra decimamſextam ipſius primi.) His ita præparatis, aio primùm, d/e,d/f, & d/g, fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/& d/f/b,habent duos angulos duobus angulis æquales: vtpote, e/b/d/ipſi d/b/f/per conſtructionem,& rectum qui ad e,recto qui ad f,per quartum poſtulatũ.habent inſuper vnum latus,vni lateri ęquale:cõmune ſcilicet b/d, quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum.Reliqua itaque latera,reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri,per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur d / e , ipſi d / f . & proinde d/g,ipſi d/f/itidem æqualis.Hinc per primam communem ſententiam, d/e/atque d/g, inuicem æquales erunt. Tres igitur d/e,d/f,atque d/g,æquales ſunt adinuicem.Centro igitur d,interuallo autem d/e,aut d/f,aut d/g,circulus deſcribatur e/f/g,per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo circulus ipſe,per eadem puncta e,f,g: tangéntque propterea eundem circulum e/f/g,ipſa a/b,b/c,& c/a,dati a/b/c/ trianguli latera,per decimæſextæ tertij corollarium:excitantur enim ad rectos angulos,ab ipſorum dimetientium d/e,d/f,& d/g,extremitatibus.Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur:quando circuli circunferentia,vnumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit,per quintã huius quarti diffinitionem. In dato itaque triãgulo a/b/c,circulus deſcribitur e/f/g. Quod oportuit feciſſe.



Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ε.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propoſitio 5.

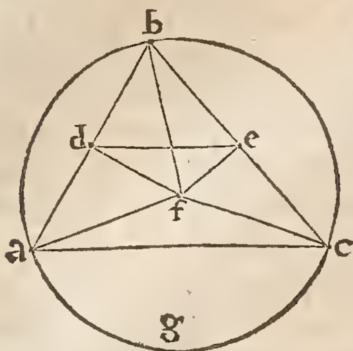
5 

CIrca datum triangulum,circulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum ſit deſcribere circulum . Secentur itaque bifariam,per decimam primi,a/b/& b/c/ipſius dati trianguli latera:in punctis quidem d/& e.Ab ipſis deinde punctis d/& e,ad rectos excitentur angulos d/f/& e/f,per vndecimam ipſius primi. Aio primùm, rectas d/f/& e/f/in directum productas, tandem conuenire . Connexa enim recta d/e,per *Generalis figuræ præparatio.*

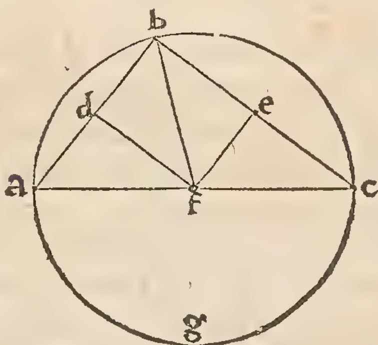
primum poſtulatum:ea diuidet vtrunque rectum angulum b/d/f/& b/e/ f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidens d/e:efficiet/ ad eaſdem partes interiores angulos,duobus rectis minores. Conuenient igitur ipſæ d/f/& e/f / per quintum poſtulatum:conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/punctum cadet intra triangulũ a/b/c, aut ſuper latus a/c,vel extra ipſum a/b/c/triangulum.Cadat primùm intra triangulum,veluti in prima figuræ diſpoſitione: & cõnectãtur, per primum poſtulatum,f/a,f/b,& f/c/lineæ rectæ. Cùm igitur a/d,ſit æqualis ipſi d/b,& vtriq; cõmunis d/f:erũt duo latera a/d/& d/f/trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/trianguli f/d/b/æqualia alterũ alteri: & æquos inuicem cõtinent angulos,per quartum poſtulatum:nempe rectos,qui circa d. Baſis igitur a/f,baſi f/b,per quartam primi eſt æqualis.Haud diſſimiliter oſtẽdetur,quòd f/c,eidem f/b/ęqualis eſt:& proinde f/a,æqualis ipſi f/c,per primam communem ſententiam. Tres igitur f/a, f/b/,& f/c,ſunt inuicem æquales. Centro itaque f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus deſcribatur a/b/c/g,per tertium poſtulatum.Tranſibit igitur deſcriptus ipſe circulus, per puncta a,b,c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli: tangétq; propterea ipſius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli. Ergo per quartam huius quarti diffinitionem, circa datum triangulum a/b/c, circulus deſcribitur.

Prima figuræ differentia.



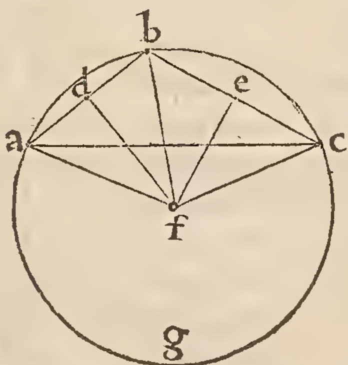
¶Concurrant autem ipſæ rectę lineę d/f/& e/f, ſuper latus a/c, vt in ſecunda figura: & connectatur f/ b, per primum poſtulatum. Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd f/a/ ipſi f/b/eſt æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi. Hinc rurſum, iuxta præmiſſam demonſtrationem, colligemus tres rectas lineas f/a,f/b,& f/c,fore inuicem ęquales. Quapropter ſi centro f, interuallo autem f/a, vel f/b,aut f/c, circulus per tertium deſcribatur poſtulatum:is per puncta a,b,c,tranſire cogetur.Ipſius itaque circuli circunferentia,tanget vnumquenque angulum ipſius a/b/c/trianguli:deſcribetúrque propterea circulus ipſe, circa datum triangulum a/b/c,per eandem quartam huius quarti libri diffinitionem.

Secunda figuræ differẽtia.



¶Sed conueniant demum ipſæ d/f/& e/f/perpendiculares,extra datum a/b/c/triangulum,vt habet vltima deſcriptionis formula: & connectantur rurſum f/a, f/b, & f/c/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Simili prorſus concludemus oſtenſione, tres rectas lineas f/a,f/b, & f/c, fore rurſum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/& f/d/b,duo latera a/d/& d/f,duobus lateribus f/d/& d/b/ęqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/continentia. vnde per quartam ipſius primi, baſis a/f, baſi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c,æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem ſententiam f/a,ipſi f/c/æquabitur:tres quoque f/a,f/b,& f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter deſcripto,per tertium poſtulatum,pro centro f,ad ipſius f/a,vel f/b,aut f/c/interuallum circulo:tranſibit ipſius circuli circunferentia, per eadem puncta a,b,c,ad quæ dati trianguli a/b/c/conueniunt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem,deſcriptus erit idem circulus,circa datum a/b/c/triangulum.Quod faciendum ſuſceperamus.

Tertia figuræ diſpoſitio.



¶*Corollarium.*

¶Ex his,& trigeſimaprima tertij fit manifeſtum, quòd dùm f/centrum circuli cadit intra datum a/b/c/triangulum:angulus qui ad b/recto minor eſt,nempe in ſegmento ſemicirculo maiori conſiſtens.Dum autem cadit in latus b/c:angulus ipſe qui ad b,in ſemicirculo eſt, & proinde rectus.Quando verò centrum ipſum cadit extra datum triangulum:idem angulus qui ad b / recto maior eſt, vtpote in ſegmento ſemicirculo minori conſtitutus. Hinc verſa vice ſequitur,quòd dum angulus qui ad b/eſt acutus,circunſcribendi circuli centrum cadit intra datum triangulum: ſi autem rectus extiterit, cadit in medium ſubtenſi lateris: quòd ſi idem angulus fuerit obtuſus,cadit centrum extra ipſum triangulum datum.

Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ς.

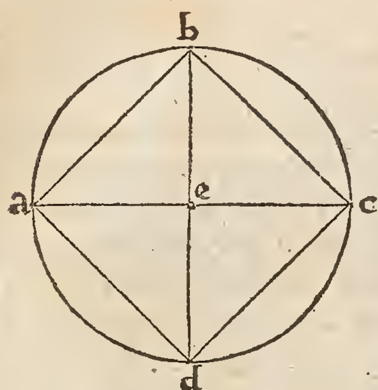
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, propositio 6.

6 N dato circulo, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/b/c/d, cuius centrũ e: in quo quidem circulo, oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi a/b/c/d/circulo, dimetientes a/c/& b/d, ad rectos angulos sese inuicẽ dirimẽtes: & coniungantur a/b, b/c, c/d, & d/a/lineæ rectæ, per primũ postulatũ. Quadrilaterũ erit igitur a/b/c/d: & intra datũ circulũ, per tertiam huius quarti diffinitionẽ descriptũ: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circũferentiam tãgit. Aio ipsum a/b/c/d/quadrilaterũ, fore quadratũ. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionẽ inuicem æquales: ex centro enim, in circũferentiam. Binę igitur a/e/& e/b/triãguli a/e/b, duabus b/e/& e/c/triãguli b/e/c, coæquãtur: & ęquos inuicẽ continẽt angulos, nempe rectos qui ad centrum e. Basis igitur a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis. Et proinde a/d/& d/c, tũ inuicem, tum vtriq; ipsarũ a/b/& b/c, ostendentur æquales. Aequilaterum est itaque a/b/c/d/quadrilaterum. Insuper, quoniam a/c, dimetiens est ipsius dati circuli: vterque propterea angulorum qui ad b/& qui ad d, est in semicirculo, & proinde rectus, per trigesimamprimam tertij. Et per eandem, qui ad a/& c/sunt anguli, itidem recti: dimetiens enim est b/d. Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum. Patuit quòd & æquilaterum: ergo quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur. Quod facere oportebat.

Postrema demonstrationis pars.



πρόβλημα ζ, πρόθεσις ζ.

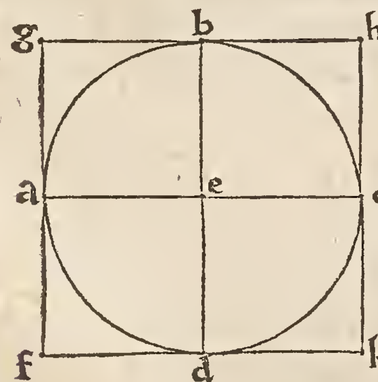
Ερὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 Irca datum circulum, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d: circa quem receptum sit quadratum describere. Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d, in centro e/ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a, b, c, d, parallelæ ducantur, per trigesimamprimam primi: f/g/qui dem & h/k/ipsi b/d, f/k/autem & g/h/ipsi a/c, ad puncta tandem f, g, h, k, inuicem concurrentes (conuenient enim per quintum postulatum, si intelligantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, & d/a, interiores & ad easdem partes angulos binis rectis minores efficientes) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem, per trigesimam ipsius primi, sunt parallelę. Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atque singula in eodem f/g/h/k/comprehensa quadrilatera itidem parallelogramma. Dico ipsum f/g/h/k/parallelogrammum, fore quadratum: descriptúmque circa datum a/b/c/d/circulum. Parallelogrammorum enim locorum latera quæ ex opposito, æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartam primi. æqualis est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ipsi g/h: necnon vtraque f/g/& h/k/ipsi b/d, vtraque rursum f/k/& g/h/ipsi a/c/æqualis. Porrò a/c/& b/d, æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetientes. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea quoque sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quatuor igitur f/g, g/h, h/k, & k/f, sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum, æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d, & d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad puncta f, g, h, k, sunt anguli, singulis qui ad e/centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e, per constructionem recti sunt: & recti igitur sunt, qui ad puncta f, g, h, k, continentur. Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrammum. Patuit quòd & æquilaterum: est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum, quòd & circa datum circulũ a/b/c/d/describitur. In parallelas enim f/g/& b/d, recta incidẽs a/e, facit alternos angulos a/e/b/& e/a/f: similiter & a/e/d/atq; e/a/g, inuicẽ æquales, per vigesimãnonam

Quòd descriptum parallelogrammum, sit quadratũ.



Quòd ipsum quadratum, circulo circũscribatur.

H.j.

primi. Atqui recti sunt qui sub a/e/b/ & a/e/d, per constructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus est. Haud aliter ostendemus, quòd & reliqui circa puncta b, c, d/ consistentes anguli, recti sunt. Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus, ad rectos ducuntur angulos: ipsum circulum tangunt, per decimæsextæ tertij corollarium. Tangit igitur vnumquodque latus ipsius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionem, circa datum circulum a/b/c/d, quadratũ describitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις η.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

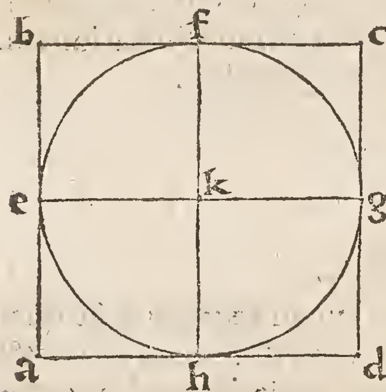
Problema 8, Propositio 8.



N dato quadrato, circulum describere. 8

ORONTIVS. ¶In quadrato enim a/b/c/d, circulum describere sit operæpretium. Secetur itaque bifariam vtrunque latus a/b/ & b/c, in punctis quidem e/ & f: per decimam primi. æquales erunt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/ adinuicem, per septimam communem sententiam: nempe æqualium laterum a/b/ & b/c/ dimidiæ. Rursum per trigesimamprimam eiusdẽ primi, per punctum e, ipsis a/d/ & b/c/ parallela ducatur e/g: per f/ autẽ punctum, ipsis a/b/ & c/d/ parallela f/h, secans eandẽ e/g/ in puncto k. Parallelogramma sunt igitur a/f, f/d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicẽ: per trigesimamquartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis est opposito qui ad d: ipsius item e/c/ parallelogrammi angulus qui ad e, opposito qui ad c/ itidem æqualis. Qui autem ad c/ & d/ consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud dissimiliter ostendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/ punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h, ipsi a/e, & k/f/ ipsi e/b: item k/e/ ipsi b/f, & k/g/ demum ipsi f/c. Atqui a/e, e/b, b/f, & f/c, sunt æquales adinuicem: quæ autem æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam.

Centri inscribendi circuli inuestigatio.



Absolutio problematis.

Quatuor igitur k/e, k/f, k/g, & k/h, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autem k/e, vel k/f, aut k/g, seu k/h, circulus per tertium describatur postulatum e/f/g/h. Transibit igitur ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipsorum e/g/ & f/h/ dimetientium extremitates: cum quibus demetientibus, ipsius a/b/c/d/ quadrati latera, ad rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/ circunferentia, vnumquodque latus eiusdem quadrati a/b/c/d, per decimæsextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionem, in dato quadrato a/b/c/d, circulus describitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις θ.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

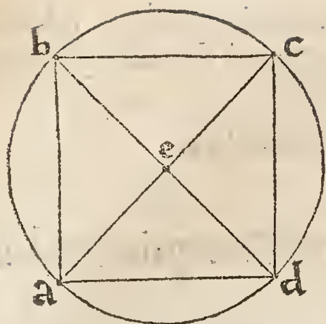
Problema 9, propositio 9.



Irca datum quadratum, circulum describere. 9

Vt circunscribendi circuli centrum inueniatur.

ORONTIVS. ¶Esto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur a/c/ & b/d/ rectæ lineæ, per primum postulatum, in puncto e/ sese inuicem dirimentes. Et quoniam per quadrati diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/c, & b/d/ vtrique communis: binæ igitur a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duabus d/b/ & b/c/ trianguli d/b/c, sunt æquales altera alteri: & basis a/d, basi d/c/ itidem æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi est æqualis. Totus itaque angulus a/b/c, bifariam diuiditur sub recta b/d. Haud aliter monstrabimus quòd vnusquisque reliquorum angulorum qui sub b/a/d, b/c/d, & a/d/c, bifariam itidem sub ipsa b/d, & a/c/ recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d, per quartũ postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam cõmunem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/b/e, angulo e/a/b:



& proinde latus e/a, lateri e/b,æquale,per ſextam primi. Eodem prorſus modo oſtendemus,e/c/& e/d/rectas,tum adinuicem,tum ipſis e/a/& e/b/rectis lineis coæquari.Quatuor igitur e/a,e/b,e/c,& e/d,æquales ſunt adinuicem.Centro igitur e,interuallo autẽ e/a,vel e/b,aut e/c, vel e/d,circulus deſcribatur, per tertium poſtulatum.Tranſibit ergo deſcriptus circulus per puncta a,b,c,d:quapropter & ipſius circuli circunferentia,tanget vnumquenque angulum ipſius quadrati a/b/c/d. Per quartam igitur huius quarti diffinitionem : circa datum quadratum a/b/c/d,circulus deſcribitur. Quod oportuit feciſſe.

Oſtenſio problematis priori ſimilis.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.

Ισοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

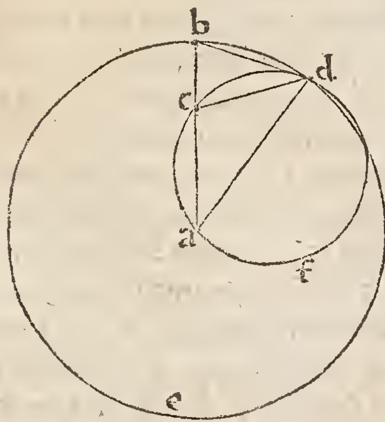
Problema 10, *Propoſitio* 10.

10 Soſceles triangulum conſtituere , habens vnumquenque eorum qui ad baſin ſunt angulorum,duplum reliqui.

ORONTIVS.❡Hoc quæſitum,ad ſuccedentium propoſitionum demonſtrationem, ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b:quæ per vndecimam ſecundi ita ſecetur in puncto c,vt comprehẽſum ſub tota a/b/& ſegmẽto b/c/rectangulum,æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmẽto a/c/fit quadrato.Et cẽtro a,interuallo autem a/b,circulus deſcribatur b/d/e,per tertium poſtulatum. Et per primam huius quarti,in circulo b/d/e,datæ rectæ lineæ a/c/(quæ non eſt maior ipſius circuli diametro)æqualis recta linea à puncto b/coaptetur:ſitque b/d . connectantúrque a/d/& c/d/ lineæ rectæ , per primum poſtulatum.Triangulum erit igitur a/b/d , atque iſoſceles : æqualis eſt enim a/b/ipſi a/d,per quindecimam diffinitionem primi . Dico quòd vnuſquiſque angulorum qui ad baſin b/d,duplus eſt reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d,per quintam huius quarti,deſcribatur circulus a/c/d/f.Et quoniã per cõſtructionem, quod ſub a/b/& b/c/continetur rectangulum , æquũ eſt ei quod ex c/a/fit quadrato:& ipſi c/a/data eſt æqualis b/d. ab æqualibus autem rectis æqualia deſcribuntur quadrata , per corollarium quadrageſimæ ſextæ primi. Comprehenſum igitur ſub a/b/& b/c / rectangulum,æquum eſt ei,quod ex b/d/fit quadrato.Atqui b/punctum extra circulum a/c/d/f/ ſuſcipitur,ab eóq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/& b/d,quarũ altera vtpote a/b/circulum ſecat, altera verò b/d/cadit : éſtq; ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta b/c/comprehenſum rectãgulum,æquale ei quod ex cadente b/d/fit quadrato.Cadens igitur b/d,tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f,in puncto d/vtriq; circulo cõmuni.Rurſum quoniam b/d / recta tangit circulum a/c/d/f, & à contactu d / extenditur recta quædam linea d/c/circulum diſpeſcens:angulus igitur b/d/c,angulo c/a/d , (qui in alterno conſiſtit ſegmento)per trigeſimamſecũdam tertij,eſt æqualis. Quòd ſi vtriq; æqualium angulorũ addatur communis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui ſub c/a/d/& a/d/c/ſunt angulis,erit per ſecundam communem ſententiam æqualis. Eiſdem porrò qui ſub c/a/d/& a/d/c/continentur angulis, exterior angulus b/c/d/per trigeſimamſecũdam primi coæquatur. Per primam igitur communẽ ſententiam,angulus a/d/b,angulo b/c/d/eſt æqualis.Angulo rurſum a/d/b,æquus eſt angulus c/b/d,aut(ſi velis)a/b/d,per quintã primi:ſunt enim ad baſin b/d/iſoſcelis trianguli a/b/d.Duo itaq; anguli b/c/d/& c/b/d,eidẽ angulo a/d/b/ſunt æquales : & æquales propterea adinuicem,per primam communẽ ſententiam.Hinc latus c/d/lateri b/d,per ſextam ipſius primi coæquatur.Sed eidem b/d,æqualis eſt per cõſtructionem a/c.binæ igitur a/c/& c/d,eidem b/d/ſunt æquales:& æquales itaq; rurſum adinuicem, per eãdem primam communem ſententiam.Angulus igitur a/d/c,angulo c/a/d,per eandẽ quintam primi eſt æqualis : & vterque propterea dimidius ipſius anguli a/d/b, nam angulus a/d/b/eiſdem angulis a/d/c/& c/a/d/æqualis iam oſtenſus eſt . Duplus eſt igitur angulus a/d/b,ipſius anguli qui ad a.Eidem porrò angulo a/d/b,æqualis rurſum eſt a/b/d:quæ autem æqualia ſunt,eiuſdem ſunt duplicia,per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Et a/b/d/itaq; angulus,eiuſdem

Conſtructio figuræ.

Oſtenſio problematis.



anguli qui ad a/duplus itidem est. Isosceles ergo triangulum constituitur a/b/ d, habens vnumquenq; eorũ qui ad basin b/d/sunt angulorũ duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις ια.

EΙς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 11, *Propositio* 11.

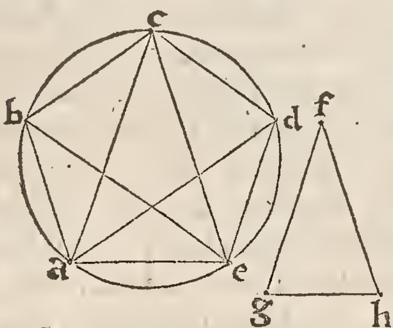


N dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 11

Cōstructio inscribendi pentagoni.

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptũ sit describere pentagonum æquilaterũ & æquiangulum. Cōstituatur per antecedentem decimam propositionem, triangulum f/g/h: cuius vnusquisq; eorum qui ad basin g/h/sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad f. Et per secundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum describatur a/c/e, sitque angulus qui ad c, angulo qui ad f/æqualis. Cúm igitur vterq; angulorum qui ad basin g/h, duplus sit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad basin a/e, reliqui anguli qui ad c/itidem duplus. Secetur itaq; bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui sub c/a/e & a/e/c, productis in circunferentiam a/d/& e/b/lineis rectis: & connectãtur a/b, b/c, c/d, & d/e/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Pentagonum est itaq; a/b/c/d/e/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum. ¶Aio primùm, quòd & æquilaterum. Nam angulus qui sub a/c/e, dimidius est vtriusq; ęqualium angulorum qui sub c/a/e/& a/e/c. sed anguli c/a/d/& d/ a/ e, ipsius c/a/ e, anguli item a/e/b/& b/e/c, ipsius a/e/c/sunt dimidiũ: secti enim sunt bifariã c/a/e/& a/e/c/ anguli. Quæ autem eiusdem, vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Quinque igitur anguli a/ c/ e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circunferentiam ipsius circuli cōsistentes, sunt adinuicem æquales. In eodẽ porrò circulo æquales anguli, in ęqualibus circunferentijs subtenduntur, etsi ad centrum, etsi ad circunferentiam deducti fuerint, per vigesimamsextam tertij. Quinq; ergo circũferentiæ a/b, b/c, c/d, d/e, & e/a, æquales sunt adinuicem. In eodem rursum circulo, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, per vigesimamnonam ipsius tertij. Aequales itaque inuicem sunt præfatas circunferentias subtendentes lineæ rectæ: & proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum.

Quòd inscriptum pentagonum sit æquilaterum.



Quòd idem pentagonum sit æquiangulum.

¶Dico tandem quòd & æquiangulum. Quoniam circunferentia a/b, circunferentiæ c/ d / est æqualis: si vtriq; æqualium addatur communis circunferentia a/e/d, resultabunt a/e/d/c/& b/a/e/d/circunferentiæ, per secundam communem sententiam inuicem ęquales. Sub ipsa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c: sub ipsa autem b/a/e/d, angulus b/c/d, & vterq; ad circunferẽtiam eiusdem circuli. Aequalis est igitur angulus a/b/c, angulo b/c/ d: sub æqualibus enim circunferentijs, æquales deducuntur anguli, in eodem potissimum circulo, etsi ad centrum etsi ad circunferẽtiam fuerint deducti, per vigesimam septimam tertij. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos qui sub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b, tum inuicem, tum vnicuiq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/coæquari. Aequiangulum est igitur a/b/c/d/e, pentagonũ. patuit quòd & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum descripsimus. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

ΠΕρὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, *Propositio* 12.

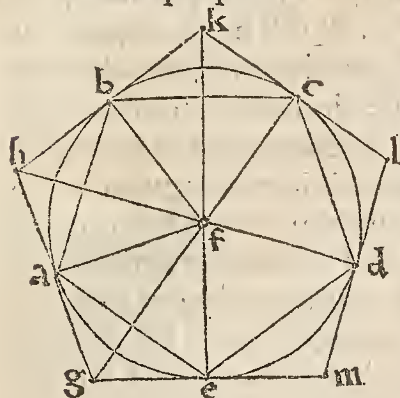


Irca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 12

Pẽtagoni propositi circunscriptio.

ORONTIVS. ¶Sit rursum datus circulus a/b/c/d/e, cuius centrum f: circa quem oporteat describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis in ipso circulo dato, pentagonũ æquilaterum & æquiãgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propositionem: & connectantur f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e/semidiametri, per primum postulatum. A punctis autem a, b, c, d, e, ad rectos vtrinq; suscitentur

angulos a/g,a/h,b/h,b/k,c/k,c/l,d/l,d/m,e/m/& e/g, per vndecimam primi. In directum igitur constituentur g/a/h,h/b/k,k/c/l,l/d/m, & m/e/g , per decimãquartam eiusdem primi:tangéntq; circulum datum,per decimæsextæ tertij corollarium, in punctis quidem a,b, c,d,e. Cõuenient insuper ad puncta g,h,k,l,m. Recta enim a/b,incidens in g/h/& h/k/rectas , diuidit vtrunq; angulum rectum qui sub f/a/h/& h/b/f,efficítque propterea interiores & in eadẽ parte angulos a/b/h/& h/a/b/duobus rectis minores:necessum est igitur, rectas g/h/& h/k/in infinitum productas,tandem cõcurrere ad partes h,per quintum postulatum. Haud dissimiliter ostendemus,quòd h/k/& k/l/cõuenient ad punctum k,atq; k/l/& l/m/ad punctum l, necnon l/m/& m/g/ad punctum m:& m/g/tandem g/h/ad punctum g. Pẽtagonum est igitur g/h/k/l/m:& circa datum circulum a/b/c/d,per sextam huius quarti diffinitionem,descriptum . ¶Aio iam quòd & æquilaterum. Coniungantur enim f/g, f/h, & f/k/rectæ lineæ,per primum postulatũ. Cùm igitur f/a/ipsi f/b,per circuli diffinitionem sit æqualis:isosceles est triangulum a/f/b,& proinde angulus f/a/b,angulo f/b/a , per quintam ipsius primi est æqualis. Atqui rectus f/a/h,recto f/b/h,per quartum postulatum æquus est:reliquus igitur angulus a/b/h, reliquo h/a/b,per tertiam cõmunem sentẽtiam est æqualis. Et latus propterea a/h/lateri b/h,per sextam eiusdem primi æquum est. Similiter ostendetur quòd a/g/ipsi g/e, & b/k/ipsi k/c/ est æqualis:& consequenter ita de cæteris. Rursum quoniam a/f/ipsi f/b/est ęqualis,& f/h/ vtrique cõmunis : duo igitur latera a/f/& f/h/trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, sunt æqualia alterum alteri:basis quoq; a/h,basi h/b/æqualis. Angulus igitur a/f/h,angulo h/f/b/ęqualis est,per octauã primi:& vterq; proinde,ipsius anguli a/f/b/dimidius . Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/ dimidiũ fore ipsius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales sunt adinuicẽ, per vigesimamseptimam tertij : nempe ad centrum f, sub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/f/g,angulo a/f/h:& rectus f/a/g,recto f/a/h,per quartum postulatum æqualis. Triangula igitur a/f/g/& a/f/h,habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri,vnúmq; latus a/f/vtriq; commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera,reliquis lateribus æqualia habebunt,per vigesimamsextam primi. Aequalis est igitur a/g/ipsi a/h,& tota consequenter g/h/ipsius a/h/dupla. Haud aliter ostẽdemus quòd h/k,dupla est ipsius b/h. Porrò a/h/& h/b,æquales præostensæ sunt. Quæ autem æqualium duplicia sunt,adinuicem sunt æqualia , per sextam communem sententiam:æqualis est igitur g/h/ipsi h/k. Similiter quoq; demõstrabitur,quòd cætera ipsius pentagoni latera,vtpote k/l,l/m,& m/g,bifariam diuiduntur: & tum inuicem,tum vtrique ipsarum g/h/& h/k/sunt æqualia . Aequilaterum est igitur g/h/k/l/m/pentagonum . ¶Dico tandem quòd & æquiangulum. Quoniam enim ostensum est a/h,ipsi h/b/fore æqualem,necnõ & a/g/ipsi g/e:quatuor igitur a/h,h/b,a/g, & g/e,æquales sunt adinuicem. Bina ergo triangula a/h/b,& a/g/e,habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin a/b, basi a/e/ æqualem (sunt enim latera inscripti a/b/c/d/e/pentagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur a/h/b,angulo a/g/e/ per octauam primi est æqualis . Similiter ostendemus,quòd reliqui anguli qui sub b/k/c,& c/l/d,atq; d/m/e,tum inuicem, tum vtriq; ipsorum a/g/e/& a/h/b/respondenter coæquantur. Aequiangulum est itaq; g/h/k/l/m/pentagonum. Patuit quòd & æquilaterum : descriptúmque circa a/b/c/d/e/ circulum. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describitur g/h/k/l/m. Quod oportuit fecisse.



Quòd circunscriptum pentagonum,sit æquilaterum.

Quòd idẽ circunscriptum pentagonum sit æquiangulum.

Πρόβλημα ιγ, Πρότασις ιγ.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

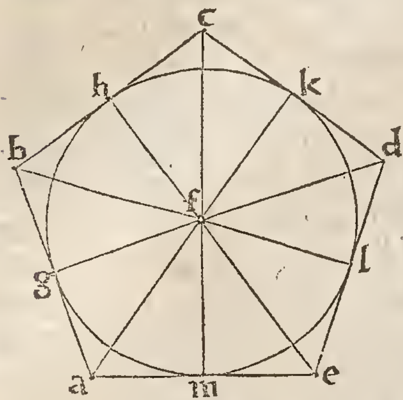
Problemà 13, *Propositio* 13.

13 N dato pẽtagono æquilatero & ęquiãgulo,circulũ describere.

ORONTIVS. ¶Esto datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, in quo expediat describere circulum . Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/& b/a/e/bifariam, per nonam primi , sub rectis quidem lineis a/f/& b/f:quas operæpretium est tandem conuenire. Angulus enim a/b/c,minor est duobus

Vt centrũ inscribẽdi circuli reperiatur.

rectis (nam aliàs a/b/ & b/c, in rectum constituerentur) quapropter & angulus a/b/f, dimidius ipsius anguli a/b/c, recto minor est. Et proindem b/a/f, recto itidem minor. Hinc fit, vt recta a/b, incidat in a/b/ & b/f/ lineas rectas, efficiens in eadem parte interiores angulos binis rectis minores. Cõcurrent igitur, per quintum postulatum a/f/ & b/f/ in directum productæ: ídque intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c, opponitur latus d/e: & c/d/ latus, ipsi b/a/e/ angulo. Recta igitur a/f/ in rectum extensa, cadet in latus c/d: & ipsa b/f, in latus d/e: sese inuicem intra datum intersecantes pentagonum. Secent se igitur, & concurrant in puncto f. Aio punctum f, fore cẽtrum describendi in dato pentagono circuli. Connectantur enim f/c, f/d, & f/e/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/b, sit æqualis b/c, & b/f, vtrique communis: erunt bina latera a/b/ & b/f/ trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/ & b/f/ trianguli c/b/f/ alternatim æqualia: & qui sub æquis lateribus continentur anguli a/b/f/ & c/b/f, sunt per constructionem adinuicem æquales. Basis igitur a/f, basi f/c, & angulus b/a/f, angulo b/c/f, per quartam primi est æqualis. Angulus porrò b/a/f, dimidius est ipsius anguli b/a/e: & ipsi b/a/e, æqualis angulus b/c/d, per hypothesin. Quæ autem inuicem æqualia sunt, eiusdem vel æqualium dimidium esse videntur: per septimæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur b/c/f, dimidius est ipsius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/ d: reliquus insuper angulus f/c/d, dimidius itidem est eiusdem anguli b/c/d. Bifariam itaque diuiditur angulus b/c/d, sub recta c/f. Nec dissimiliter ostendetur, vterque reliquorum angulorum qui sub c/d/e/ & d/e/a, bifariam discindi sub rectis lineis d/f/ & e/f: atque f/c, f/d, & f/e/ rectas, tum inuicem, tum ipsis f/a/ & f/b/ coæquari. Diuidantur consequenter singula ipsius pentagoni latera bifariam, per decimam primi, in punctis g, h, k, l, m: & connectantur rectæ lineæ f/g, f/h, f/k, f/l, & f/m, per primũ postulatum. Erunt igitur singulæ ipsorum laterũ medietates inuicem æquales: quæ enim æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Et quoniam triangulorum g/b/f/ & f/b/h, duo latera g/b/ & b/f, duobus lateribus f/b/ & b/h/ sunt æqualia alterum alteri, & angulus g/b/f/ angulo f/b/h/ æqualis: basis igitur g/f, basi f/h, per quartam primi est æqualis. Haud dissimiliter ostendentur reliquæ f/k, f/l, & f/m, tum inuicem, tum vtriq; ipsarum f/g/ & f/h/ coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g, f/h, f/k, f/l, & f/m, sunt æquales adinuicem. Centro itaque f, interuallo autem f/g, aut f/h, vel f/k, seu f/l, aut f/m, circulus describatur g/h/k/l/m, per tertium postulatum. Transibit ergo ipsius circuli circunferentia, per singula puncta g, h, k, l, m. Et quoniam triangulorum a/g/f/ & f/g/b, duo latera a/g/ & g/f, duobus f/g/ & g/b/ sunt æqualia alterum alteri, & basis a/f/ basi f/b/ æqualis: angulus igitur a/g/f, angulo f/g/b, per octauam primi est æqualis: & proinde vterque rectus per decimam primi diffinitionem. Haud aliter ostendetur vterque angulus qui circa reliqua puncta h, k, l, m, esse rectus. Tangit itaque dati circuli circũferentia singula ipsius pentagoni latera, per decimæsextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea describi dicitur, quãdo circuli circũferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit: per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono a/b/c/d/e, circulus describitur g/h/k/l/m. Quod expediebat facere.



Quòd inuentum punctũ f, centrum existat eiusdem circuli.

Problematis absoluta resolutio.

Πρόβλημα ιδ', Πρόθεσις ιδ'.

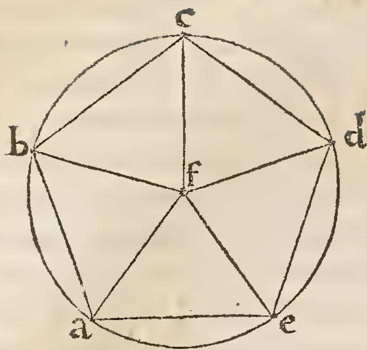
Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, *Propositio* 14,



Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere. 14

ORONTIVS. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quòd circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariam vterque angulorum qui sub a/b/c/ & b/a/e, per nonam primi, productis a/f/ & b/f/ lineis rectis: quę per quintum postulatum, concurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum, vterque enim angulus qui sub a/b/f/ & f/a/b/ recto minor est, nẽpe dimidius anguli ipsius pentagoni, qui binis rectis minor est. Concurrant igitur ad punctum f: & connectantur f/c, f/d, & f/e/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Et quoniam angulus a/b/c, angulo b/a/e/ est æqualis: & quæ eiusdem vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicẽ, per septimam



cõmunem ſentẽtiam. Angulus igitur a/b/f, angulo f/a/b/æqualis eſt: & latus propterea a/f, lateri f/b/æquale, per ſextã primi. Rurſum quoniam latus a/b, lateri b/c/eſt æquale, & b/f/ vtriq; commune: bina ergo latera a/b/& b/f/trianguli a/b/f, binis lateribus f/b/& b/c/trianguli f/b/c, ſunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem continent angulos per conſtructionem. Baſis igitur a/f, baſi f/c, per quartam primi eſt æqualis: & reliquus angulus b/c/f, reliquo f/a/b/æqualis. Angulus porrò f/a/b, dimidium eſt anguli b/a/e: & b/c/f/igitur angulus, dimidium eſt ipſius anguli b/c/d. quæ enim æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium ſunt dimidium, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Reliquus igitur angulus f/c/d, eiuſdẽ anguli b/c/d/eſt dimidiũ: & proinde ipſi angulo b/c/f/ęqualis. Haud aliter oſtendẽtur f/d/ipſi f/b, & f/e/ipſi f/c: & omnes demum quinque lineæ rectæ, ex puncto f/in ſingulos angulos incidentes coæquari. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus deſcribatur a/b/c/d/e, per tertiũ poſtulatum. Veniet ergo ipſius circuli circunferentia, per ſingula puncta a, b, c, d, e: tangẽtq; propterea vnumquenque angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, deſcribitur. Quod faciendum fuerat.

Πρόβλημα ιε, Πρόθεσις ιε.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

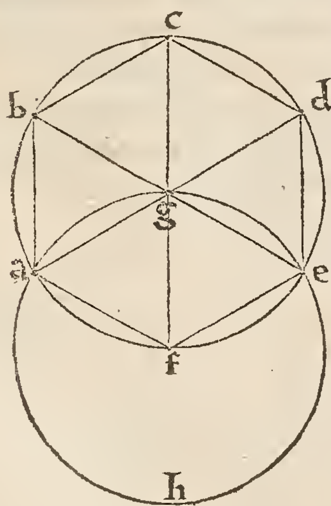
Problema 15, Propoſitio 15.

15 N dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat deſcribere hexagonũ æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaque in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, deſcribatur per tertium poſtulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem ſunt plano, communem habentes ſemidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia conſtituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, ſit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde neceſſum eſt, circulum a/g/e/h, interſecare datum circulum a/b/c/d/e/f: ídque per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/lineæ rectæ, per primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, directè producãtur in puncta b, d. Rurſum per idem primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum eſt itaque a/b/c/d/e/f/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, deſcriptum. ¶Aio primùm ipſum fore æquilaterum. Quoniam punctum g/centrum eſt circuli a/b/c/d/e/f: æqualis eſt igitur a/g, ipſi g/f, per circuli diffinitionem. Rurſum quoniam punctum f/ centrum eſt circuli a/g/e/h: æqualis eſt, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ipſi f/g. Binæ igitur a/g/& a/f, eidem f/g/ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam. Aequilaterum eſt igitur ipſum a/f/g/triangulum: & proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigeſimamſecundam primi, omnis trianguli tres anguli ſunt æquales duobus rectis: quilibet trium angulorum eiuſdem trianguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/g/f, duorum rectorum tertium eſt. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum eſt: & angulus conſequenter f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta inſuper a/g, conſiſtens ſuper rectam b/e: efficit duos angulos b/g/a/& a/g/e/binis rectis ęquales, per decimamtertiam ipſius primi. quorum a/g/e/ duo tertia eorundem duorum rectorum comprehendit: reliquus igitur angulus b/g/a, vni tertio duorum rectorum eſt æqualis. Quilibet igitur trium angulorum b/g/a, a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorũ eſt ęqualis: & æquales ob id adinuicem, per primam cõmunem ſentẽtiam. Et qui ad verticem igitur conſiſtũt anguli b/g/c, c/g/d, & d/g/e, eiſdẽ angulis, per decimãquintam primi coęquantur:

Inſcriptio propoſiti hexagoni.

Quòd inſcriptum hexagonum ſit æquilaterum.

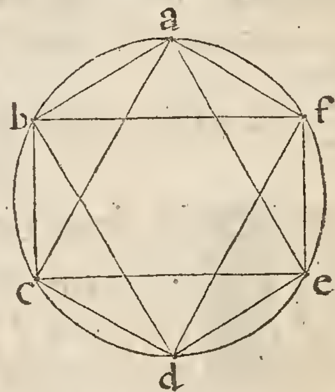


hoc eſt, d/g/e/ipſi b/g/a, & c/g/d/ipſi a/g/f, atque b/g/c/ipſi f/g/e. Hinc colligitur, ſex angulos ad g/ centrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur, per vigeſimamſextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, ſunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rurſum circunferentijs, æquales rectæ lineæ, per vigeſimamnonam tertij ſubtenduntur. Sex itaque rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, ſibi inuicem coæquantur. Aequilaterum eſt propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶Dico iam quòd & æquiangulum. Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/eſt æqualis: ſi addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a: conſurgent per ſecundam communem ſententiam, æquales circunferentiæ c/d/e/f/a, & d/e/f/a/b. Sub ipſa porrò circunferentia c/d/ e/f/a, continetur angulus a/b/c: ſub ipſa verò circunferentia d/e/f/a/b, angulus b/c/d. Anguli autē qui ſuper æquales circunferentias in eodem circulo deducūtur, ſibi inuicem ſunt æquales, etſi ad centra, etſi ad circunferētias deducti fuerint, per vigeſimāſeptimam tertij. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d. Haud aliter mōſtrabitur, quòd reliqui anguli ipſius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum ſibi inuicem, tum vtriqꝫ ipſorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulum eſt igitur ipſum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam ꝙ & æquilaterū, & in dato circulo deſcriptum.

Quòd idē hexagonum ſit æquiangulū.

Alia eiuſdem hexagoni deſcriptio facillima.

¶Idem rurſum hexagonum æquilaterum & æquiangulum aliter in dato deſcribitur circulo. Sit datus circulus a/b/c/d/e/f: in quo deſcribatur in primis triangulum æquilaterum & æquiangulum, per ſecundam huius quarti. Erunt igitur arcus a/ b/ c, c/d/e, & e/ f/ a, tum per vigeſimamſextam, tum per vigeſimamoctauam ipſius tertij inuicem æquales. Diuidatur quilibet ipſorum trium arcuum bifariam, per trigeſimam eiuſdem tertij, in punctis quidem b, d, f: & connectantur a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Deſcriptū erit igitur hexagonum a/b/c/d/e/ f/ in dato circulo per tertiam huius quarti diffinitionem: quod palam eſt fore æquilaterum. Singuli enim arcus ipſa



latera ſubtendētes, æquales ſunt adinuicē, nempe æqualium (hoc eſt) ipſorum a/b/c, c/d/e, & e/f/a/dimidij: & ſub æqualibus eiuſdem circuli arcubus, æquales ſubtenduntur rectæ lineæ, per vigeſimamnonam eiuſdem tertij. Aequalia ſunt igitur ipſius hexagoni latera. Aio quòd & æquales cōprehendunt angulos. vniquiſqꝫ enim ipſius hexagoni angulus ſub æqualibus deducitur arcubus, nempe ſub quatuor circunferentiæ partibus, qualium ipſa circunferentia eſt ſex. Aequales igitur ſunt adinuicem ipſius hexagoni anguli, per vigeſimamſeptimam eiuſdem tertij. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/f, hexagonū æquilaterū & æquiangulum deſcribitur. Quod feciſſe oportuit.

¶*Corollarium.*

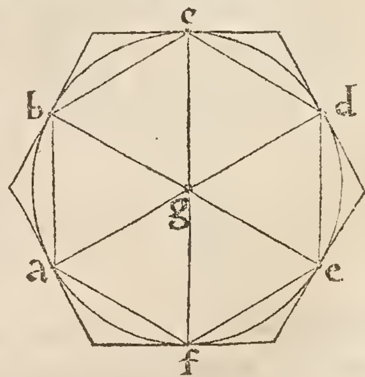
¶Hinc fit manifeſtum, quòd hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipſum deſcribitur hexagonum, eſt æquale. Oſtenſa eſt enim vtraqꝫ a/f/& f/e (quæ latera ſunt hexagoni) ipſi f/g/quæ ex centro g/æqualis: & a/f/ipſi a/g, atque f/e/ipſi e/g/itidem æqualis.

Vt circulo hexagonum circunſcribatur.

¶Item ſi per puncta a, b, c, d, e, f, rectæ ducātur lineæ circulum ipſum contingentes, & cum illius dimetientibus ad rectos conuenientes angulos: hexagonum æquilaterū & æquiangulum circa datum circulum deſcribetur. quemadmodùm ex duodecima huius quarti propoſitione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur.

De circuli in dato hexagono inſcriptione, ac circunſcriptione.

¶Præterea, nec minus facilè in dato hexagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere, & circunſcribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decimaquarta propoſitione, de pentagono ipſo præoſtenſa ſunt. Quod ex ſupradictis colligere oportebat.



Πρόβλημα ις, Πρότασις ις.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, Propoſitio 16.

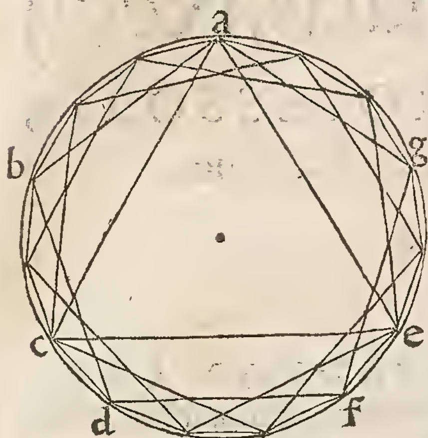


IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/ b/ c/ d/ e, in quo receptum ſit deſcribere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis ſuper data

quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterū, per primam primi:quod per quintæ eiuſdem primi corollarium,erit æquiangulum. Huic poſtmodum triangulo,æquiangulum rurſum deſcribatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e, per ſecundam huius quarti propoſitionem:ſitque a/c/e.Item à puncto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribatur a/b/d/f/g, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum a/c/e/æquilaterum,per ſextæ primi libri corollarium:cuius latus quodlibet,ſubtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipſius a/b/d/f/g, pentagoni latus ſubtendit quintam eiuſdē circunferentiæ partem. Qualium igitur partium vel ſegmentorum, tota circuli a/b/c/d/e/ circunferentia eſt quindecim: talium ſegmentum a/b/c/erit quinque,& vtrunque ſegmentum a/b/& b/d/trium, & proinde totum ſegmentum a/b/d,ſex. Et quoniam ſegmentum a/b/c/eſt quinq;:erit reliqua pars c/d/ſextum ipſius a/b/d, ſeu tertium ipſius b/d, & totius propterea a/b/c/d/e/ circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/recta,per primum poſtulatum, erit latus quintidecagoni in dato circulo deſcribendi. Cui ſi æquales rectas lineas in dato circulo a/b/c/d/e, ab ipſo quidem puncto d/verſus e/& a/in c/continuè,per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodē circulo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum. ℭPoterūt & ſingulorum quindecim ſegmentorum diſtinctiones,per ipſius pentagoni æquilateri & æquianguli, in dato circulo a/b/c/d/e,geminatam rurſum deſcriptionem obtineri,à punctis quidem c/& e:& comparatis inuicem ſegmētis,demōſtratiuè concludi.Quemadmodùm ex ipſa licet inſpicere figura.

Artificioſa lateris quintidecagoni adinuentio.



Idem aliter.

ℭAio iam quòd ipſum quintidecagonum æquilaterum,eſt æquiangulum.Quibuſlibet enim angulis,ſub duobus quibúſvis ipſius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehenſis, æquales ſubtendūtur circunferētiæ:nempe ſegmentorum inuicem æqualium tredecim,qualium totus circulus eſt quindecim.In eodem porrò circulo,anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur,ſibi inuicem ſunt æquales,etſi ad centra,etſi ad circūferentias fuerint deducti,per vigeſimamſeptimā tertij.Aequiangulū eſt igitur ipſum a/b/c/d/e/ quintidecagonum.Patuit quòd & æquilaterum,& in dato circulo deſcriptum.In dato itaq; circulo a/b/c/d/e,quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Quòd deſcriptum quintidecagonum æquilaterū, ſit æquiangulum.

ℭ*Corollarium.*

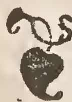
ℭQuòd ſi per ſingulas ſegmentorum & angulorum quintidecagoni diſtinctiones,rectæ ducantur lineæ circulum ipſum contingentes,& ad rectos angulos cum productis è centro ſemidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum,circa datum circulum deſcribetur.quemadmodùm duodecima huius quarti propoſitione, de circunſcribendo tradidimus pentagono.

ℭHaud diſſimiliter,per ea quę decimatertia & decimaquarta eiuſdem quarti propoſitione,de pentagonis oſtenſa ſunt:in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo circulum deſcribere, ac circunſcribere licebit.

(.·.)

Quarti libri Geometricorum Elementorum,

F I N I S.





Orontij Finæi, Delphinatis, Regij
MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In quintum Elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ Diffinitionum elucidatio non aspernanda.

ORONTIVS.



POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis cõtinuæ qualitatem, illiúsque dimensiones apertè demonstrauit: iam binis succedentibus libris, magnitudinum rationes, atque proportiones, acutissimis prosequitur ostensionibus.

Scopus huius libri quinti.

Huius itaque libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum pertractare: singula enim quæ in eo demonstrantur, non solùm ad geometricam videntur spectare contemplationem, sed commune aliquid habent cum Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quæ sub mathematica traditione comprehenduntur. Verùm quoniam de proportionibus futurus est sermo, proportio autem rationum videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ componuntur proportiones, in primis tractandum est. prius enim oportet agnoscere simplicia, quàm composita.

Magnitudinũ comparatio. Habitudo. Ratio.

Cùm igitur binæ magnitudines inuicem comparãtur: hæ procul dubio aut æquales, aut inæquales offenduntur. Proprium enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundum eam æquale, vel inæquale dici, & huiuscemodi comparatio, habitudo dicitur: quam Euclides, ad veterum imitationem, rationem appellat. Ipsæ autem magnitudines, termini tunc vocitantur: illa quidem quæ alteri refertur, antecedens: : reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit comparatio. Id porrò, quo altera distat à reliqua: differentia propriè dicitur. ¶ Quoties itaque propositæ & adinuicem comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metiãtur maiorem, hoc est, aliquotiens sumpta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat. Quę ab Euclide sic primùm diffinitur.

Quota seu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem. 1

Exemplũ quotæ partis.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magnitudinem: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdẽ sextupedalis peculiari discretione vocatur.

Multiplex.

¶ Ipsa porrò maior magnitudo, quam minor suprascripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiusdem minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

¶ Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor. 2

Exemplum multiplicis.

Vt in præassumpto nuper exẽplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicitur ipsius bipedalis magnitudinis, vtpote, quòd multotiẽs, hoc est ter, eandẽ bipedalẽ cõtineat magnitudinẽ,

ſeu quam bipedalis ter multiplicata metitur.& propterea ſextupedalis,triplex ipſius bipedalis peculiari reſtrictione vocatur.❡Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs ſumpta,ſeu multiplicata,plus aut minus efficit,quàm ſit ipſa magnitudo maior:nō quota,ſed adgregatiua pars ipſius maioris videtur eſſe magnitudinis, ex quotis ſcilicet partibus adgregata, ab ipſarum partium quotarum tum numero,tum qualitate denominanda Veluti quadrupedalis ad ſextupedalem relata magnitudinem,adgregatiua pars eiuſdem ſextupedalis dicenda eſt magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quælibet tertiam ſextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiuſdem ſextupedalis denominatur.❡Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines,cōmuni aliqua metiuntur magnitudine:commenſurabiles,ſeu communicantes,& rationales adpellantur. Cuiuſmodi ſunt omnes numeri,à binario in infinitū diſtributi,quos indifferenter metitur vnitas:omnes inſuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatā inter ſeſe rationē vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit cōmunis aliqua,& per numerū expreſſa menſura:incommēſurabiles,& incommunicātes,irrationaléſve dicūtur magnitudines,quarū habitudo determinatis non exprimitur numeris.Veluti ſunt diagonius,& latus quadrati geometrici.

Pars adgregatiua.

Exemplum.

cōmēſurabiles & rationales magnitudines.

Incommenſurabiles & irrationales.

Illa igitur rationalium vel irrationalium,ſeu commenſurabilium,& incommenſurabilium magnitudinum comparatio,vel habitudo,ratio (quemadmodùm ſuprà dictum eſt)à veteribus adpellatur:quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

❡Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

3 Ratio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis,aliquatenus adinuicem quædam habitudo.

Sola enim vniuoca veniunt inter ſeſe comparanda,vtpote, numerus numero,linea lineæ, ſuperficies ſuperficiei, ſolidum ſolido,ſonus ſono, tempus tempori, velocitas velocitati,& quæ ſunt huiuſcemodi.Inter ea enim quę diuerſorum ſunt generum,nulla videtur accidere comparatio.❡Offenditur autem ratio inter numeros abſolutè conſideratos,quā arithmeticam nuncupamus rationem:intérve ſonoros,hoc eſt,ad ſonorum harmoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abſtractas tum à motu, tum à materia magnitudines,quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipſos inueniuntur numeros,eædē inter ſingula continuorum offenduntur genera:at non è diuerſo.Arithmetica ſiquidem ratio,tantummodò rationalium videtur eſſe magnitudinum:geometrica verò,tam rationalium quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem.Quæcunq; inſuper rationis diuerſitates vni cōtinuorum accidunt generi,vtpote lineis: cæteris continuorum videtur euenire generibus,ſuperficiebus inquàm & ſolidis.quod ipſis non ſolet accidere numeris.Idcirco de geometrica,& veluti principatū obtinente ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides.❡Duplex eſt autē ratio geometrica:altera quidem æqualitatis,cuius differentia nulla eſt:altera verò inæqualitatis,cuius rationales ſpecies ſunt quinque:tres quidem ſimplices,vtpote multiplex, ſuperparticularis, & ſuperpartiēs:& duæ ex eis cōpoſitæ, ſcilicet multiplex ſuperparticularis, & multiplex ſuperpartiens.Primò igitur doctrina ſimplicium,poſtea cętera in vniuerſum perſcrutantur rationum diſcrimina:debet enim ſimpliciū doctrina,in omnibus doctrinā præcedere compoſitorum.

Quæ inuicem comparantur.

Ratio Arithmetica. Harmonica. Geometrica.

Ratio Aequalitatis. Inæqualitatis.

❡Multiplicem itaq; ſolemus adpellare rationē,quoties maior magnitudo minorē(vti ſuprà dictum eſt)pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem:quæ in duplam vt quaternarij ad binarium,triplam veluti ſenarij ad ipſum binarium,quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet ſubdiuiditur,prout maior magnitudo bis,ter, quater, pluriéſve minorem comprehendit. Superparticularis autem ratio dicitur,cùm maior magnitudo minorem ſemel,& quotam inſuper minoris partem continet: quæ ſeſqualtera dicitur vt ternarij ad binariū,aut ſeſquitertia veluti quaternarij ad ternarium, vel ſeſquiquarta vt quinarij ad quaternarium,& reſpondenter ita quantumlibet,prout pars ipſa alteram minoris magnitudinis partem,vel tertiam,aut quartam,aliámve quotā partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientem verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem ſemel comprehendit,& contingētem præterea vel adgregatiuam eiuſdem minoris partem , ex quotis ipſius minoris partibus compoſitam: quæ varia,pro numero ac ratione partium,ſortitur diſcrimina, gemino indigentia numero, altero quippe multitudinem,altero autem nomenclaturam talium partium exprimente:ſic tamen vt ipſe numerator,à denominatoreſola vnitate ſuperetur. Alia enim ſuperbipartiēs tertias dicitur,vt quinarij ad ternariū:alia ſupertripartiēs quartas,velut ſeptenarij ad quaternariū:

Ratio multiplex.

Superparticularis ratio.

Ratio ſuperpartiens.

alia verò ſuperquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinarium, & deinceps ita ſine ſtatu, vocitatur. ❡Hinc facilè colligitur, vtriuſq; compoſitarum rationum diffinitio. Multiplex enim & ſuperparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorẽ pluries, & quotam inſuper eiuſdem minoris partem comprehendit. Multiplex denique & ſuperpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partẽ vltra non quotam, ſed ex quotis eiuſdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriuſq; & ſuperparticularis & ſuperpartientis diuerſitate, in varia, & (ſi liceat dicere) infinita compoſitarum rationum partiuntur diſcrimina. ❡Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: ſurdæ irrationaléſve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nã ſi minores ipſis maioribus comparentur magnitudinibus, ſubrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinũ rationes, ſubmultiplices, ſubſuperparticulares, ſubſuperpartiẽtes, ſubmultiplices ſuperparticulares, & ſubmultiplices ſuperpartientes, pro ratione atq; tranſpoſitione terminorum, adpellantur. ❡Cuiuſlibet autem ſupraſcriptarum rationum cum alia quavis ſimili ratione comparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, ſed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc eſt ſummaria diffinitio,

Multiplex ſuperparticularis. *Multiplex ſuperpartiens.* *Surdæ rationes.* *Notandum.* *De rationum comparatione*

❡Ἀναλογία δὲ ἐστὶν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

Proportio verò, eſt rationum identitas. 4

Hoc eſt, duarum pluriúmve geometricarũ rationũ ſimilitudo. vt ſi duplã duplæ, ſeſqualteram ſeſqualteræ, pluréſve duplas, aut ſeſqualteras, & alias quaſcunq; ſimiles rationes inuicem comparaueris Nam de Arithmetica proportione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obſeruatam progreſſionem: nihil ad præſentem doctrinam. Neq; de proportione muſica, quæ potius harmonia quædã eſſe videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; ſeruat differentia maximi ſupra medium ad differentiam medij ſupra minimum, in ſupraſcripta rationum ſimilitudine minimè conſiſtens. Sicuti enim arithmetica progreſſio, à muſica differre perhibetur harmonia: ſic & geometrica proportio (quæ ſola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque diſtinguitur. ❡Eſt autem geometrica proportio, aut continua, aut diſcontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiuſdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè ſuccedentes continuata ſeruatur rationis habitudo: ſic vt prima ſolùm antecedentis, vltima verò conſequentis, intermediæ autem & antecedentis & conſequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad ſecundã eam ſeruat rationem, quam ſecunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportione ligantur, eiuſdem oportet eſſe generis: propter neceſſariam cuiuſlibet antecedentis cum ſuo conſequente reſpondẽtiam, & continuandam inuicem comparabilium habitudinem, ſiue relationem. ❡Diſcontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúſve quãtitatibus, prima ad ſecũdam eam habet rationẽ, quam tertia ad quartam, & quinta ad ſextam, & cõſequenter ita quantũlibet. Huiuſcemodi nanq; rationum ſimilitudo, vel identitas, proportio, ſed diſcontinua vocitatur. conſequens enim primæ rationis, non fit antecedens ſecundæ: neq; item conſequens ipſius ſecundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedens. velut ipſi continuæ diximus euenire proportioni. Poſſunt itaq; genere diuerſa, diſcontinua inuicem proportione colligari: ob ſingulorum antecedentium, ad ſingula conſequentia, ſeparatim factam comparationem. Eadem nanq; ratio inter duos accidens numeros: poteſt ſimul inter duas lineas, bináſve ſuperficies, aut alias quaſvis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, diſcõtinuam proportionem ſub pari ſemper terminorum comprehendi numero: cõtinuam verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum ſeu quantitatum multitudinem.

De ꝓportione arithmetica. *De muſica proportione.* *Proportio geometrica continua.* *Sola vniuoca continua proportione ligantur.* *Diſcontinua proportio geometrica.* *Genere diuerſa diſcõtinuam proportionem obſeruant.* *Corollarium.*

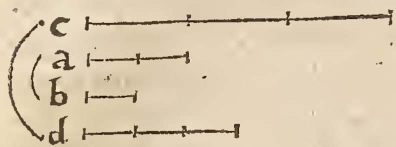
❡Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere. 5

Poſt ipſius rationis, atque proportionis adſignatas diffinitiones: deſcribit conſequenter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationem habere dicãtur. Cùm igitur tam rationalium quàm irrationalium hic perſcrutentur magnitudinum habitudines, & ipſa irrationaliũ magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipſi naturæ ſit ignota, denominationẽ

Quónam modo magnitudines rationem habere diffiniantur.

ab aliquo non valens accipere numero:coactus est Euclides(vt generalem quandam rationalium & irrationalinm perscriberet diffinitionem) ad comparatarum inuicem magnitudinum cõfugere multiplicationem, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a/magnitudini b/comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc est, ambarum sumātur æquè multiplicia, c/quidem ipsius a, & d/ipsius b: quam rationem habebit multiplex c/ad multiplex d, eam seruabit & a/magnitudo, ad b/magnitudinem. Quasi ignota inter a/ & b/differentia, per multiplicationẽ ipsarum augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta siquidem multiplicium cum submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipsæ æquè multiplices magnitudines non possint aliquam rationalem aut irrationalem inter sese habitudinem obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, & è contrario. *Exemplum.* *Notandum.*



¶Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπη, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχη ληφθέντα κατάλληλα.

6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquè multiplicia, secundæ & quartæ æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem, vtraque vtranque vel vnà excedunt, vel vnà æquales sunt, vel vnà deficiunt sumptæ adinuicem.

Ostensa rationis atq; proportionis diffinitione, qualiter insuper magnitudines rationem habere adinuicem iudicentur: diffinit respondenter Euclides, quónam modo magnitudines ipsæ fiant proportionales, hoc est, similem videantur obtinere rationem, habitudinísve nanciscantur identitatem. Quæ diffinitio, non potuit per alicuius præcedentium quinque rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel denique multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter surdas(vt vocant)irrationalium magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem æquè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm separatim facta earundem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese videntur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & consequentium æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquè multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autem ex multiplicium proportione, earundem partium, sub multiplicíumve magnitudinum proportio, vel è cõtrario subsequatur: succedentibus ostendetur propositionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere necessitatem est operæpretium. ¶Cùm itaq; similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ, hoc est antecedentium magnitudinum sumptis æquè multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secundæ videlicet & quartæ, æquè multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primæ ad multiplex secundæ eam seruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de excessu, vel defectu proportionali veniunt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d: & ipsorum a/ & c, primi inquàm & tertij æquè multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d, hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g, h, vtpote tripli. Et quoniam multiplex e/ad multiplicem

Quæ magnitudines in eadem ratione consistant. *Notandum.* *Diffinitionis elucidatio.* *Exemplum.*

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discõtinuè proportoinales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Aequè multiplices.

g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h(vtrobique enim ſeſquitertia) neceſſum eſt primum numerum a/ad ſecũdum numerum b/eam ſimul obſeruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartũ d,nempe duplam.Haud aliter de magnitudinibus, ſiue continuis intelligito. ❡Hinc fit,vt in continuè proportionatis, vbi videlicet conſequens primæ rationis fit antecedens ſecundæ, ſumenda ſint æquè multiplicia ſingularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem,hoc eſt,aut ſimul tripla, aut ſimul quadrupla,&c. propterea quòd ſecunda magnitudo, ipſius tertiæ ſimul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræſentet. Vt datis in exemplum a, b, c, numeris:quorum æquè multiplices ſint d,e,f,vtpote tripli,d/quidem ipſius a,& e/ipſius b,atque f/ipſius c. Si multiplex d/ad multiplicem e/habuerit eam rationem,quam idem e/ad f:tunc a/primus numerus ad ſecũdum b/eam ſimul obſeruabit rationem,quam idem numerus b,ad tertium c.quemadmodùm ex ipſa numerorum potes elicere deſcriptione:in qua tam dati numeri a,b,c,quàm eorundem numerorum æquè multiplices d,e,f,ſub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus. *Exemplum.*

a	b	c	
8	4	2	Nu.continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

❡Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

Diffinitio proportionaliũ.

Eandem autẽ habentes rationẽ magnitudines,proportionales vocẽtur. 7

Cùm enim proportio rationum ſit identitas:fit vt magnitudines, quæ in eadẽ offendentur eſſe ratione,vel inter quas rationum offendetur ſimilitudo (ſiue continua ſiue diſcontinua eiuſdem rationis obſeruetur identitas) proportionales adpellentur.

❡ Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

Improportionalium magnitudinum diffinitio.

Quando verò æquè multiplicium multiplex primi exceſſerit multiplex ſecundi, multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti: tunc primum ad ſecundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum. 8

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel diſcontinuam proportionem, ex coaſſumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum eſt:haud diſſimiliter & improportionalium magnitudinum diſproportio, ex ſupraſcripto modo ſumptorum æquè multiplicium diſproportione,verſa vice colligitur. Eſt enim diſproportio,rationum diſſimilitudo:vtpote,quando prima magnitudo ad ſecundam maiorem vel minorem rationẽ habet,quàm tertia ad quartã. Huius itaq; diffinitionis hæc eſt ſumma. Si quatuor oblatarum magnitudinum coaſſumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ,atq; ſecundæ & quartæ,& multiplex primæ ad multiplex ſecundæ maiorẽ rationem habuerit,quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ:tũc prima magnitudo ad ſecundam maiorem itidem rationem obſeruabit,quàm tertia ad quartam:& ſi minorem,minorem. Et proinde rationum ſubſequetur diſſimilitudo,ergo diſproportio:ſiue ipſæ magnitudines cõtinua, vel diſcontinua ratione, ſeu relatione terminorum inuicem conferantur. Quorum exempla dare,inutile iudicamus:vtpote,quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè poſſunt.

Diſproportio. *Diffinitionis interpretatio.*

❡*Corollarium.*

Hinc fit,vt cùm æquè multiplicium ſupraſcripto modo coaſſumptorum,multiplex primi non exceſſerit multiplex ſecundi,ſed multiplex tertij exceſſerit multiplex quarti:tunc primum ad ſecundum minorem rationem habere dicetur,quàm tertium ad quartum.

❡Ἀναλογία δέ, ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Proportio autem,in tribus terminis ad minus eſt. 9

De continua velim intelligas proportione.Cùm enim proportio rationũ exiſtat ſimilitudo: operæpretium eſt in ipſa proportione duas ad minus inuicem ſimiles occurrere rationes,& proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidem conſequentia. Et quoniam in proportione continua, conſequens primæ rationis fit antecedens ſecundæ, in diſcontinua verò minimè:fit vt continua proportio non poſſit conſiſtere in paucioribus tribus terminis,diſcontinua autem in paucioribus quatuor. Hi ſunt ergo numeri terminorum

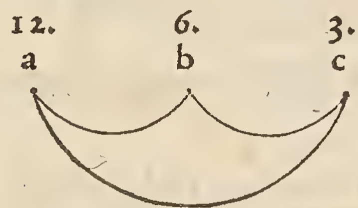
minimi,inter quos videtur accidere proportio:maximi verò,nuſquam dabiles ſunt,vtpote, quoniam ſimilitudo rationum in infinitum poteſt deuenire numerum.

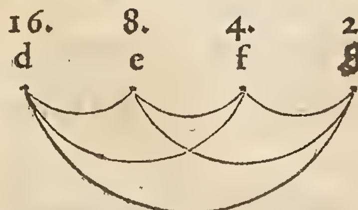
❡Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

10 Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplo maiorem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplo maiorem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam, & ſemper ordine vna plus, quouſque ſit abſoluta proportio.

Quam ratione habeat prima magnitudo ad ultimã, in cõtinuè proportionalib⁹.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam,in continuè proportionalibus. Senſus itaque diffinitionis eſt,quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum,ex ſingulis rationibus in eadem occurrẽtibus proportione inuicem compoſitis generatur.Hinc fit,vt in minima proportione, quæ ſub tribus comprehenditur terminis,prima magnitudo ad vltimam duplo maiorem rationem habere dicatur,quàm habeat ad ſecundam,hoc eſt,ex ipſis duabus rationibus ſimilibus,primæ inquàm magnitudinis ad ſecundam,& eiuſdem ſecundæ ad tertiam inuicem compoſitis,vel altera earum duplata conſurgentem.Multiplicandi ſunt igitur ipſarũ rationum denominatores adinuicem: producetur enim optatæ rationis denominator.quemadmodùm ſecundo capite,libri quarti noſtræ docuimus Arithmeticæ:& quinta diffinitione libri ſexti clarius oſtendemus.Sint exempli cauſa obiecti numeri a,b,c, ſub dupla ratione proportionati.vtraque igitur ratio à binario denominatur numero.Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertiũ,hoc eſt,a/ad c/denominabitur.Erit ergo primi ad ipſum tertium ratio quadrupla,ſeu primi ad ſecundũ duplicata.❡Porrò ſi quatuor extiterint magnitudines continuè itidem proportionales:prima ad quartam triplo maiorem rationem habere dicetur,quàm ad ſecundã,hoc eſt,ex tribus rationibus,primæ quidem ad ſecundam, & ſecundæ ad tertiam, atque tertiæ ad quartã generatam.Sed animaduertas oportet, quòd in trium aut plurium rationũ compoſitione,operæpretium eſt ex duabus primis vnam efficere rationem,& ex illa conſequẽter & ſuccedente tertia vnã rurſum conſtituere:& deinceps ita quantumlibet,pro datarum rationũ multitudine.Dentur in exemplũ quatuor numeri continuè proportionales d,e,f,g, ſub dupla itidem ratione diſtributi.Quælibet igitur trium rationum,à binario rurſum denominatur numero.bis autem duo,efficiunt quatuor: quæ oſtendunt primum numerum ad tertium, vel ſecundum ad quartum,quadruplam obtinere rationem. bis autem quatuor,reſtituunt octo:à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaq; eundem primum numerum ad quartum,octuplam ſeruare rationem.quæ non propterea primi ad ſecundũ triplata ratio vocitatur,quòd ipſa ratio primi ad ſecundum per tria ſit multiplicanda: ſed quoniam ter in eadem proportione reperiatur,ex qua quidem triplici ratione,extremorum ratio ſupraſcripto modo conſurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum reſultabit,ſi eam rationem quæ eſt primi ad tertium,vel ſecundi ad quartum,per rationem eiuſdem primi ad ſecũdum multiplicaueris. Vtraque enim in præaſſumpto numerorum exemplo eſt quadrupla: quæ in duplam ducta, reſtituit octuplam.❡Quòd ſi quinque magnitudines continuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplo maiorem rationẽ habere dicetur,quàm ad ſecundam:ſi ſex,quintuplo maiorẽ,& conſequenter ita,vna ſemper ordinatim adiuncta ratione, pro extenſione proportionis,vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.





Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

Exemplum.

Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.

Vbi quinque, uel plures fuerint magnitudines.

❡Ὁμόλογα μεγέθη λέγεσθαι εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11 Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & conſequentia conſequentibus.

Id eſt,ſimilitudo rationum inter eaſdem magnitudines inuicem proportionales, non ſolùm inuenitur per relationem antecedentium ad ſua conſequentia,vel è diuerſo:ſed tum ex

De uaria rationum ſimilitudine.

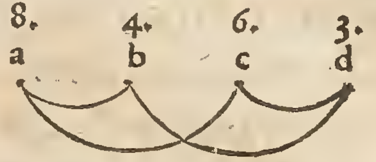
ipſorum antecedentium,tum etiam cõſequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus ſubſcriptæ rationum illationes,ſpeciéſve proportionũ deriuatæ ſunt:quæ primùm diffiniuntur ab Euclide,poſtea ſuo elucidantur & oſtenduntur ordine.

¶ Εναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

Permutata ratio eſt,acceptio antecedentis ad antecedens,& conſequentis ad conſequens. 12

Permutata ſeu reciproca ratio.

Vtpote,ſi fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a,b,c,d,ſicut quidem a/ad b,ita c/ad d:inferamus autem,& permutatim igitur ſicut a/ad c,ita b/ad d.Hanc rationum illationem,permutatam adpellamus.permutatur enim conſequens primæ rationis, in antecedens ſecundæ:& antecedens eiuſdem ſecundæ rationis,in conſequens ipſius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus,antecedentis:& vterque terminus ſecundæ rationis,conſequentis fungitur officio.



¶ Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

Conuerſa ratio,eſt acceptio conſequentis tanquam antecedentis,ad antecedens tanquam ad conſequens. 13

Id eſt,conſequentium in antecedentia,& antecedentium in conſequentia permutatio:rationem maioris inæqualitatis,in rationem minoris,aut è diuerſo,conuertendo.Vt ſi a/ad b/eam habuerit rationem quam c/ad d:& à conuerſa terminorum ratione inferamus.ergo ſicut b/ad a,ita d/ad c. Igitur in permutata atque conuerſa ratione,nulla terminorum ſubſequitur alteratio:ſed & antecedentia,& conſequentia manent ſubſtantialiter eadem.

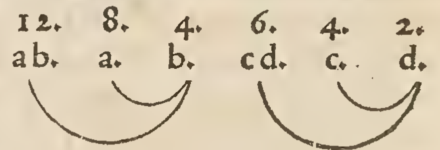
Notandum.

¶ Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Compoſita ratio,eſt acceptio antecedẽtis cum conſequẽte,ſicut vnius, ad ipſum conſequens. 14

Illatio rationis à diuiſis ad coniuncta. Exemplum.

Solemus nonnunquàm in proportionibus,arguere à diuiſis ad coniuncta : vnde huiuſcemodi rationis illatio,compoſita,ſeu cõiuncta ratio dicitur. Eſt enim acceptio cuiuſlibet antecedentis cum proprio conſequente,tanquam vnius antecedentis,ad ipſum cõſequens. Vtpote,ſi a/ad b/eam habeat rationem, quam c/ ad d:& coniunctim inferamus. Igitur ſicut a/b/ad b,ita c/d/ad d.augẽtur enim proportionaliter antecedentia,per cõſequentium ipſorum compoſitionem.Huic contraria eſt diuiſa,ſeu diſiuncta ratio:quæ ita diffinitur,



¶ Διαίρεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Diuiſa ratio,eſt acceptio exceſſus , quo excedit antecedens ipſum conſequens,ad ipſum conſequens. 15

Illatio rationis,à coniunctis ad diuiſa.

Hoc eſt, comparatio differentiæ cuiuſlibet antecedentis ſupra conſequens proprium, ad ipſum conſequens.Veluti ſi eadẽ ſit ratio a/b/ad b,quæ eſt c/d/ad d:& diuiſim in hũc modum inferatur.Igitur ſicut a/ad b,ita c/ad d.Eſt enim a/differentia,qua tota a/b/ ipſam b/ſuperat:& c/itidem differentia,qua tota c/d/excedit ipſam d.Hic autem modus arguendi, à coniunctis ad diuiſa nuncupatur.

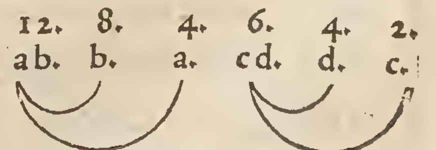
¶ Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

Conuerſio rationis,eſt acceptio antecedentis ad exceſſum, quo excedit antecedens ipſum conſequens. 16

Euerſa ſeu reflexa ratio.

Hanc rationis illationem : plerique euerſam ſeu reflexam nominant . Eſt enim comparatio cuiuſlibet antecedentis,ad differentiam , qua idem antecedens ſuum excedit conſequens. Exempli gratia.Sit rurſum veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& cõuertamus in hunc modum . Ergo ſicut a/b/ad a, ita c/d/ad c. Sunt enim a/ & c/ differentiæ , quibus b/ & d/ab ipſis a /b/& c/d/ſuperantur.In compoſita igitur, & diuiſa ratione, ac conuerſione rationis, quanquàm nihil ſumatur extrinſecũ:alterantur nihilominus termni,ijdem ſecundum ſubſtantiam minimè permanentes.

Notandum.



Δι᾽ ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεσέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ᾽ ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17 Aequa ratio eſt, pluribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine, cum duabus ſumptis & in eadem ratione: quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum, ſic in ſecundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter: acceptio extremorum, per ſubtractionem mediorum.

Exempli gratia, ſint primi ordinis quãtitates a, b, c, ſecũdi verò d, e, f: ſítq; a/ad b/veluti d/ad e, & b/ad c/ſicut e/ad f: vel a/ad b/ſicut e/ad f, & b/ad c/veluti d/ad e: & concludendo ſubinferamus. Igitur ſicut a/ad c, ita d/ad f. Hũc modum arguendi, ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt ſi a/ad b/& d/ad e/ſeſqualteram, b/autem ad c/& e/ad f/duplam obtinuerit rationem: vel a/ad b/& e/ad f/ dupla, b/autem ad c/atque d/ad e/ ſeſqualtera ratione proportionetur: neceſſum eſt a/ad c, atque d/ad f, triplam obſeruare rationem. vt ex ipſa numerorum potes elicere formula. Aequa igitur ratio, tam in ijs quæ ordinatam, quàm etiam perturbatam obſeruant proportionem reperitur.

Inferendi modus ex æqua ratione.

6 3 2
9 6 3 12 8 4
a. b. c. d. e. f.

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

18 Ordinata proportio eſt, cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequens: & conſequens ad rem aliam, ſicut conſequens ad rem aliam.

Expeditis quæ ex eadem proportione ſubinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides, binas proportionum ſpecies, inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & conſequentium ordinatim fit comparatio. Vt ſi bini (verbi gratia) fuerint numerorum ordines, a/b/c/inquàm primus, & d/e/f/ſecundus: fuerítque a/ad b/veluti d/ad e, & b/ad c/ ſicut e/ ad f. Hanc rationum identitatem, ordinatam ſolemus vocitare proportionem. Huic contraria eſt perturbata, quæ ſic diffinitur,

Exemplum ordinatæ proportionis.

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

19 Perturbata autem proportio eſt, quando tribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine: fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens: ſicut autem in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Hæc diffinitio tam lucida eſt, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rurſum a/b/c, & d/e/f/gemini numerorum ordines: ſitque a/ad b/ſicut e/ad f, & b/ad c/veluti d/ad e. Hunc itaq; inuerſum proportionis ordinem, perturbatam proportioné adpellamus. Præter has auté, Zambertus Venetus adiecit extéſæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones, ab ipſius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè diſcrepãtes: quas tum

Exẽplum perturbatæ rationis.

De extenſa, atque inordinata ratione.

a	b	c		d	e	t
8	6	4		6	4	3

quia in græcis nuſquàm reperi exemplaribus , tum quòd mihi ſuperabundare videantur, conſultò prætermiſi. Omnis ſiquidem extenſa proportio, ordinata eſt: & inordinata, eadem quæ perturbata. Ni forſitan voluerimus extenſam proportionem, terminorum vtriuſque ordinis continuatam præſupponere relationem: cùm ſcilicet præcedentium rationum conſequentia, fiunt antecedentia ſuccedentium. Vt extenſa proportio, continuè proportionalium ſolummodò reſpiciat magnitudinum habitudinem: ordinata verò, tam continuè, quàm diſcontinuè proportionata. Et ſic extenſa proportio, ſimul erit ordinata: ſed non omnis ordinata, extenſa vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atque perturbata proportione.

Notandum.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, *Propoſitio* 1.

SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudi- 1
num æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices: quotuplex eſt vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶ Exordium ſumit Euclides, à ratione multiplici. quæ eſt omniũ ſimpliciſſima, vtpote, quæ vnico denominatur & exprimitur numero. Ait itaque primùm. Si quotlibet antecedẽtes magnitudines, totidem conſequentium magnitudinũ, in data ratione multiplici fuerint proportionales: omnes antecedentes omnium conſequentium, vt vna antecedentium ad ſuam conſequentem, in eadem ratione multiplici coniunctim proportionales erunt. Sint enim a/b/ & c/d/ quælibet magnitudines, ipſarum e/ & f/ magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices: vtpote, a/b/ ipſius e, & c/d/ ipſius f. Aio, a/b/ & c/d/ magnitudines, totuplices fore ipſarum e/ & f/ magnitudinum, quotuplex eſt a/b/ ipſius e, vel c/d/ ipſius f. Nam ex hypotheſi, tot ſunt magnitudines in a/b, æquales ipſi e: quot in c/d/ magnitudine, æquales ipſi f. Sit vtraque multitudo, æqualis numero g. Et diſtinguantur (exempli gratia) in a/b, magnitudines æquales ipſi e, iuxta numerum g, ſintque a/h, h/k, & k/b: in ipſo porrò c/d, æquales ipſi f, quæ ſint c/l, l/m, & m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adſignari poſſe æquales, recipiendum eſt. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicem æquales partes (etſi forſitan nondum præoſtenſum fuerit, quanam ratione id exequatur) abſtractiuè ſaltem partibilis eſt: potéſtque magnitudo quælibet diſcretione quadam (ac ſi ſeorſum diſtincta foret) annotari. Cùm igitur a/h/ æqualis ſit ipſi e, & c/l/ ipſi f: æquales erunt a/h/ & c/l, ipſis e/ & f/ magnitudinibus, per ſecundam communem ſententiam. Rurſum quoniam æqualis eſt h/k/ ipſi e, & l/m/ ipſi f: æquales rurſum erunt, per eandem communem ſententiam, h/k/ & l/m, ipſis e, & f. Haud diſſimiliter oſtendetur, quòd & cæteræ k/b/ & m/d, eiſdem e/ & f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipſam e, aut c/d/ ipſam f: toties a/b/ & c/d, eaſdem e/ & f/ ſimul comprehendunt, nempe ſecundum eundem numerum g. Quotuplex igitur eſt a/b/ ipſius e, vel c/d/ ipſius f: totuplices ſunt a/b/ & c/d, ipſarum e/ & f. Idem reſpondenter licebit oſtendere: vbi plures duabus, plurium fuerint æquè multiplices. Hoc autem in diſcretis euidentius manifeſtatur: quemadmodùm ſubiectæ formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur

Notandum.

a h k b
e
c l m d
f
g. 3

Deductio theorematis.

	2	1		3	1		4	1		5	1
Numeri in dupla ratione proportionales.	4	2	In ratione tripla.	6	2	In ratione quadrupla.	8	2	In ratione quintupla.	10	2
	6	3		9	3		12	3		15	3
	8	4		12	4		16	4		20	4
	10	5		15	5		20	5		25	5
Coniuncti.	30	15	Coniuncti.	45	15	Coniuncti.	60	15	Coniuncti.	75	15

quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: &c, vt in theoremate. Quod oportebat demonſtrare.

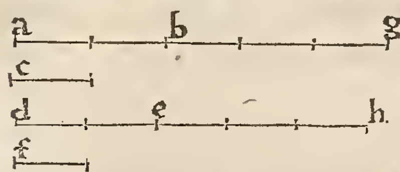
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, Propoſitio 2.

2 I prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æque multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

ORONTIVS. ¶Id eſt ſi æquè multiplicibus, æquè multiplices addātur magnitudines. conſurgent æquè multiplices. Sint enim ſex magnitudines, a/b/prima, c/ſecunda, d/e/tertia, f/quarta, b/g/quinta, & e/h/ſexta: quarum prima a/b/ſecundæ c/ſit æquè multiplex, ac tertia d/e/ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/eiuſdem ſecundæ c/æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/eiuſdem f/quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta, vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/h, ipſius quartæ f. Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ipſius c, vt d/e/ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/h/eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/æquales in b/g, quot & in e/h/æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æqualibus multitudinibus, æquales addantur multitudines: reſultabunt, per ſecundam communem ſentētiam, multitudines adinuicem æquales. Quotuplex igitur eſt a/g/ipſius c: totuplex eſt d/h/ipſius f. Sed a/g, continet primam & quintam magnitudinē: d/h/autem, tertiā & ſextā. Et cōpoſita igitur prima & quinta a/g, ſecūdę c/ęquè multiplex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecūdę ęquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.



Demonſtratio theorematis.

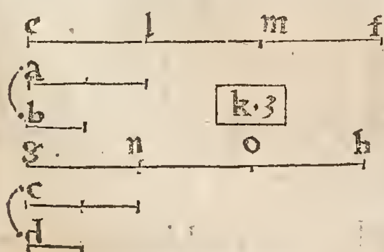
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων, ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

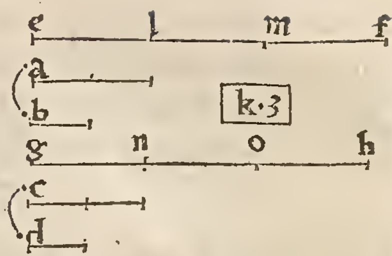
Theorema 3, Propoſitio 3.

3 I primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, ſumantur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſque æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti.

ORONTIVS. ¶Hoc eſt, quæ æquè multiplitium, ſunt æquè multiplicia: eadē partium æquè multiplicia ſunt. Sit primum a/ſecundi b/æquè multiplex, ac tertium c/ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/& c/æquè multiplicia, e/f/& g/h. Dico quòd e/f/tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ipſius quarti d. Cùm enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ipſius a, quotuplex eſt g/h/ipſius c: tot igitur erunt magnitudines in e/f/ęquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/æquales ipſi c. Sit vtraque multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſintque e/l, l/m, & m/f: & in g/h/magnitudine, ipſi c/æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per hypotheſin, æquè multiplex eſt a/ipſius b, atque c/ipſius d. Eſt autem e/l/ipſi a, & g/n/ipſi c/per conſtructionem æqualis. Aequalia porrò eiuſdem ſunt æquè multiplicia, per ſextæ diffinitionis primi libri conuerſionem. Aequè multiplex igitur eſt e/l/ipſius b, ac g/n/ipſius d. Et proinde l/m/æquè multiplex itidem eſt ipſius b, ac n/o/ipſius d. Sunt itaque ſex magnitudines, quarum prima



Primus oſtenſionis diſcurſus.



e/l/ſecundæ b/ æquè multiplex eſt, ac tertia g/n/ipſius quartæ d: quinta rurſum l/m/ eiuſdem ſecundæ b/æquè multiplex eſt, ac ſexta n/ o/ eiuſdem quartæ d. Et compoſita igitur prima & quinta e/m/ ipſius ſecundæ b/ æquè multiplex eſt, ac tertia & ſexta g/o/ipſius quartæ d:per antecedentem ſecundam propoſitionem. Rurſum quoniam æqualis eſt m/f/ipſi a, & o/h/ ipſi c:æquè multiplex itidem erit m/f/ipſius b, atque o/h/ipſius d, per eandē ſextæ diffinitionis primi libri conuerſionem. Oſtenſum eſt autem, e/m/ & g/o/ipſarum b/ & d/fore æquè multiplices. Sunt itaq; rurſum ſex magnitudines, quarū prima e/m/ſecundæ b/æquè multiplex eſt, ac tertia g/o/ipſius quartæ d: quinta inſuper m/f/eiuſdem ſecundæ b/ æquè eſt multiplex, ac ſexta o/h/eiuſdē quartæ d. Et compoſita igitur prima & quinta e/ f, ipſius ſecundæ b/æquè multiplex eſt, ac tertia & ſexta g/h/eiuſdem quartæ d:per allegatam huius quinti ſecūdam propoſitionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus conſequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipſorum æquè multiplicium e/f/ & g/h/multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/ æqualis eſt: vtraq; enim ipſi k/numero æqualis. Si igitur primum ſecundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat oſtendendum.

Secūdus, priori ſimilis, diſcurſus oſtenſionis.

Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ᾽ ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4, Propoſitio 4.
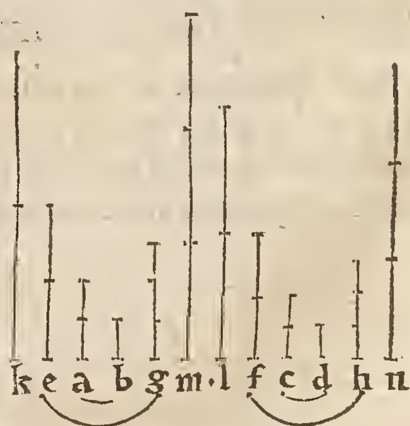


I primum ad ſecundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij, ad æquè multiplicia ſecundi & quarti iuxta quanuis multiplicationem, eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem. 4

De æquè multiplicium & ſubmultiplicium proportione reciproca.

ORONTIVS. ¶Sicuti enim ex ipſorū æquè multiplicium proportione, datas magnitudines in eadem eſſe ratione, ſexta huius quinti viſa eſt innuere diffinitio: haud diſſimiliter ex ipſarum magnitudinum habitudine proportionata, eorūdem æquè multiplicium verſa vice cōcluditur rationis idētitas. tāta eſt æquè multipliciū cum ſubmultiplicibus neceſſitudo. Eſto igitur vt primum a/ad ſecundū b/eandē habeat rationē, quam c/tertium ad quartū d: & accipiantur ipſorum a/ & c, hoc eſt, primi & tertij æquè multiplicia e/ & f, ſecundi pariter & quarti, vtpote, ipſorum b/ & d/alia itidem æquè multiplicia g/ & h. Aio quòd e/multiplex primi, ad g / multiplex ſecundi eandem habet rationem, quam f/multiplex tertij ad h/multiplex quarti. Sumantur enim ipſorum e/ & f, æquè multiplicia k/ & l: ipſorum porrò g/ & h, alia ſimiliter æquè multiplicia m/ & n. Cùm igitur e/totuplex ſit ipſius a, quotuplex eſt f/ipſius c, & ipſorū e/ & f/ſumpta ſunt æquè multiplicia k/ & l/ primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: igitur æquè multiplex eſt k/ipſius a, & l/ipſius c, per tertiam huius quinti. & per eandem æquè multiplex eſt m/ipſius b, atque n/ipſius d. Eſt autem ex hypotheſi, ſicut a/ad b/ita c/ad d: & ipſorum a/ & c/ oſtenſa ſunt æquè multiplicia k/ & l, necnon ipſorum b/ & d/alia itidem æquè multiplicia m / & n. Eſt igitur ſicut k/ad m, ita l/ad n: per conuerſionem ſextæ diffinitionis huius quinti. hoc eſt, ſicut multiplex primi ad multiplex ſecundi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipſa porrò k/ & l, ipſorū e/ & f/ſunt æquè multiplicia: m/verò & n/æquè multiplicia ipſorum g/ & h, per conſtructionem. Eſt igitur vt e/ad g, ſic f/ad h: per ſextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/ & f, ſunt æquè multiplicia primi & tertij: g/autem & h, ſecundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

Demonſtratio theorematis.



Lemma, ſiue aſſumptum.

¶Et quoniam oſtenſum eſt, quòd multiplex k/ad multiplex m/ſe habet, vt multiplex l/ad

multiplex n.ſi igitur k/excedit m, & l/proportionaliter excedit n:& ſi æquale, æquale:& ſi minus,itidem proportionaliter minus. Quare & verſa vice,ſi m/excedit k, & n/proportionaliter excedit l: & ſi æquale, æquale: ſi autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per ſextam huius quinti diffinitionem,erit vt g/ad e,ſic h/ad f: atque reſponter ſicut b/ad a,ita d/ad c.

¶Corollarium.

¶Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales:& ècontra,ſeu à conuerſa ratione *Conuerſa ratio.* proportionales erunt : facta videlicet conſequentium tanquàm antecedentium,ad antecedentia tanquàm ad conſequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theorema 5, Propoſitio 5.

5 SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ:& reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius eſt multiplex.

ORONTIVS. ¶Eſto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex , quàm multiplex eſt ablata a/e/ablatæ c/f . Dico reliquam e/b,reliquæ f/d/totuplicem fore,quotuplex eſt tota a/b/totius c/d.Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipſius g/c,vt a/e/ ipſius c/f.Cùm *Aſſumptum.* igitur tum per hypotheſin, tum per conſtructionem , totuplex ſit a/e/ipſius c/f,quotuplex *Demonſtratio theorematis.* eſt e/b/ipſius g/c : quotuplex autem eſt vna vnius, totuplices ſunt & omnes omnium , per primam huius quinti . Quotuplex eſt itaque a/e/ ipſius c/f , totuplex eſt & tota a/b/totius g/f.At quotuplex eſt a/e/ipſius c/f,totuplex eſt & eadem a/b/ipſius c/d , per hypotheſin.



Et a/b/igitur vtriuſque & g/f/& c/d/eſt æquè multiplex:& proinde vtraque g/f/ & c/d , eiuſdem a/b/æquè ſubmultiplex eſt. Quæ autem eiuſdem ſunt æquè ſubmultiplicia,æqualia ſunt adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur g/f/ipſi c/d,& vtrique communis c/f:qua dempta, reliqua g/c/reliquæ f/ d , per tertiam communem ſententiam eſt æqualis . Aequalia rurſum eiuſdem ſunt æquè ſubmultiplicia , per ipſius ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem.Et g/c/ igitur atque f/d , eiuſdem e/b/ſunt æquè ſubmultiplices:& proinde e/b/vtriuſque & g/c/& f/d/ æquè eſt multiplex . Porrò e/b/æquè multiplex eſt ipſius g/c , per conſtructionem , vt a/e/ipſius c/f.Et eadem propterea e/b , ipſius f/d/tam multiplex eſt,quàm multiplex eſt ipſa a/e/eiuſdẽ c/f.Atqui per hypotheſin a/e/totuplex eſt ipſius c/f,quotuplex eſt tota a/b/totius c/d.Et reliqua igitur e/b,reliquę f/d/ęquè multiplex eſt,atque tota a/b/totius c/d. Ergo ſi magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ , & reliqua reliquæ:&c . vt in theoremate . Quod oſtendere fuerat operæpretium.

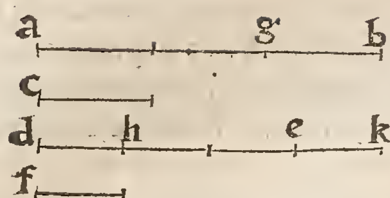
Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propoſitio 6.

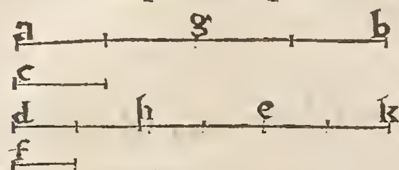
6 SI duæ magnitudines,duarum magnitudinũ æquè fuerint multiplices,& ablatæ aliquæ,earũ æquè fuerint multiplices :& reliquæ eiſdem vel æquales ſunt,vel ęquè ipſarum multiplices.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/magnitudo tam multiplex ipſius c,quàm multiplex eſt d/e/ ipſius f:æquè inſuper multiplex eſto ablata a/g/eiuſdem c,vt ablata h/e/ipſius f. Aio quòd reliquæ g/b/& d/h,ipſis c/& f/aut ſunt æquales altera alteri:vel earundem c/& f/ęquè multiplices.Eſto primum,vt g/b/ſit æqualis ipſi c:dico quòd & d/h,ipſi f/ eſt æqualis . Detur *Prima theorematis differentia.* enim e/k/ipſi f/æqualis. Cùm igitur a/g/æquè multiplex ſit ipſius c,vt h/e/ipſius f,per hypotheſin. Porrò g/b/æqualis eſt ipſi c/per hypotheſin: & e/k/ipſi f,per conſtructionem.Et æquè igitur multiplex eſt a/b/ipſius c, & h/k/ipſius f.Ponitur autem ex hypotheſi, a/b/æquè multiplex ipſius c,vt d/e/ipſius f.Et vtraq; igitur d/e/& h/k,æquè eſt multiplex ipſius f:



nempe vt a/b/ipſius c. Quæ autẽ eiuſdẽ ſunt æquè multiplicia, æqualia ſunt adinuicem, per ſextæ cõmunis ſentẽtiæ interpretationem. Aequalis eſt ergo d/e/ipſi h/k,& vtriq; cõmunis h/e: ea itaq; dempta,reliqua d/h/reliquæ e/k/erit per tertiam communẽ ſententiam æqualis. Eidẽ porrò e/k,æqualis eſt per conſtructionẽ ipſa f/magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/& f,eidem e/k/ſunt æquales:& proinde æquales adinuicem,per primam communem ſententiam. Si reliqua igitur g/b,ſit æqualis ipſi c:& reliqua d/h,ipſi f/erit æqualis. ℂQuòd ſi g/b/ fuerit multiplex ipſius c:aio reſpondenter d/h,æquè multiplicẽ fore ipſius f. Quotuplex eſt enim g/b/ipſius c,totuplex aſſumatur e/k/ipſius f. Et quoniam per hypotheſin,a/g/ prima ſecũdæ c/æquè eſt multiplex, ac tertia h/e/quartæ f:quinta rurſum g/b/eiuſdẽ ſecundæ c/ tam multiplex eſt per conſtructionẽ,quàm multiplex eſt ſexta e/k/eiuſdẽ quartę f. Et compoſita igitur prima & quinta a/b,eiuſdem ſecundæ c/æquè erit multiplex,ac tertia & ſexta h/k/ipſius quartæ f, per ſecundam huius quinti. Quotuplex eſt autem a/b/ipſius c, totuplex data eſt d/e/ipſiusf,per hypotheſin. Et vtraque igitur d/ e/ & h/k, æquè eſt multiplex ipſius f,vt a/b/ipſius c. Hinc per ſextam cõmmunem ſententiam,æqualis rurſum eſt d/e/ipſi h/k,& vtriq; cõmunis h/e:qua ſubtracta, reliqua d/h/reliquæ e/k,per ipſam tertiam cõmunem ſententiam,eſt æqualis. Aequalia porrò eiuſdem ſunt æquè multiplicia, per ipſius ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Et d/h/igitur & e/k, eiuſdem f/ æquè multiplicia ſunt. At e/k/ipſius f/tam multiplex eſt per conſtructionem,quàm multiplex eſt g/b/ipſius c. Et reliqua igitur d/h/ æquè eſt multiplex ipſius f,quotuplex eſt reliqua g/b/ipſius c. Hæc autem omnia ſubſequens numerorum, ad faciliorem demonſtrationis intelligentiam adiuncta,corroborat formula.

Secũda theorematis differentia.



Exemplum in numeris.

Prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	Magnitudines datæ.
a/b	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in ſecunda figura.

Si duæ itaque magnitudines:& quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

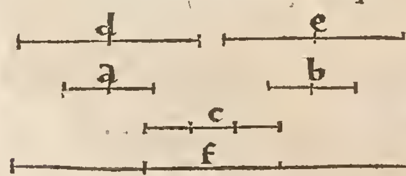
Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7 Propoſitio 7.

AEquales ad eandẽ,eandẽ habent rationẽ:& eadem,ad ęquales. 7

ORONTIVS. ℂSint binæ & inuicẽ ęquales magnitudines a/& b,ad aliam quandam magnitudinem relatę,vtpote c. Dico primùm,a/& b/ad eãdem c/eandem habere rationẽ. Aſſumantur enim ipſarum a/& b,æquè multiplices d/& e: ipſius autẽ c,alia vtcunq; multiplex f. Cùm igitur æquè multiplex ſit d/ipſius a,vt e/ ipſius b,& per hypotheſin a/& b/magnitudines ſint adinuicẽ æquales:erit & d/ęqualis ipſi e. quę enim eiuſdem vel æqualium ſunt æquè multiplicia,æqualia ſunt adinuicẽ,per ſextam communem ſententiam. Atqui f/magnitudo binas ipſius c/repræſentans æquè multiplices,ſibimet æqualis eſt. Vt ſe habet igitur d/ multiplex ad f, ita e/ad eandem f:nam quæ ſunt æqualia,eiuſdẽ ſunt æquè multiplicia, aut ſubmultiplicia, per ſextæ aut ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Eſt autẽ a/prima magnitudo,c/ſecũda,b/tertia, & c/rurſum in ordine quarta:ſúntq; d/& e/ipſarum a/& b/ęquè multiplicia,primæ inquàm & tertiæ magnitudinis : f/porrò bis repetita , ipſius c/bis repetendæ,hoc eſt,ſecundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex, Præoſtenſum eſt inſuper d/multiplex primæ ad f/multiplex ſecundæ ita ſe habere, vt e/multiplex tertiæ ad ipſum f/multiplex quartæ. Eſt igitur per ſexam huius quinti diffinitionem, vt a/ad c,ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/& b , ad eandem magnitudinem c,eandem habent rationem . ℂAio quoque,eandem magnitudinem c , ad a/& b/inuicem æquales magnitudines, eandem verſa vice obſeruare rationem . Hoc autem conuerſo licebit ordine concludere. Oſtendemus enim(veluti ſuprà)d/ & e/multiplices , fore rurſum inuicem æquales:& f/bis

Prima theorematis pars.



Pars ſecunda theorematis.

coaſſumpta, geminas æquè multiplices repræſentare non denegabitur. Et proinde d/ ad f/ita ſe habere concludetur, vt e/ad eandem f. hinc per aſſumptum, ſiue lemma quartæ propoſitionis huius quinti, f/ad d/ſe habebit, vt eadem f/ad e. Eſt autem f/ primæ & tertiæ magnitudinis, hoc eſt, ipſius c/bis repetendæ æquè multiplex: d/verò & e/ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum a/& b/æquè multiplices. Eſt igitur vt c/ad a, ſic eadem c/ad b, per eandem ſextam huius quinti diffinitionem. ¶ Idem quoq; à conuerſa ratione, per quartæ propo- *Idem aliter.* ſitionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui oſtenſum eſt a/ad c/eandem habere rationẽ, quam b/ad eandem c: & è cõtra igitur, vt c/ad a, ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales. Quod oportuit oſtendiſſe.

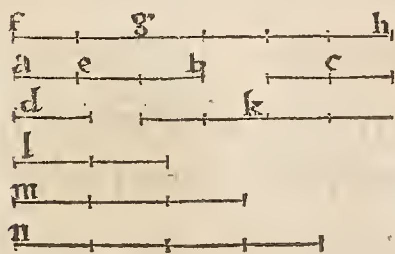
Θεώρημα η, Πρότασις η.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

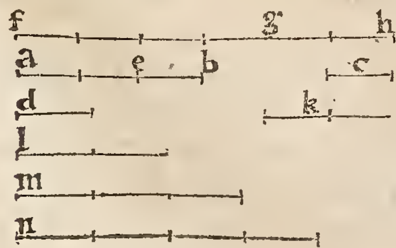
Theorema 8, Propoſitio 8.

8 Næqualium magnitudinũ maior ad eãdem, maiorẽ rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/quidem maior, & c/minor: d/autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ad d/maiorem rationem habet, quàm c/ad ipſam d. Cùm enim ex hypotheſi a/b/ſit maior magnitudine c: comprehendet itaque a/b/magnitudo eandem c, & aliquam inſuper magnitudinem. Sit igitur e/b, æqualis ipſi c, & a/e/reſidua eiuſdẽ magnitudinis pars. Erunt ergo a/e/& e/b/aut inæquales, aut *Primæ partis differẽtia prima.* æquales adinuicẽ. Sint primũ inæquales, & a/e/minor ipſa e/b. Suſcipiatur autẽ ipſius minoris a/e/vtcunque multiplex, maius tamen ipſa magnitudine d: ſítque illud f/g. Quàm multiplex inſuper eſt f/g/ipſius a/e: tam multiplex detur g/h/ipſius e/b, & k/ipſius c. Suſcipiatur rurſum duplum ipſius d, vtpote l: poſtea triplum, ſítque illud m. & deinceps ita, vno ſemper adiuncto: quatenus reſultet multiplex ipſius d, proximò maius ipſo g/h, id eſt, quod inter multiplicia ipſius d/per continuam ſimplicis additionem conſurgentia, primò incipiat excedere g/h: ſítq; illud n/ quadruplum ipſius d. Erit ergo g/h/multiplex, proximò minus *Demonſtratio eiuſdẽ primæ differentiæ.* ipſo n: & proinde non minus ipſo m: hoc eſt, aut illi æquale, aut eo maius. ¶ His ita conſtructis, quoniam æquè multiplex eſt f/g/ipſius a/e, vt g/h/ipſius e/b: quotuplex igitur eſt f/g/ipſius a/e, totuplex eſt f/h/ipſius a/b, per primam huius quinti. Sed quotuplex eſt f/g/ipſius a/e, totuplex eſt k/ ipſius c. Et f/h/igitur tam multiplex eſt ipſius a/b, quàm multiplex eſt k, ipſius c: nempe vt f/g/ipſius a/e. Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/h/ipſius e/b, vt k/ipſius c: & e/b/ipſi c/per conſtructionem eſt æqualis. quæ autem æqualium ſunt æquè multiplicia, ęqualia ſunt adinuicem, per ſextam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur g/h/ipſi k. Verùm g/h/ipſa m/ non eſt minor, vti nuper oſtenſum eſt: & f/g/data eſt maior ipſa d. tota igitur f/h, binis d/& m/erit maior. Sunt autem d/& m/ipſi n/æquales. eſt enim n/quadruplum ipſius d, & m/triplum, vnà cum ipſo d/efficiens quadruplum. Et f/h/igitur ipſo n/maius eſt: nam idem, æqualium eſt æquè maius. Porrò k/ipſi g/h/æqualis oſtenſa eſt: & k/ igitur minor eſt ipſa n. Atqui f/h/& k, ipſarum a/b/ & c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis ſunt æquè multiplicia: n/verò vtcunque multiplex ipſius d/ſecundam & quartam magnitudinem repræſentantis. & multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ.



Prima igitur a/b/ ad ſecundam d/maiorem rationem habet, quàm tertia c/ ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti. ¶ Quòd ſi a/ e/ fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipſa *Eiuſdẽ primæ partis differẽtia ſecunda.* e/b/minor, quatenus inſurgat multiplex maius ipſa d/magnitudine: ſítque illud g/h. Quàm multiplex inſuper eſt g/h/ ipſius e/b: tã multiplex accipiatur f/g/ipſius a/e, & k/rurſum ipſius c. Subſumatur præterea multiplex ipſius d, ꝓximò maius ipſo f/g: ſítq; rurſum n/quadruplũ ipſius d. Haud diſſimiliter oſtẽdemus,



totam f/h/ipſius a/b/fore totuplicẽ, quotuplex eſt g/h/ipſius e/b:& demum f/h/& k,ipſarum a/b/& c/æquè itidem fore multiplices. item g/h/æquari ipſi k. Et quoniam n/multiplex,proximo maius eſt f/g:non eſt igitur f/g,minus ipſo m. Atqui g/h/maius eſt ipſo d,per conſtructionem.totum igitur f/h,ipſis d/& m/maius eſt:& maius cõſequenter ipſo n.Porrò k/non excedit ipſum n:eſt enim k,ipſi g/h/æquale, quod tam multiplex eſt ipſius minoris e/b,quàm multiplex eſt f/g/ipſius maioris a/e. quæ autem inæqualium ſunt æquè multiplicia,ſunt reſpondenter inæqualia.Et k/igitur,minus eſt ipſo f/g : & ipſo n/propterea longè minus. Rurſum itaque multiplex primi excedit multiplex ſecundi:at multiplex tertij,non excedit multiplex quarti. Per ipſam igitur octauam huius quinti diffinitionem, primum a/b,ad ſecundum d/maiorem rationem habet,quàm tertium c/ad quartum d. ¶Porrò cùm a/e,fuerit æqualis ipſi e/b:vtraque erit æqualis ipſi c. Cuiuſlibet itaque ipſarum trium magnitudinum, ſumenda ſunt æquè multiplicia, ipſo d/maiora: f/g/quidem ipſius a/e, & g/h/ipſius e/b, & k/rurſum ipſius c. quæ per ſextam communem ſententiam,erunt adinuicem ęqualia.Item n/multiplex ipſius d, quod illorum quolibet proximò maius exiſtat:vtpote,triplũ ipſius d.Quibus conſtructis, oſtendentur rurſum f/h/& k,ipſarum a/b/& c/fore æquè multiplicia: & f/h/multiplex primæ magnitudinis,excedere ipſum n/multiplex ſecundæ:k/autem multiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ.Hinc priori deductione colligemus,a/b/ad d/maiorẽ habere rationẽ,quàm c/ad ipſam d. ¶Dico inſuper, quòd eadem magnitudo d,ad minorẽ c/maiorem rationem habet, q̃ ad maiorem a/b. Hoc autem ex ſupraſcripto diſcurſu, immutato magnitudinum & æquè multiplicium ordine, haud obſcurè colligemus.Cùm enim omnibus modis præoſtenſum ſit, f/h/excedere ipſum n,& k/ab eodem n/ſuperari:& conuerſim igitur,n/excedit k,non excedit autem f/h.Porrò n/eſt multiplex ipſius d,hoc eſt,primæ & tertiæ magnitudinis : k/autem multiplex ſecundæ,vtpote c,& f/h/æquè multiplex quartæ,ſcilicet a/b. Multiplex inſuper primæ,excedit multiplex ſecundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti,prima d/ad ſecundam c/ maiorem rationem habet,quàm tertia d/ad quartam a/b.Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet,quàm ad maiorem a/b.

Oſtenſionis reſolutio.

Tertia eiuſdẽ primæ partis differentia.



Pars ſecunda principalis theorematis.

Inæqualium igitur magnitudinum:&c.vt in theoremate.Quod oſtendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

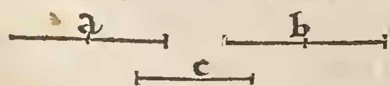
ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 9, Propoſitio 9.

QVæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem ſunt:& ad quas eadem eandem habet rationẽ,ipſę ſunt ęquales. 9

ORONTIVS. ¶Hic in vniuerſum oſtendendum proponitur, quod prima, ſexta,atque ſeptima communi ſententia, & illarum conuerſione, in rationem aſſumpſeramus principij.Vtpote quòd ea quæ eidẽ æqualia,vel eiuſdẽ ſunt æquè maiora,vel æquè minora:ſunt adinuicem æqualia,& è diuerſo. Sint ergo datæ magnitudines a/& b,ad eandem magnitudinem c/eandem rationem obtinentes. Aio quòd æqualis eſt a,ipſi b.Nam ſi a/& b/magnitudines,forent inæquales:maior ad eandem c/ maiorem rationem haberet, quàm minor, per primam partem antecedentis octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autem vtraque ipſarum a/& b/eandem rationem ad ipſam c,per hypotheſin. Haberent igitur a/& b,eandem,atque diuerſam rationem ad eandem c:quod eſt impoſſibile.Aequalis eſt itaque a, ipſi b. ¶Quòd ſi c/ad eaſdem a/& b/eandẽ habuerit rationẽ: dico rurſum,quòd a/& b/æquales ſunt adinuicem.Si enim forent inæquales : eadem c/ad ipſas a/& b/magnitudines eandem non haberet rationem,ad minorem enim maiorem rationem obtineret,quàm ad maiorem,per ſecundam partem eiuſdem octauæ propoſitionis.Supponitur autem, eadem c/ad ipſas a/& b/eandem habere rationem.Eadem itaque magnitudo c,ad ipſas a/& b/magnitudines,eandem ſimul atque diuerſam rationem haberet. Quod videtur abſurdum.Aequalis eſt igitur a/ipſi b. Quod ſuſceperamus oſtendendum. Idem quoque reſpondenter oſtendetur:vbi plures duabus ad eandem,vel eadem ad plures eandem rationem habuerint.

Primæ partis oſtenſio ab impoſſibili.



Pars ſecunda theorematis.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

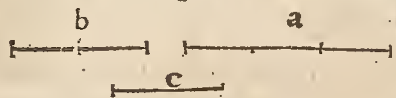
ΤΟν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι: πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theorema 10, *Propositio* 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor eſt.

ORONTIVS. ¶Sint rurſum a/& b/magnitudines ad eandem magnitudinem c/comparatæ: habeátque a/ad c/maiorem rationẽ, quàm b/ad eandem c. Dico quòd a, ipſa b/maior eſt. Quoniam ſi non fuerit maior: vel erit æqualis ipſi b, vel eadem minor. Aequalis porrò non eſt a/ipſi b: haberent enim a/& b/eandem rationem ad c/magnitudinem, per primam partem ſeptimæ propoſitionis huius quinti, quod aduerſatur hypotheſi. Non eſt igitur a, æqualis ipſi b. Haud diſſimiliter oſtendetur, quòd neq; minor eſt a/ipſa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationẽ haberet ad c/magnitudinem, quàm ipſa b/ad eandem c, per primam partam octauæ propoſitionis eiuſdem quinti. habet autem a/maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/per hypotheſin. Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem, quàm b/ad ipſam c. Quod non eſt poſſibile. Itaque a/non eſt minor b: neque eidem (vti nunc oſtendimus) æqualis. Et a/igitur, ipſa b/maior eſt. ¶Quòd ſi eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/quàm ad a: dico rurſum, a/fore maiorem ipſa b. Non erit enim a/ipſi b/æqualis: quoniam c/ad a, eandem rationem haberet quam ad b/per ſecundam partem pręallegatæ ſeptimæ propoſitionis. Habet autem c, minorem rationem ad a, quàm ad b, ex hypotheſi. quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt igitur a, ipſi b/æqualis. Neque etiam minor: tunc enim c/ad ipſam a/maiorem rationem haberet, quàm ad b, per ſecundam partem ipſius octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autem c/minorem rationem ad a, quàm ad b, ex ipſa hypotheſi. Haberet itaque c/minorem ſimul atque maiorem rationem ad a, quàm ad b. quod videtur impoſſibile. Igitur a/non eſt minor ipſa b. oſtenſum eſt, quòd nec eidem æqualis. Maior eſt itaque rurſum a/ipſa b. Ad eandem ergo rationem habentium: & quæ ſequuntur reliqua. Quuod oportuit demonſtraſſe.

Prima theorematis pars.



Partis ſecũdæ demonſtratio.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ια.

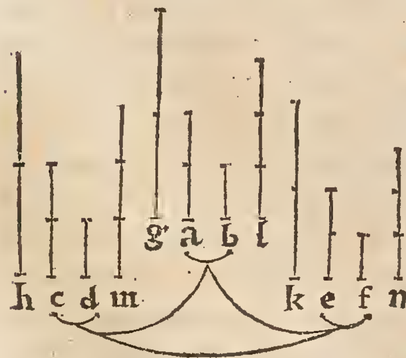
ΟΙ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, *Propoſitio* 11.

11 QVæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem.

ORONTIVS. ¶Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c/ad d, & e/ad f. Aio quòd rationes c/ad d/& e/ad f, ſunt eædem adinuicem: ſicut quidem c/ad d, ſic e/ad f. Accipiantur enim ipſarum antecedentium a, c, e, æquè multiplicia g, h, k: ipſarum autem conſequentium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm igitur ex hypotheſi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipſarum a/& c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſint ęquè multiplicia g, h, ſecundę rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m: & æquè multiplicia igitur g, h, ad æquè multiplicia l, m, eandem habent rationem ſumpta adinuicem, per quartam huius quinti. Itaque ſi g/excedit l, & h/proportionaliter excedit m: & ſi æquale, æquale: ſi autem minus, itidem proportionaliter minus. Inſuper quoniam per ipſam hypotheſin, ſicut a/ad b, ita e/ad f: & ipſarum a/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſunt æquè multiplicia g/k, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& f, alia vtcunque æquè multiplicia l/n. Si itaque g/excedit l, & k/proportionaliter excedit n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus, per eandem quartam huius quinti propoſitionem. Atqui præoſtenſum eſt, quòd ſi g/excedit l, excedit & h/ipſum m: etſi æquale, æquale: ſi autem minus, & h/proportionaliter minus eſt ipſo m. Quapropter ſi h/excedit m, excedit & k/proportionaliter ipſum n: & ſi h/æquatur ipſi m, coæquatur &

Diſcurſus æquè multiplicium.



Reſolutio demõſtrationis.

k/ipsi n:& si minus fuerit h/ ipso m , & k/demum proportionaliter minus est ipso n.Porrò h/& k/ipsarum c/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data sunt æquè multiplicia: ipsarum autem d/ & f , hoc est secundæ & quartæ,alia vtcunque æquè multiplicia m/& n. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem,sicut c/ad d,ita e/ad f. Quæ eidem itaque sunt eædem rationes,& adinuicem sunt eædem.Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

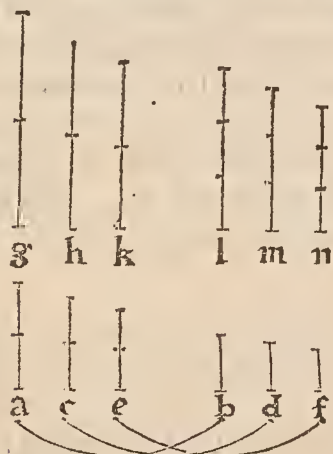
Theorema 12, Propositio 12.



SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. 12

ORONTIVS. ¶Quod in prima huius quinti propositione,de ratione tãtùm præostensum est multiplici: hic de sub quacũq; ratione proportionatis magnitudinibus,vniuersaliter proponit Euclides. Sint itaq; a,b,c,d,e,f/quotlibet magnitudines inuicem proportionales: sicut quidẽ a/ad b,ita c/ad d,sicútq; c/ad d,sic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b,eam habẽt & compositæ a/c/e,ad cõiunctas b/d/f.Suscipiãtur enim ipsarum antecedentium a/c/e,æquè multiplicia g,h,k:& ipsarum cõsequentium b,d,f,alia quæuis æquè multiplicia l,m,n.Cùm sit igitur vt a/ad b,sic c/ad d , & ipsarum a/& c/æquè multiplicia sunt g, h,ipsarũ verò b , d , alia itidem æquè multiplicia l,m : sicut se habet igitur g/ad l,sic h/ad ipsum m , per quartam huius quinti . Rursum quoniam est vt c/ad d , sic e/ad f,& ipsarum c/& e/æquè multiplicia sunt h , k , ipsarum autem d/f,alia vtcunq; æquè multiplicia m,n: sicut se habet igitur h/ multiplex ad ipsum m , sic k/ad ipsum n,per eandẽ quartam ipsius quinti.Vt autẽ se habet h/ad m,sic g/ad l/se habere præostensum est. Est igitur vt g/ad l,sic k/ad n,per antecedẽtem vndecimam propositionem.Sunt itaq; g,h, k,& l,m,n,multiplicia inuicẽ proportionalia : sicut quidẽ g/ad l,sic h/ad m,& k ad n . Igitur si g/multiplex excedit l,excedit & h/proportionaliter ipsum m,necnõ & k/ipsum n:& si g/ęquatur ipsi l,æquum est & h/ipsi m, & k /respondenter ipsi n:si autem g/minus fuerit ipso l,est & h/proportionaliter minus ipso m,& k/demũ ipso n.Et proinde si g/multiplex excedit l,excedunt & g ,h,k/multiplicia proportionaliter ipsa l , m , n : & si æquũ est g/ipsi l,æqualia sunt & g , h , k / ipsis l,m,n:si autem g/sit minus ipso l,erunt & eadem g,h,k,eisdẽ l,m,n , tandem æquè minora, per secũdam & quartam cõmunem sentẽtiam . Atqui g,h,k/magnitudines, ipsarum a,c,e/magnitudinum sunt per cõstructionem singulæ singularum æquè multiplices: quotuplex igitur est vnius vna magnitudo, hoc est g/ ipsius a,totuplices sunt & omnes g/h/k, omniũ a/c/e, per primam eiusdem quinti. Et proinde quotuplex est l/ipsius b,totuplices sunt l/m/n/ipsarum b/d/f.Sunt itaq; g/& g/h/k, ipsarũ a/& a/c/e,hoc est,primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia:l/autem / & l/m/n/secundæ b/& tertiæ b/d/f,æquè itidem multiplicia . Et ostensum est , quòd si g/multiplex excedit l,excedit & g/h/k/proportionaliter ipsum l/m/n:etsi æquale,æquale:si verò minus,itidẽ proportionaliter minus.Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut a/ad b,sic a/c/e/composita ad b/d/f/compositam:hoc est,sicut vna antecedentium ad vnam consequentium,sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Quod demonstrandum susceperamus. In quorum omnium rationalem confirmationem, subiectam contemplare numerorum formulam.

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarũ magnitudinũ, subtilis adinuentio.



g.	l.	g,h,k.	l,m,n.
a.	b.	a,c,e.	b,d,f.
prima.	secunda.	tertia.	quarta.

Sũmaria theorematis ostensio.

	Dupli.			sesqualteri.			superbipartientes.			dupli sesqualteri.			dupli supbipartiẽtes	
Multiplices.	2	1	superparticulares.	3	2	superpartientes.	5	3	multiplices superpartic.	5	2	multiplices superpartie.	8	3
	4	2		6	4		10	6		10	4		16	6
	6	3		9	6		15	9		15	6		24	9
Cõpo.	12	6	Cõpositi.	18	12	Cõpositi.	30	18	Compositi.	30	12	Compositi.	48	18

Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

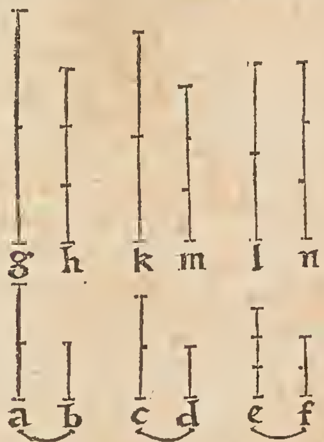
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propositio 13.

13 I prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam: prima quoque ad ſecũdam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam.

ORONTIVS. ¶Habeat enim prima magnitudo a/ad ſecũdam b/eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipſa porrò tertia c/ ad eãdem quartam d/maiorẽ rationem habeat, quàm e/quinta ad f/ſextam magnitudinem. Aio quòd & a/ prima magnitudo ad ſecundam b/maiorem itidem rationẽ habebit, quàm ipſa e/quinta ad eãdem ſextam f. Multiplicetur enim vtraque ipſarum a, b: ſíntque earundem a, b, vtcunque multiplicia g, h, ſed g/maius ipſo h. poteſt enim a/toties multiplicari, quouſque multiplex ipſius a/ſuperet multiplex eiuſdem b. Quàm multiplex inſuper eſt g/ipſius a, tam multiplex detur k/ipſius c, & l/ipſius e. Rurſum quàm multiplex eſt h/ipſius b, tam multiplex eſto m/ipſius d, & n/ipſius f. Cùm igitur a/ad b/eãdem rationẽ habeat, quam c/ad d, ſíntque g/& k/ primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/autẽ & m/ſecũdæ & quartæ æquè itidem multiplicia: ſi g/ itaq; excedit h, excedit & k/ipſum m, per quartam huius quinti. Atqui g/ſuperat h, per cõſtructionẽ: & k/igitur ſuperat m. Rurſum quoniam c/ad d/ maiorem rationem habet, quàm e/ad f, & ipſarum c/& e/primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia ſunt k, l, ſecũdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſi k/igitur excedit m, nõ excedit l/ipſum n, per cõuerſionem octauę diffinitionis eiuſdẽ quinti. Porrò k (vti nunc oſtenſum eſt) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autẽ & g/ ipſum h, ſíntq; g/& l/ipſarũ a/& e, hoc eſt, primæ & tertię magnitudinis æquè multiplicia, per cõſtructionẽ: h/rurſum & n/ipſarũ b/& f, vtpote ſecũdæ & quartę alia vtcunq; æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex ſecũdæ, l/autẽ multiplex tertiæ nõ excedit n/multiplex quartæ. Prima igitur a/ad ſecundã b, maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauã huius quinti diffinitionem. Ergo ſi prima ad ſecundã eandẽ rationẽ habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Diſcurſus multiplicium ad theorematis illationẽ nos perducẽtium.



Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις ιδ.

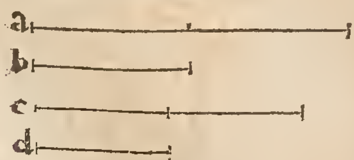
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσαι: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14, Propoſitio 14.

14 I prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: prima verò tertia maior fuerit, & ſecũda quarta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d/inuicẽ proportionales: ſicut quidem a/ad b, ita c/ad d. ſit autem primùm, a/ maior ipſa c: dico quòd & b, ipſa d/reſpondenter eſt maior. Cùm enim ex hypotheſi a/ſit maior c: habebit igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per octauã huius quinti. Eſt autem ratio a/ad b/eadem, quæ c/ad d, per hypotheſin: & c/ igitur ad d/maiorem rationem habet, quàm eadem c/ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor eſt, per ſecundam partem decimæ propoſitionis ipſius quinti. Minor eſt itaq; d, ipſa b: & b/propterea ipſa d/maior. ¶Quòd ſi a/fuerit minor c: erit & b/minor ipſa d/magnitudine. Rurſum enim per eandem octauam huius quinti, c/maior, ad ipſam b/maiorem rationem habebit, quam a/minor ad eandem b.

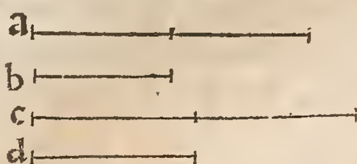
Quando prima maior eſt tertia.



Quando prima minor eſt tertia.

Quam rationem porrò habet a/ad b,eam ſeruat ex hypotheſi c/ad d . Et c/igitur ad b/maiorem ratione habet, quàm ad d. Eſt igitur b/minor ipſa d,per ipſam decimam eiuſdem quinti. ¶Porrò ſi a/fuerit æqualis ipſi b:haud diſſimiliter oſtẽdemus , b/fore æqualem ipſi d. Aequales enim a/& c/ad eandem b/eandem rationem habebunt,per ſeptimam huius quinti. Sed quam rationem hábet a/ad b, eam rurſum habet c/ad d,per hypotheſin . Et c/igitur ad vtranque b/& d,eandem obſeruabit rationem. Ad quas autem eadem eandem habet rationem, ipſæ ſunt ęquales,per nonã ipſius quinti propoſitionẽ. Aequalis erit igitur b/ipſi d. Si prima igitur ad ſecũdã eandẽ habuerit rationẽ:& quę ſequũtur reliqua. Quod demõſtrare oportebat.

Vbi prima æquatur tertiæ



Θεώρημα ιε, Πρόθεσις ιε.

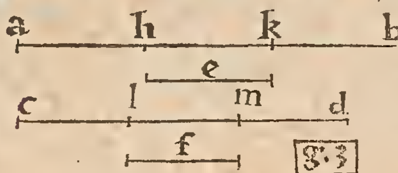
ΤΑ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Pheorema 15, Propoſitio, 15.



Artes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d,ipſarum e/& f/æquè multiplices. Aio partem e/ad partẽ f/eandem rationẽ habere,quam a/b/multiplex ad c/d/multiplicẽ. Cùm enim a/b/ æquè multiplex ſit ipſius e,vt c/d/ipſius f:quot igitur partes ſunt in a/b/ æquales ipſi e,tot ſunt & in c/d/æquales ipſi f. Sint exẽpli gratia iuxta numerũ g: & diſtingatur a/b/in partes æquales ipſi e, ſintq; a/h,h/k, & k/b: necnon & c/d/in partes æquales ipſi f,vtpote in c/m,m/l,& l/d. Erit itaq; multitudo ipſarũ a/h, h/k,& k/b,multitudini c/m,m/l,& l/d/æqualis:vtraque enim æqualis ipſi numero g. Rurſum quoniã a/h,h/k, & k/b/eidem e/ſunt æquales : ſunt igitur æquales adinuicem , per primam communem ſententiam. & proinde c/m, & m/l,l/d,ſunt quoque adinuicem æquales . Aequales porrò ad eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per ſeptimam huius quinti . Eſt igitur vt a/h / ad c/l , ſic h/k/ad l/m,& k/b/ad m/d. Proportionales igitur ſunt ipſæ a/h,h/k,& k/b,ipſis c/l,& l/m, m/d. Et ſicut igitur vna antecedentium ad vnam conſequentium , ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes , per duodecimam ipſius quinti . Ergo ſicut a/h/ad c/ l , ſic tota a/b/ad totam c/d. æqualis porrò eſt a/h/ipſi e,& c/m/ipſi f: & æquales ad eaſdẽ,eãdem habent rationem,per ipſam huius quinti ſeptimam. Et ſicut igitur a/b/multiplex,ad c/d/ multiplicem:ſic pars e,ad partem f. Partes itaque eodem modo multiplicium , eandem rationem habent ſumptæ adinuicem. Quod oſtendendum fuerat.



Θεώρημα ις, Πρόθεσις ις.

ἘΑν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 16, Propoſitio 16.



I quatuor magnitudines proportionales fuerint : & permutatim proportionales erunt. 16

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a,b,c,d , inuicem proportionales:ſicut a/ad b,ſic c/ad d. Dico quòd & viciſſim,hoc eſt,permutatim proportionales exiſtunt:ſicut quidem a/ad c,ſic b/ad d. Accipiantur enim ipſarum a,b, æquè multiplices e, f: ipſarum quoque c , d , aliæ vtcunq; æquè multiplices g,h . Cùm igitur æquè multiplex ſit e/ipſius a,vt f/ipſius b:erit vt a/ad b,ſic e/ad f:nam partes eodem modo multiplicium,eãdem rationem habent ſumptæ adinuicem, per antecedẽtem decimamquintam propoſitionem . Vt autem a/ad b,ſic ſe habet c/ad d,per hypotheſin. Et ſicut igitur e/ad f,ſic c/ad d:nam quæ eidem ſunt eædẽ rationes , & adinuicem ſunt eædem , per vndecimam huius quinti . Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/ipſius c, vt h/ipſius d:erit rurſum vt c/ad d,ſic g/ad h,per eandem quindecimam huius quinti. Sicut porrò c/ad d, ſic e/ad f/ſe habere præoſtenſum eſt : & ſicut igitur e/ad f,ſic g/ad h,per ipſam vndecimam ipſius quinti. Quatuor itaq; magnitudines e,f,g,h,

Permutatæ ſeu reciprocæ rationis demonſtratio.



sunt inuicem proportionales: habétque prima e/ad secundam f/eam rationem, quam tertia g/ad quartam h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g: & secunda f, ipsa h/quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor, per decimamquartam eiusdem quinti. Atqui e/& f, ipsarũ a/& b, hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) sunt æquè multiplices: g/autem & h, secũdæ & quartæ, vtpote ipsarum c/& d/æquè rursum multiplices. Est igitur per sextã huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad secũdam c, sic tertia b/ad quartam d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim seu vicissim proportionales erunt. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιζ.

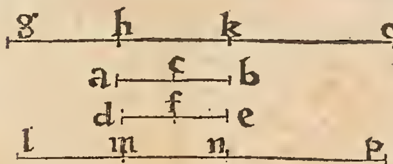
Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17, Propositio 17.

17 I cõpositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint compositæ magnitudines a/b, b/c, d/e, & e/f, inuicem proportionales: sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Aio quòd & diuisæ proportionales erunt: sicut quidem a/c/ad c/b, sic d/f/ad f/e. Accipiãtur enim ipsarum a/c, c/b, d/f, & f/e, æquè multiplices g/h, h/k, l/m, & m/n: ipsarum rursum b/c, e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o, & n/p. His ita cõstructis, quoniã g/h/& h/k/ magnitudines, ipsarũ a/c/ & c/b/magnitudinũ æqualiũ numero singulæ singularum, per cõstructionem, sunt æquè multiplices: quotuplex igitur est vna g/h/vnius a/c, totuplex est & tota g/k/totius a/b, per primam huius quinti. Quotuplex autem est g/h/ipsius a/c, totuplex est l/m, ipsius d/f, per constructionem: quàm multiplex est igitur g/k/ipsius a/b, tam multiplex est l/m/ipsius d/f, per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam l/m/& m/n, ipsarum d/f/& f/e/æqualium numero singulæ singularum æquè sunt multiplices, per ipsam cõstructionem: quotuplex igitur est vna l/m/vnius d/f, totuplex est tota l/n/totius d/e, per eandem primam huius quinti. Quotuplex autem est l/m/ipsius d/f, totuplicem ostendimus g/k/ipsius a/b: quotuplex est igitur g/k/ipsius a/b, totuplex est l/n/ipsius d/e, per ipsam vndecimam eiusdem quinti. Sunt itaq; g/k/& l/n, ipsarũ a/b/& d/e/ æquè multiplices. Item quoniam æquè multiplex est h/k/ipsius b/c, vt m/n/ipsius e/f: quinta rursum k/o, eiusdem b/c/æquè multiplex est, vt sexta n/p/eiusdem e/f. Et cõposita igitur h/o, eiusdẽ b/c/æquè erit multiplex, ac tota m/p/eiusdem e/f, per secundam huius quinti. Et proinde h/o/& m/p, ipsarum b/c/& e/f/sunt æquè multiplices. Insuper quoniam ex hypohesi, sicut a/b, ad b/c, sic d/e/ad e/f: & ipsarum a/b/& d/e, primæ inquàm & tertiæ, æquè multiplices sunt g/k/& l/n: ipsarũ rursum b/c/& e/f, hoc est secundæ & quartæ, æquè itidem multiplices h/o/& m/p. Est igitur vt g/k/ad h/o, sic l/n/ad m/p, per quartam huius quinti. Auferantur vtrisque cõmunes h/k, & m/n: vt reliqua igitur g/h/ ad reliquam k/o, sic l/m/reliqua ad reliquã n/p, per tertiam & quintam cõmunem sententiam. Si enim ab æquè multiplicibus, æquè multiplicia auferantur: relinquentur æquè multiplicia. Igitur si g/h/excedit k/o, excedit & l/m/proportionaliter ipsam n/p: etsi æqualis, æqualis: si autem minor, itidem proportionaliter minor. Atqui g/h/& l/m, primæ & tertiæ magnitudinis (iuxta ordinem illationis) hoc est, ipsarum a/c/ & d/f/datæ sunt æquè multiplices: k/o/verò & n/p, ipsarum c/b/& f/e, secundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices. Prima igitur a/c, ad secundam c/b/ eam rationem habet: quam tertia d/f, ad quartam f/e, per sextam huius quinti diffinitionẽ. Si compositæ itaq; magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quoq; proportionales erũt. Quod susceperamus ostendendum.

Diuisa ratio, siue modus arguendi à compositis ad diuisa.



g/.k	g/h.	l/m.
a/b.	a/c.	d/f.

g/k.	l/m.	l/n.
a/b.	d/f.	d/e.

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/f.

g/h.	k/o.	l/m.	n/p.
a/c.	c/b.	d/f.	f/e.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις ιη.

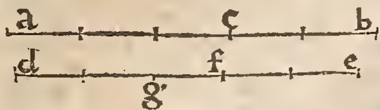
Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 18, Propositio 18,

18 I diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoque proportionales erunt.

Composita ratio, siue arguẽdi modus à diuisis ad coniuncta.

ORONTIVS. ¶ Sint diuisæ magnitudines a/c, c/b, d/f, & f/e, inuicem proportionales: sicut a/c/ad c/b, sic d/f/ad f/e. Aio quòd & compositæ, erunt versa vice proportionales: sicut quidem a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Sicut enim a/b/ad b/c, sic d/e/ad aliam quandam magnitudinem se habere necessum est. Hæc autem magnitudo, si nõ fuerit e/f: erit vel ipsa e/f/maior, aut eadem minor. Esto primum a/b/ad b/c, sicut d/e/ ad maiorem (si possibile fuerit) ipsa e/f: vtpote ad e/g. Erit igitur sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/g. Si compositę autem magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt, per antecedentem decimamseptimam propositionem. Erit itaque sicut a/c/ad c/b, sic d/g/ad g/e. Sicut porrò a/c/ad c/b, sic per hypothesin d/f/ad f/e. Ergo sicut d/f/ad f/e, sic d/g/ad g/e: nam quæ eidem sunt eædem rationes, adinuicem sunt eædem, per vndecimam huius quinti. Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e, d/g, atque g/e, sunt inuicem proportionales, & prima d/f, maior est tertia d/g: & secunda igitur f/e, maior erit quarta g, e, per decimamquartam eiusdem quinti. Atqui f/e, minor est ipsa g/e, per hypothesin. Erit itaq; f/e, minor simul & maior eadẽ g/e/ magnitudine. quod est impossibile. Nõ est igitur sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad maiorẽ ipsa e/f.

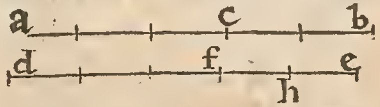


Prima ostensionis differentia.

d/f.	a/c.	d/g.
f/e.	c/b.	g/e.

¶ Aio rursum, quòd neq; ad minorem ipsa e/f: vtpote e/h. Concludemus enim iterum ex decimaseptima & vndecima huius quinti, fore sicut d/f/ad f/e, sic d/h, ad h/e: vtrobique enim sicut a/c/ad c/b. Et quoniam prima d/f, minor est tertia d/h: erit rursum per ipsam decimamquartam eiusdem quinti, secunda f/e, minor quarta h/e. Supponitur autem maior: quæ simul stare non possunt. Non est ergo sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ ad minorem e/f. patuit quòd neque ad maiorem. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic d/e/ad ipsam e/f. Itaq; si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoque proportionales erunt. Quod ostendere fuerat operæpretium.

secunda pars siue differentia.



d/f.	a/c.	d/h.
f/e	c/b.	h/e.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

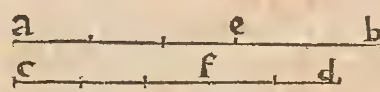
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσαι, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

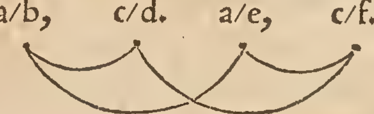
Theorema 19, Propositio 19.



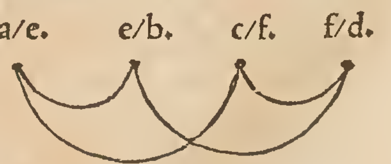
SI fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum. 19

ORONTIVS. ¶ Quòd quinta huius, de ratione multipli tantùm proposuisse videtur: hæc de quibuscunque rationibus in vniuersum proponit. Sit igitur vt totum a/b/ad totum c/d, sic ablatum a/e/ad ablatum c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquum f/d, fore sicut idem totum a/b/ad idem totum c/d. Cùm enim sit velut a/b/ ad c/d, sic a/e/ad c/f, per hypothesin: erit per decimamsextam huius quinti, & permutatim sicut a/b/composita ad a/e, sic c/d/ composita ad c/f.





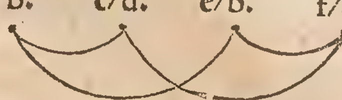
Cùm autem compositæ magnitudines proportionales sunt, & diuisæ quoque sunt proportionales, per decimãseptimam huius quinti propositionem. Et sicut igitur a/e/ ad e/ b, sic c/f/ad f/d: & permutatim rursum, per eandem decimamsextam huius quinti, sicut a/e/ablata/ ad ablatam c/f, sic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ad ablatam c/f, sic totum a/b/ad totum c/d, per hypothesin. Reliquum igitur e/b/ad reliquum f/d, se habet vt totum a/b/ad totum c/d, per vndecimã eiusdẽ quinti. Si fuerit ergo sicut totũ ad totum: &c. vt in theoremate. Quod expediebat demõstrare.





¶ *Lemma siue assumptum.*

¶ Et quoniam erat ex hypothesi, vt a/b/ad c/d, sic a/e/ad c/f: & permutatim deinde vt a/b/ ad a/e, sic c/d/ad c/f. Nunc porrò ostensum est, quòd sicut a/b/ ad c/d, sic e/b/ad f/d. Et permutatim itaque rursum, vt a/b/ad e/b, sic c/ d/ ad f/ d, per sæpius allegatam decimamsextam



huius quinti. Fit igitur, vt ſicut a/b/ad a/e, ſic c/d/ad e/f: atque rurſum velut idem a/b/ad e/b, ſic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Et proinde conuerſio rationis, hoc eſt, acceptio antecedentis ad exceſſum quo antecedẽs ipſum excedit conſequens, fit manifeſta. *Conuerſio rationis.*

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 20, Propoſitio 20.

20 SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ, & in eadem ratione: ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor.

ORONTIVS. Sint tres magnitudines a, b, c, & rurſum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione: vtpote, ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicut item b/ad c, ſic e/ad f. Aio quòd ſi a/fuerit maior ipſa c, erit ex æquali d/maior ipſa f: etſi æqualis, æqualis: ſi autem minor, itidem minor. *Aequã ratione reſpicie͞tia in ordinatis.* Sit primùm a, maior ipſa c. Et quoniam eſt ſicut b/ad c, ſic e/ad f: erit & à conuerſa ratione, ſicut c/ad b, ſic f/ad e, per corollarium quartæ huius quinti. *Prima differẽtia.* verùm c/ minor eſt a, per hypotheſim, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ ad b, ſic f/ ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationẽ habet, quàm f/ad e. Sicut rurſum a/ad b, ſic d/ad e, per hypotheſin: & d/igitur ad e/maiorem rationem habet, quàm f/ad ipſam e. Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens illa maior eſt, per decimam ipſius quinti. Et d/igitur, ipſa f/maior eſt. Quòd ſi a/ſit æqualis ipſi c: erit & d/æqualis ipſi f. *ſecunda differentia.* habebunt enim a/& c/ ad eandem b/eandem rationem, per primam partẽ ſeptimæ huius quinti. Et quoniam eſt ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicútq; c/ad b, ſic f/ad ipſam e: habebũt quoque d/& f/eandem rationem ad ipſam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem ſunt, per primam partem nonæ ipſius quinti. Aequalis eſt igitur d, ipſi f. Haud diſſimiliter oſtendetur/quòd ſi a/fuerit minor ipſa c: erit conſequenter d/minor ipſa f. *Tertia differentia.* Tunc enim c/ad b/maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipſam b, per eandem octauam huius quinti. Eſt autem vt a/ad b, ſic d/ad e, per hypotheſin: ſicútque c/ad b, ſic f/ad e/ſe habere præoſtenſum eſt. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipſam e. Hinc rurſum per primam partem decimæ eiuſdem quinti, f/ipſa d/maior erit: & d/propterea ipſa f/minor. Itaque ſi fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demonſtraſſe.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21, Propoſitio 21.

21 SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earũ proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor.

ORONTIVS. Sint tres magnitudines a, b, c, & rurſum aliæ tres d, e, f, cum duabus perturbatim in eadem ratione coaſſumptis: vtpote, ſicut a/ad b, ſic e/ad f: ſicútq; b/ad c, ſic d/ad e. Dico quòd ſi a/fuerit maior c, erit ex æquali d/maior f: etſi æqualis, æqualis: etſi *Aequã ratione reſpicie͞tia in p̄turbatis.*

Quando prima maior est tertia.

minor, minor. Sit primùm a/maior c: iam recipio probandũ, quòd d/sit maior f. Et quoniam est sicut b/ad c, sic d/ad e, per hypothesin: erit à conuersa ratione, vt c/ad b, sic e/ad d, per quartæ huius quinti corollarium. Rursum quoniam a/maior est c, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorẽ rationem, quàm c/ad eandẽ b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò a/ad b/sic ex hypothesi e/ad f: sicútque c/ad b, sic e/ad d (vti nunc ostensum est). & e/propterea ad f/maiorẽ rationẽ habet, quàm ad d. Ad quam autem eadem magnitudo maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimę ipsius quinti. Est igitur f/ipsa d/minor: & d/propterea maior f.



Vbi prima æquatur tertiæ.

¶Haud dissimiliter si a/fuerit æqualis ipsi c: ostendetur & d/æqualis ipsi f. Nam a/& c, ad eandem b/ eandem rationem habebunt: per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b, sic e/ ad f, sicútq; c/ad b, sic e/ad d: & e/igitur ad vtranq; d/& f/eandem rationẽ habebit. Ad quas autem eadem eandem habet rationẽ, ipsæ sunt æquales: per secundã partẽ nonæ ipsius quinti. Aequalis erit igitur d, ipsi f.

Quando prima minor est tertia.

¶Item si a/fuerit minor c: dico tandẽ, quòd & d/minor erit f. Tunc enim c/ad b/maiorem rationem habebit, quàm a/ad eandem b: per eandem octauam huius quinti. Et cùm sit velut c/ad b, sic e/ad d, sicútq; a/ad b, sic e/ad f (veluti suprà deductum est) habebit consequẽter e/ad d/maiorem rationem, quàm e/ad f. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ eiusdem quinti. Est itaq; d/ipsa f/minor. Ergo si fuerint tres magnitudines: &c. vt in theoaemate. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

ΕΑν ᾖ ὁποσοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσαι.

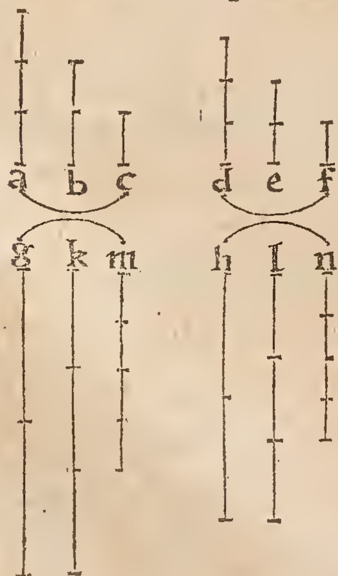
Theorema 22, Propositio 22.



SI fuerint quælibet magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadẽ ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

Aequa ratio in ordinatis.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia tres magnitudines a, b, c, & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: vtpote, sicut a, ad b, sic d/ad e, sicut autem b/ad c, sic e/ad f. Dico quòd extremæ vtriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidem a/ad c, sic d/ad f. Accipiantur enim ipsarum a, d, æquè multiplices g, h: ipsarum verò b, e, aliæ itidem æquè multiplices k, l: ipsarũ deniq; c, f, vtcunque etiam multiplices m, n. Cùm sit igitur vt a/ad b, sic d/ad e: & ipsarũ a, d, hoc est primæ & tertiæ, æquè multiplices sint g, h: secundæ autem & quartæ, vtpote ipsarũ b/e, aliæ itidem æquè multiplices k, l. Est igitur sicut g, multiplex ad k/multiplicem, sic h/ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt k/ad m, sic l/ad n: est enim ex hypothesi, vt b/ad c, sic e/ad f, & ipsarum b, e, æquè multiplices k, l: ipsarum autem c, f, æquè rursum multiplices m, n, per cõstructionem. Sunt ergo g, k, m, tres magnitudines, & h, l, n, aliæ eisdem numero æquales, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: sicut quidẽ g/ad k, sic h/ad l, sicútq; k/ad m, sic l/ad n. Si g/itaque fuerit maior ipsa m, & ex æquali h/ipsa n/maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor, per huius quinti vigesimam. Atqui g, h, ipsarum a, d, hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (quoad illationis ordinem) datæ sunt æquè multiplices: m, n/autem secundæ & quartæ, vtpote ipsarum c, f/æquè itidẽ multiplices. Est igitur per sextam huiusce quinti diffinitionem, vt prima a/ad secundam c: sic d/ tertia, ad quartam f.



Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ exstiterint ordine.

¶Idem quoque licebit ostendere, vbi plures tribus in vtroque magnitudinum extiterint ordine. Vtpote si fuerint quatuor a, b, c, d, & aliæ quatuor e, f, g, h: similiter ostẽdemus cum tribus primis magnitudinibus a, b, c, & e, f, g, fore velut a/ad c, sic e/ad g. Et rursum cum tribus succedentibus

(secunda vtrobique prætermissa, & coassumpta quarta) vtpote a,c,d, & e,g,h: concludemus veluti suprà, fore vt a/ad d, sic e, ad h. Et deinceps quantumlibet, pro vtriusque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum proposueramus.

a,b,c,d. e,f,g,h.

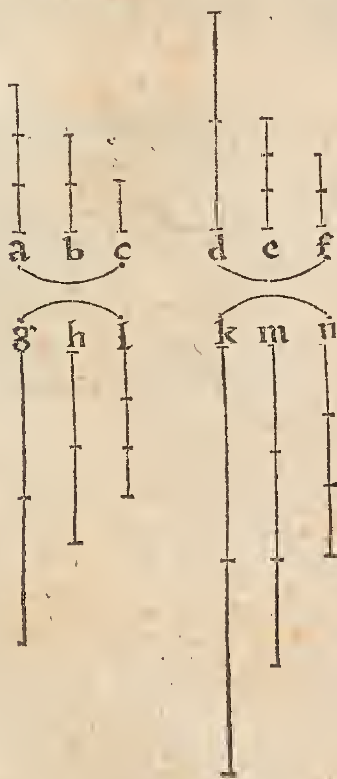
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κγ.


Αν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 23, Propositio 23.

23 SI fuerint tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. Sint tres magnitudines a,b,c, & aliæ eisdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem a/ ad b, sic e/ ad f, sicútque b/ ad c, sic d/ ad e. Aio fore ex æqua ratione, sicut a, ad c: sic d, ad f. Assumantur enim ipsarum a, b, d, æquè multiplices g,h,k: ipsarum porrò c/e/f, aliæ itidē æquè multiplices, l,m,n. Cùm ergo g, h, ipsarum a, b, sint per constructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multiplicium eandem habeant rationem sumptæ adinuicem, per quindecimam huius quinti: est igitur vt a/ad b, sic g/ad h. Sicut autem a ad b, sic e/ad f, per hypothesin: & sicut igitur g/ad h, sic e/ad f, per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam m,n, ipsarum e,f, sunt æquè multiplices: erit rursum per eandem quindecimam huius quinti, vt e/ad f, sic m/ad n. Sicut porrò e/ad f, sic g/ad h/ se habere monstratum est: & sicut itaq; g/ad h, sic m/ ad n, per ipsam vndecimam eiusdem quinti, Insuper quoniam est sicut b/ad c, sic d/ad e, per hypothesin: & ipsarum b,d, sumptæ sunt æquè multiplices h,k: ipsarum verò c,e, aliæ itidem æquè multiplices l,m. Est igitur vt h/multiplex, ad l/multiplicem, sic k/ ad m, per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem quòd sicut g/ad h, sic m/ad n. Sunt itaq; g,h,l, tres magnitudines, & k,m,n, aliæ eisdē æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem g/ad h, sic m/ad n, sicut rursum h/ad l, sic k/ad m. Ergo si g, fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimamprimā huius quinti. Porrò g,k, sunt æquè multiplices ipsarum a,d, primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l/autem & n, secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c,f, æquè rursum multiplices, per constructionem. Est igitur vt prima a/ad secundam c, sic tertia d, ad quartam f: per sextam eiusdem quinti diffinitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæque eisdem æquales: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse. *Aequa ratio in perturbatis.*



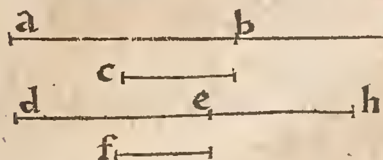
Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.


Αν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24, Propositio 24.

24 SI primum ad secundum eandē habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secūdum eandem rationem & sextum ad quartū: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

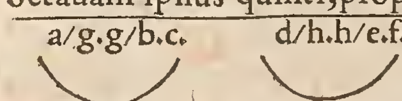
ORONTIVS. ¶Quòd secunda huius quinti, de ratione tantùm proposuit multiplici: hæc indifferenter ad omnem rationum sese extendit similitudinem. Habeat itaq; primùm a/b, ad secũdum c/ eandem rationem, quam tertium d/e, ad quartum f: quintum rursus b/g/ ad secundum c, eandem quoque rationem habeat, quam sextum e/h, ad ipsum f/ quartum.



Aio, quòd & composita primum & quintum a/ g, eandem rationem habebunt ad idem secũdum c: quam tertium & sextum d/h, ad idem quartum f. Cùm enim sit ex hypothesi, vt b/g/ ad c, sic e/h/ ad f: & à conuersa itaq; ratione, erit vt c/ ad b/g, sic f/ ad e/h, per corollarium quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b/ ad c, sic d/e/ ad f: sicut rursum c/ ad b/g, sic f/ ad e/h. Et ex



æquali igitur, sicut a/b/ ad b/g, sic d/e/ ad e/h: per vigesimamsecundam huius quinti. Diuisæ itaq; magnitudines a/b, b/g, d/e, & e/h, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: vt a/g/ ad b/g, sic d/h/ ad e/h. Receptum est autem, sicut b/g/ ad c, sic e/h/ ad f. Et ex ęquali igitur, per eandem



vigesimamsecundam quinti, sicut a/g/ ad c, sic d/h/ ad f. Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.

Θεώρημα κε, Πρόθεσις κε.

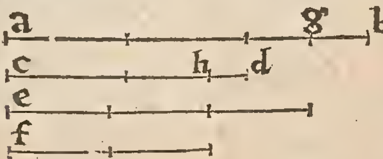
Ἐὰν τέσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονα ἐστίν.

Theorema 25, Propositio 25.



SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt. 25

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b, c/d, e, & f, inuicem proportionales, sicut quidẽ a/b/ ad c/d, sic e/ ad f: sitq; a/b/ omnium maxima, f/ verò minima. Dico quòd a/b/ & f, reliquis c/d/ & e/ sunt minores. Quoniam enim a/b/ omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a/b, ipsa e/ magnitudine. A ma-



iori itaque a/b, secetur æqualis ipsi e/ minori, per tertiam primi: sitq; a/g. Rursum, quoniam est vt a/b/ ad c/d, sic e/ ad f, prima autem a/b, maior est tertia e: & secunda igitur c/d, ipsa f/ quarta maior erit, per decimamquartam huius quinti. A maiori rursum c/d, secetur ipsi f/ æqualis, per eandem tertiam primi: sitq; c/h. Cùm igitur sit vt a/b/ ad c/d, sic e/ ad f, & æqualis sit a/g/ ipsi e, & c/h/ ipsi f: est igitur vt a/b/ ad c/d, sic a/g/ ad c/h, hoc est, sicut totũ a/b/ ad totum c/d, sic ablatum a/g/ ad ablatum c/h. Et reliquum itaq; g/b/ ad reliquum h/d/ erit, sicut totum a/b/ ad totum c/ d: per decimamnonam ipsius quinti. Prima autem a/b/ maior est tertia c/ d: & secunda itaque g/b, maior erit quarta h/d, per ipsam decimamquartam eiusdem quinti. Porrò a/g/ æqualis est ipsi e: & c/h/ ipsi f, per constructionem. Binæ igitur a/g/ & f, duabus c/h/ & e, sunt per secundam communem sentẽtiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sententiam. Et quoniam ipsis a/ g/ & f/ additur g/b, ipsis autem c/ h/ & e/ additur h/d, & maior est g/b/ ipsa h/d: maiores ergo sunt a/b/ maxima & f/ minima, reliquis c/ d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.

(.·.)

Quinti libri Geometricorum Elementorum,
FINIS.





Orontij Finæi, Delphinatis, Regij MATHEMATICARVM PROFESSORIS,

In ſextum Elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Ὅροι ε.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἔχῃ κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

Diffinitiones 5.

1 Imiles figuræ ſunt, quæ & angulos æquales habent ad vnum, & quæ circa angulos æquales ſunt latera proportionalia.

Vtpote, ſi fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicē æquiangula, fuerítq; angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ eſt angulus ei qui ad e, atq; is qui ad c/ angulo qui ad f/ reſpondenter æqualis. ſitq; inſuper vt a/b/ latus ad b/c, ſic d/ e/ ad e/f: vtq; b/c/ ad c/a, ſic e/f/ ad f/d: atq; demū ſicut c/a/ ad a/b, ſic f/d/ ad d/e. Huiuſcemodi nanq; triangula, ſimilia nūcupamus: etiam ſi fuerint inæqualia.

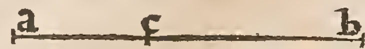
Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciproçæ autem figuræ ſunt, quando in vtraque figura antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm ſi duorum rectilineorum & æquiangulorum a/b/c/ & d/b/e, angulum qui ſub a/b/ & b/c, ei qui ſub d/b/ & b/e/ continetur æqualem habētium: fuerit ſicut latus a/b/ ad latus b/d, ſic latus e/b/ ad latus b/c: aut ſicut a/b/ ad b/e, ſic d/b/ ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & conſequentium terminorum, hoc eſt, comparatorum adinuicem laterum, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum ſimilitudo: dicuntúrque eiuſcemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3 Per extremam & mediam rationem, recta linea diuidi dicitur: quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus.

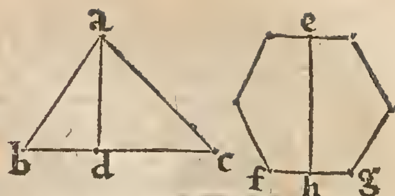


Per extremam & mediam rationem, hoc eſt, per extremos & medios terminos rationum ſimilitudinem conſtituentes. Vtpote, ſi data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fuerítque vt tota a/b/ ad ſegmentum maius b/c, ſic idem ſegmentum b/c, ad reliquum c/a.

Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo eſt, vniuſcuiuſque figuræ à vertice ad baſin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/c/ altitudo, erit a/ d/ recta linea, ab a/vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/altitudinem, ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/deducitur.



❡Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσι τινάς.

Ratio ex duabus raionibus, aut ex pluribus constare dicitur: quando ra- 5
tionum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

De cōpositione rationum, interpretatio notanda.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quídnam rationem adpellemus: quot insuper rationum fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationum discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quónam modo ratio ex rationibus componi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue componitur: quarum quantitates inuicem multiplicatæ illam efficere videntur. De ea rationis compositione, seu rationalium terminorum illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, compositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequēte, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationem ex rationibus componere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem.

Diffinitionis interpretatio.

❡Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarum rationum quantitates fuerint adinuicem multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodo rationum quātitates.

Vbi plures duabus extiterint rationes.

Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarū primarum quantitatum generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursùm, per quantitatum huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgens ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdē, aut diuersæ fuerint speciei, & sub cōtinua aut discontinua ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ.

Notandum.

Adde quòd hæc intelligenda sunt, de rationibus, quæ simul maioris, vel simul minoris sunt inæqualitatis. Nam si vna propositarū rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis: tunc quantitas maioris, per quātitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatā inde rationem ostendet. Quod nemo hactenus animaduerterat.

Quænam sint rationū quantitates.

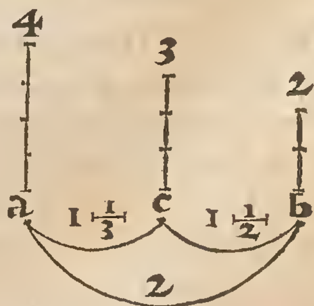
❡Quantitates autem rationū hic vocat Euclides, non illas quæ sub datis continētur rationibus: sed eas quantitates, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt in discretis duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomēclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atq; vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunq; singularum quinque rationalium specierum differentijs. Necnon & de surdis irrationalium quantitatum rationibus: quæ ex surdis itidem & ignotis rationibus constare videntur.

Exemplū ubi ratio multiplex ex binis componitur rationibus.

❡ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DAta in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrque inter a/& b, alia quædam magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b. Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ad c, & ratione c/ad b.

Exempli demonstratio.

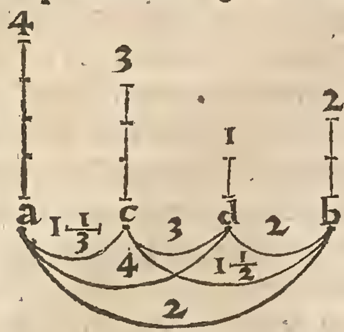
Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quātitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quam habet a/ad b) nominatur. Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarum similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c, &



ſeſqualtera ipſius c/ad b/reſultantem. ¶Sit rurſum in maiorem expreſſionem,inter c/& b/ alia quædam magnitudo d,ſubtripla ipſius c,ipſius autem b/ſubdupla. Aio quoq; rationem a/ad b,ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/conſtare. Duco enim vnum & tertium rationis a/ad c/denominatorem, in tria denominatorem triplæ,quæ eſt c/ ad d:fient quatuor,oſtendentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniam d/ad b/ratio,minoris eſt inæqualitatis, nempe ſubdupla: diuidã quatuor,à quibus nominatur quadrupla,per duo ipſius ſubduplæ denominatorem:prouenient enim duo,duplam(quæ eſt ipſius a/ad b)rationem denominantia. Nam cum d/ſubduplum ſit ipſius b, & ſubtriplum ipſius c: qualium igitur d/eſt vnum, talium b/eſt duorum,& c/trium ſimilium. Item quoniam a/ad c eſt ſeſquitertium : qualium propterea c/eſt trium,a/erit quatuor. Sed qualium c/eſt trium, b/duorũ eſſe deductum eſt: qualium itaq; b/eſt duorum,a/quatuor erit ſimilium. Quatuor rurſum ad duo,rationem habent duplam,qualem a/ad b/obtinere ſuppoſuimus.

Exemplũ ubi tres rationes (quarum una minoris eſt inæqualitatis) eandem componunt multiplicem.

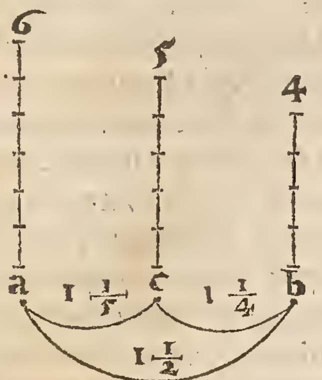
Oſtenſio eiuſdem exempli.



¶Sed demus exemplum in ratione ſuperparticulari:ſitque a/ad b/ſeſqualtera,ad c/autem ſeſquiquinta,& c/ad b/ſeſquiquarta. Dico rationem ſeſqualterã,ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta reſultare. Si nanq; multiplicaueris vnum & quartum,per vnũ & quintũ: proueniet vnum & dimidium,à quibus ſeſqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/ſubſeſquiquintum ſit ipſius a, & ſeſquiquartum ipſius b: qualium ergo partium c/eſt quinq;,talium a/erit ſex, & b/quatuor ſimilium. habent autem ſex ad quatuor, veluti a/ad b,rationem ſeſqualteram.

Exemplum de ratione ſuperparticulari.

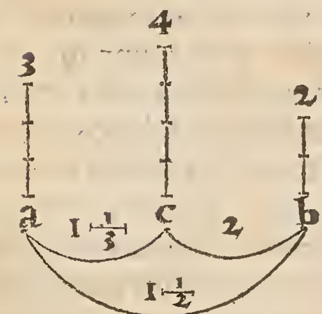
Inductio.



¶Quòd ſi c/ magnitudo fuerit ipſius a/ſeſquitertia , & dupla ipſius b,vt in ſecunda figura:non multiplicabis vnum & tertium ſubſeſquitertiæ (quæ eſt a/ad c) denominatorem, per duo,à quibus dupla ratio ipſius c/ad b/denominatur. Diuides itaque duo,per vnum & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris ſit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiũt quatuor tertia:duo autem,tertia ſex. Diuide itaq; ſex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, ſeſqualteræ rationis (quæ eſt a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ ſit ſeſquitertium, ad b/ autem duplum:qualium proinde partium c/eſt quatuor,talium a/ eſt trium, & b/duarum ſimilium. Ratio igitur a/ad b, eſt vt tria ad duo, quæ ſeſqualtera nuncupatur.

Aliud exemplũ ſuperparticularis , ubi una rationum minoris eſt inæqualitatis.

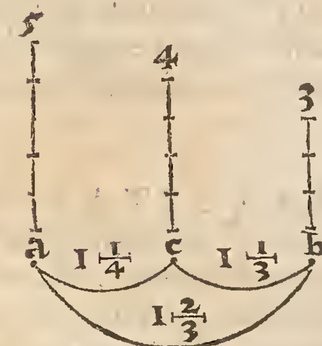
Exempli declaratio.



¶Idem in ſuperpartiente ratione tandem obſeruari videbis . Sit enim a/ ad b/ ſuperbipartiens tertias:& inter a/& b/incidat c, ſubſeſquiquartũ ipſius a, & ſeſquitertium ipſius b. Dico iam rationem a/ ad b, componi ex ratione a/ ad c/ ſeſquiquarta, & ſeſquitertia ipſius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum,per vnum & tertium:fiet vnum & duo tertia,vnde ſuperbipartiẽs tertias(quæ eſt ipſius a/ad b)denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheſes, qualium partium c/fuerit quatuor, talium b/ fore trium,& a/quinque ſimilium. Quinque porrò ad tria, eam ſeruant rationem,quam a/ad b:nempe ſuperbipartientem tertias.

Exemplum de ſuperpartiẽtis compoſitione.

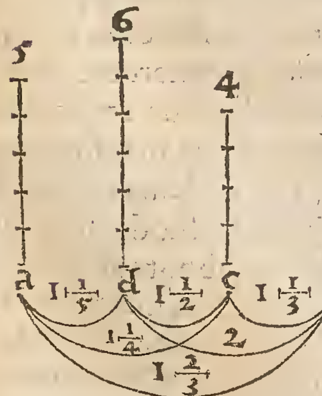
Oſtenſio exempli.



¶Quòd ſi inter a/& c/inciderit magnitudo d,ſeſquiquĩta ipſius a,& ipſius c/ſeſqualtera. Ratio a/ad b,ex rationibus a/ad d,& d/ad c,atque c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem,in vnum & dimidium denominatorem rationis quam habet d/ad c: fient duo,à quibus ratio d/ad b/denominatur,vtpote dupla. At quoniam a/ad d/ratio minoris eſt inæqualitatis,nempe ſubſeſquiquinta: diuidam ipſa duo per vnum & quintum,in hunc modum. vnum & quintum,efficiunt quinta ſex:& duo,vertuntur in decem quinta. Diuido ergo decem per ſex:proueniũt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/denominãda eſt,quæ ſuperbipartiens tertias adpellatur. Idem quoq; per ſuperius expreſſam partiũ cũ rationibus datis,& rationũ cum partibus reſpondentiam,

Aliud ſuperpartiẽtis exẽplum,ubi una rationum minoris eſt inæqualitatis.

Sũmaria exẽpli recollectio.



deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/fuerit quatuor,& d/ſex, talium b/erit trium , & a/ quinque ſimilium . Hinc rurſum conſurgit a/ ad b/ ratio , vt quinque ad tria.

Notandum.

De fractionū aſtronomicarum commoditate, in rationum compoſitionibus.

¶Porrò ſi forſitan in hac partium quotarum,ſeu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus, conſulito librum ſecundum noſtræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiuſcemodi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expreſſionem,tum etiam multiplicationẽ,per aſtronomicas, hoc eſt ſexagenarias integrorum fractiones(quæ ſcrupula,ſeu minuta vocant)indifferẽter abſolui poſſe: de quibus libro tertio eiuſdẽ Arithmeticæ noſtræ abundè tractauimus. Eſt enim ſexagenarius numerus, propter partium quotarum in eo contentarum multitudinem,omnibus rerum ſupputationibus indifferenter adcommodus. ¶Conferamus in exemplum vtrunque calculum: & primam rationis compoſitionem,vbi rationem a/ad b/duplam,ex ſeſqualtera & ſeſquitertia conſtare monſtrauimus,rurſum examinemus.

Primi exēpli ſupputatio, per fractiones uulgares.

Multiplico itaqꝫ vnum & dimidium,per vnum & tertium,in hunc qui ſequitur modum.Duco primùm integra in ſeſe:fit vnũ integrum.Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ,in integrum multiplicantis:atqꝫ numeratorem multiplicantis,per integrum multiplicandæ:procreabuntur enim fractiones prioribus haud diſſimiles,vtpote dimidium,& vnum tertium,quæ reducta ad vnam fractionem ſimplicem,efficiunt quinque ſexta. Tandem multiplico fractiones ipſas adinuicem,numeratores quidem per ſeſe,atqꝫ denominatores : fiet vnum tantummodò ſextum.Compono vnum ſextum & quinque ſexta:conſurgunt ſexta ſex , quæ vnum valent integrum priori integro adijciendum.Reſultabunt itaque duo integra,à quibus propoſita ratio dupla denominatur.

1 $\frac{1}{2}$ ╳ 1 $\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$ ╳ $\frac{2}{3}$; 5 / 6 ; $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$
1 1 2	$\frac{5}{6}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{1}{6}$

Eiuſdē exempli ſupputatio , per fractiones aſtronomicas.

¶Verùm idem per aſtronomica inquiramus ſcrupula ſiue minuta . Denominator itaque ſeſqualteræ rationis,erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipſius verò ſeſquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti.Sunt enim triginta,dimidium: viginti autem,tertium ſexagenarij numeri.Duco igitur triginta minuta,in minuta viginti:fiunt ſecunda ſexcenta,quæ diuiſa per ſexaginta,reſtituunt decẽ minuta.hæc ſubſcribo ſuo loco. Deinde multiplico vnum integrũ per ipſa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto ſub prioribus decem minutis.Poſtea duco triginta minuta in vnum integrum:reſtituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, ſimilem videtur producere fractionem) . Quibus ſubnotatis,multiplico integra adinuicem: & vnum tantummodò reſtituitur integrum. Compono tandem decem,viginti & triginta minuta:conſurgunt ſexaginta,quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum . Proueniunt igitur ex hac quantitatum multiplicatione duo integra , à quibus dupla ratio (quæ erat a/ ad b) venit denominanda. In cæteris reſpondenter facito,ſiue vulgaribus , ſiue aſtronomicis iuuet vti fractionibus.

Integra.	Minuta.	Secũda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	600
	20	10
1	30	600
2		6

Alius modus componendi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus,ipſis potiſſimùm numeris,ad numerúmve relatis quantitatibus peculiaris, ſiue numeri ipſi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur . Nam ex eorundem numerorum ſub datis rationibus conſtitutorũ multiplicatione,numeri procreantur,ſub compoſita,vel inde conſtante ratione ſe habentes.Multiplicandi ſunt itaqꝫ primùm antecedentes numeri adinuicem:& antecedẽs ipſius compoſitæ rationis efficietur.Deinde conſequentes itidem inter ſeſe ducendi,vt conſequens eiuſdem rationis generetur .

Primum exemplum de compoſitione multiplicis.

¶Repetatur in maiorem ſingulorum euidentiam,antecedẽtis primæ compoſitionis exemplum: ſíntque rurſum numeri,tria ad duo in ratione ſeſqualtera, & quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione conſtituti . Duc igitur antecedentes numeros inter ſeſe,vtpote quatuor in tria:fient duodecim , quæ pro generatæ rationis antecedente ſubnotabis. Poſtea conſequentes,hoc eſt tria & duo,inuicem multiplicato: fient ſex,eiuſdẽ productæ rationis cõſequentẽ exprimẽtia numerũ.Atqui duodecim ad ſex, duplam conſtat obtinere rationem,ex ſeſqualtera & ſeſquitertia reſultãtem.

Ratio { ſeſqualtera.	3——2
Ratio { ſeſquitertia.	4——3
Dupla ex eiſdem cõpoſita	12——6

ſecundũ exēplũ,de compoſitione ſuperparticularis.

¶Sint rurſum binæ rationes,altera quidem ſubſeſquitertia,vt trium ad quatuor: altera verò dupla,veluti

Ratio { Subſeſquitertia.	3——4
Ratio { Dupla.	4——2
Seſqualtera ratio.	12——8

quatuor ad duo. Si compoſitam ex his volueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Poſtmodùm ipſa conſequentia inuicem multiplicato, vtpote quatuor in duo: fient octo. Porrò duodecim ad octo, ſeſqualteram rationem obſeruant, qualem exemplo quarto (denominatorem duplæ, per ipſius ſubſequitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus. ¶Haud diſſimiliter ex ſeſquiquarta & ſeſquitertia, veluti quinque ad quatuor, & quatuor ad tria, ſuperbipartiẽs tertias producetur: quemadmodùm obiecta monſtrat formula. Ex antecedentium nanque multiplicatione, fient viginti: ex multiplicatione verò conſequentium, duodecim. continent autem viginti ſemel duodecim, & duo inſuper eorundẽ tertia. ¶Et proinde non minus facilè colligemus, ex quintupla & ſubdupla ratione, conflari duplam ſeſqualteram: necnon ex dupla & ſeſquitertia, duplam ſuperbipartientem tertias reſultare. Sed hæc de rationum compoſitione, ſiue rationalium quantitatum multiplicatione, ſint ſatis.

Tertium exẽplum de compoſitione ſuperpartientis.

Ratio { ſeſquiquarta.	5——4
Ratio { ſeſquitertia.	4——3
Superbipartiens tertias.	20——12

Ratio { Quintupla.	5——1	Ratio { Dupla.	2——1
Ratio { Subdupla.	2——4	Ratio { Seſquitertia.	4——3
Dupla ſeſqualtera.	10——4	Dupla ſuperbipartiens tertias	8——3

¶ *Corollarium.*

¶HINC FIT MANIFESTVM, QVOD SI A QVALIBET ratione compoſita, vnaquæque componentium ſubtrahatur: proſiliet ipſarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter à qualibet: ſed minor tantùm à maiori. Hæc autem rationum diſgregatio per diuiſionem, ſicuti compoſitio per multiplicationem abſoluitur: ídque rurſum dupliciter. ¶In primis enim, ſi compoſitæ rationis denominatorem, per denominatorem alterius componẽtium diuiſeris: habebis reliquæ rationis denominatorem, ſiue numeros in relicta ratione conſtitutos. Oportet autem (vbi alterius vel vtriuſque rationis denominator, integro & fracto exprimetur numero) ipſa integra ad ſimile genus denominationis cum propria, vel occurrente fractione reducere: poſtea numeratorem diuidendæ rationis, per communem multiplicare denominatorem, fiet enim relictæ rationis numerator. Deinde numeratorem diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiuſdem relictæ rationis prodibit denominator. Quemadmodùm ex ſecundo libro noſtræ deprehendere potes Arithmeticæ. ¶Reſumatur in exemplum ratio dupla, ex ſeſquitertia & ſeſqualtera reſultans: ſitque propoſitum alteram componentium, vtpote ſeſquitertiam, ab ipſa dupla ratione ſubducere. Denominator itaque ſeſquitertiæ, eſt vnum & tertium, quæ quatuor efficiunt tertia: duo autem, à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia ſex. Diuide itaque ſex tertia, per quatuor tertia, in hunc modum. Duc ſex in tria, fient decem & octo: & rurſum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent ſemel duodecim, & alteram eorundẽ partem: relicta itaque ratio, ſeſqualtera eſt.

De ſubtractione rationum adinuicem.

Primus mod⁹.

Primum exemplum.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

¶Detur rurſum ſeſqualtera ratio, à qua velis auferre ſeſquiquintã. Ex vno itaque & dimidio, à quibus ſeſqualtera denominatur, fiunt tria ſecũda: ex vno autẽ & quinto, ipſius ſeſquiquintę denominatatore, fiunt quinta ſex. diuidenda ſunt igitur tria ſecunda, per ſex quinta. Duc itaque tria in quinque, fient quindecim: poſtea ſex in duo multiplicato, prouenient duodecim. Et quoniã quindecim ad duodecim, rationẽ habẽt ſeſquiquartã: idcirco relicta ratio, ſeſquiquarta dicetur. Nã ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta ratione, ſeſqualtera (veluti ſuprà deduximus) generatur.

Secundũ exẽplum.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RAtionibus conſtitutos reſpondenter abſoluere. Dentur enim rurſum numeri, ſub antecedentibus rationibus conſtituti, vtpote duo ad vnum in dupla, & quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione ſe habentes: ſitque veluti prius, ſeſquitertia ab ipſa dupla ratione ſubducenda. Scribatur in primis ſeſquitertia, ſub eadem ratione dupla. Poſtea multiplicato duo in tria, hoc eſt, antecedens diuidendæ rationis, in conſequens diuidẽtis: fient ſex. Rurſum ducito vnũ in quatuor, vtpote cõſequens ipſius diuidendę

Alius ſubtrahendi modus rationes adinuicem.

2	1	Dupla, diuidentia.
4	3	Seſquitertia.
6	4	Seſqualtera, relicta.

rationis, in diuidentis ancedens:fient quatuor. A ratione igitur quam habent ſex ad quatuor, relicta ratio denominanda eſt:quæ rurſum oſtenditur ſeſqualtera. ¶Subducamus rurſum ad maiorem ſingulorum reſpondentiam, à ſeſqualtera ratione, præfatam rationem ſeſquiquintam. Propone itaque tibi numeros ſub datis rationibus conſtitutos:vtpote, tria ad duo in ſeſqualtera, & ſex ad quinque in ſeſquiquinta. Et poſita ſeſquiquinta ſub ſeſqualtera: ducito tria in quinque, fient quindecim. poſtea multiplicato duo per ſex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem ſeſquiquartam, qualem ſuperius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuſcunque inuicem ſubducendis facito rationibus. & ſi minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput ſecundum libri quarti ipſius Arithmeticæ noſtræ confugito.

Aliud exemplum.

3	2	ſeſqualtera ratio.
6	5	ſeſquiquinta.
15 —	12	ſeſquiquarta.

Θεώρημα α, Πρότασις α.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 1, *Propoſitio* 1.

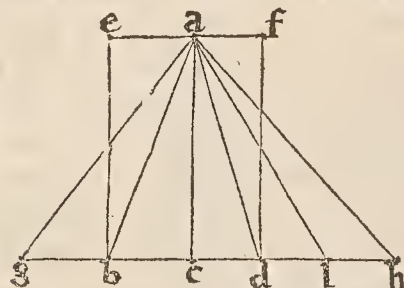


Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem ſunt, vt baſes. 1

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& a/c/d, totidémque parallelogrãma e/c/ quidem atque c/f, ſub eadem altitudine, ſeu perpendiculari ex a/vertice in b/d/baſin incidente conſtituta. Aio in primis, triangulum a/b/c/ad triangulum a/c/d/ſe habere, veluti baſis b/c/ad baſin c/d. Cùm enim e/c/& c/f/parallelogramma, in eadem ſint altitudine: in directum eſt igitur e/a/ipſi a/f, atque b/c/ipſi c/d, & proinde e/f/ipſi b/d/parallela. Producatur igitur recta b/d/ex vtraque parte in continuum rectúmque, ad g/& h/puncta: per ſecundum poſtulatum. Secetur deinde b/g, æqualis ipſi b/c: necnon d/l/& l/h, ipſi c/d/æquales: per tertiam primi. & per primum poſtulatum, connectantur a/g, a/l, & a/h/lineæ rectæ. Cùm itaque g/b, ipſi b/c/ſit æqualis: erunt triangula a/g/b/& a/b/c/in baſibus æqualibus, & in eiſdem parallelis e/f/& g/h/conſtituta: & propterea inuicem ęqualia, per trigeſimamoctauam primi. & proinde a/c/d, a/d/l/& a/l/h/triangula, æqualia quoque erunt adinuicẽ. Quotuplex igitur eſt g/c/baſis, ipſius b/c: totuplex eſt triangulũ a/g/c, ipſius a/b/c/triãguli. quotuplex rurſum eſt c/h/baſis, ipſius c/d: totuplex eſt & a/c/h/triangulum, ipſius trianguli a/c/d. Si baſis itaque g/c, maior eſt baſi c/h: erit a/g/c/triangulum, triãgulo a/c/h/proportionaliter maius. Et ſi g/c/& c/h/baſes, fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/& a/c/h/triangula, æqualia quoque adinuicem. Quòd ſi baſis g/c, minor extiterit baſi c/h: erit & a/g/c/triangulum, ipſo a/c/h/triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquàm baſium b/c/& c/d, totidémque triãgulorum a/b/c/& a/c/d, ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon ſecundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et ſicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex ſecundæ, hoc eſt, g/c/baſis, ad baſin c/h: ſic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ, vtpote a/g/c/triangulum, ad triangulum a/c/h, ſe habere præoſtenſum eſt. Sicut igitur prima, ad ſecũdam prædictarum magnitudinum: ſic tertia ad quartam, per ſextam ipſius quinti diffinitionem. Vt baſis ergo b/c, ad baſin c/d: ſic triangulum a/b/c, ad triangulum a/c/d. Quod prius veniebat oſtendendum.

Figuræ conſtitutio.

Prima deductio theorematis, de triangulis.



g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

¶Inſuper quoniam a/b/c/triangulum, & parallelogrammum e/c, in eadem ſunt baſi, & in eiſdem parallelis conſtituta: duplum eſt e/c/parallelogrammum, ipſius a/b/c/trianguli, per quadrageſimamprimã primi: & propterea c/f/parallelogrammum, ipſius trianguli a/c/d/itidem duplum. Sunt igitur e/c/& c/f/parallelogramma, ipſorum a/b/c/& a/c/d/triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem: per decimãquintam quinti. Vt igitur a/b/c/ triãgulum, ad triangulum a/c/d: ſic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Oſtenſum eſt autem a/b/c/triangulum, ad triãgulũ a/c/d/ſe habere, veluti b/c/baſis, ad baſin c/d. Binæ itaque rationes, vtpote b/c/baſis, ad

Secunda theorematis reſolutio, de parallelogrammis.

b/c.c/d.	a/b/c.a/c/d.	e/c.c/f.



basin c/d,atque parallelogrammi e/c/ ad c/f/parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius a/b/c/trianguli, ad triangulum a/c/d. Quę autem eidem sunt eædem rationes,& adinuicem sunt eædem: per vndecimam eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c,ad basin c/d: sic parallelogrammum e/c,ad c/f/ parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio,quemadmodùm & triangulorum,seorsum demonstrari : descriptis super g/b, d/l,& l/h/basibus , & in eadem altitudine parallelogrammis. Triangula itaque & parallelogrāma,quæ sub eadē sunt altitudine:ad se inuicē sunt,vt bases.Quod erat ostendendum. *Notandum.*

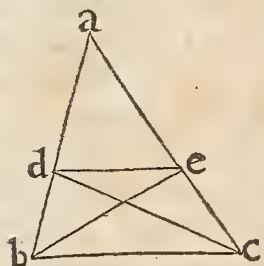
Θεώρημα β, Πρότασις β.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2, Propositio 2.

2 I trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela:proportionaliter secat ipsius triāguli latera.Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint : ad segmenta connexa recta linea,parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

ORONTIVS.¶In triangulo enim a/b/c , agatur recta d/e , ipsi b/c/lateri parallela. Dico primùm ipsam d/e,secare a/b/& a/c/latera proportionaliter:sicut quidem a/d/ad d/b, sic a/e/ad e/c. Connectantur enim b/e/& c/d/lineæ rectæ : per primum postulatum. Erunt itaque b/d/e/& c/e/d/ triangula, in eadem basi d/e,ac in eisdem parallelis b/c/& d/e:& proinde inuicē æqualia, per trigesimamseptimam primi. Est autem & a/d/e, aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum , ad æqualia triangula eandem habet rationem:per septimam quinti. Ergo sicut a/d/e/triangulum, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/triangulum. Est autem a/d/e/triangulum,ad triangulum b/d/e,veluti basis a/d/ad basin d/b:per primam huius sexti.sunt enim sub eodem vertice e,& proinde sub eadem altitudine.Et sicut igitur basis a/d, ad basin d/b: sic a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/ e/ d, per vndecimam quinti. Sicut rursum a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/e/d:sic basis a/e,ad basin e/c, per eandem primam huius sexti.sunt enim a/d/e/& c/ e/d/ triangula sub eodem vertice d:& sub eadem consequenter altitudine.Et sicut igitur a/d/basis,ad basin d/b:sic basis a/e,ad basin e/c, per eandem vndecimā quinti.Secat ergo d/e/parallela,ipsa a/b/& a/c/latera, in punctis d/& e/proportionaliter. *Prima theorematis pars.*



a/d.d/b | a/d/e.b/d/e | a/d/e.c/e/d

a/d.d/b | a/d/e.c/e/d | a/e.c/e/

¶Sed iam esto vt a/d/ad d/b,sic a/e/ad e/c:& cōnectatur recta d/e,per primum postulatū. Aio versa vice,d/e/ipsi b/c/fore parallelā. Cōnexis enim(veluti prius)b/e/atq; c/d/rectis, per idem primū postulatum:erit rursum,per primā huius sexti, triangulum a/d/e/ad triangulū b/d/e,veluti basis a/d/ad basin d/b.At sicut a/d/ad d/b,sic per hypothesin a/e/ad e/c.Et sicut igitur per vndecimam quinti,a/e/ad e/c: sic a/d/e/ triangulū, ad triangulum b/d/e.Sicut rursum per eandem primam sexti, a/e/basis,ad basin e/c:sic idem triangulū a/d/e,ad triangulum c/e/d.Et proinde sicut a/d/e/triangulum,ad triangulū b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad triangulum c/e/d, per vndecimam ipsius quinti.Idem ergo triangulū a/d/e, ad ipsa b/d/e/ & c/e/d/triangula,eandē habet rationem.Ad quæ autē triangula idem triangulum eandem habet rationem : & ipsa sunt inuicem æqualia , per nonam eiusdem quinti.Aequum est igitur b/d/e/triangulum,ipsi c/e/d/triangulo.Quæ cùm in eadem sint basi d/e,& ad easdem partes:& in eisdem quoque sunt parallelis,per trigesimamnonam primi.Parallela est itaq; d/e,ipsi b/c.Si trianguli ergo ad vnum latus:&c.vt in theoremate.Quod demonstrare oportebat. *Partis secūdæ demonstratio.*

a/e.e/c | a/d.d/b | a/d/e.b/d/e

a/d/e.b/d/e | a/e.e/c | a/d/e.c/e/d

Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεος τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεος τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς: ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

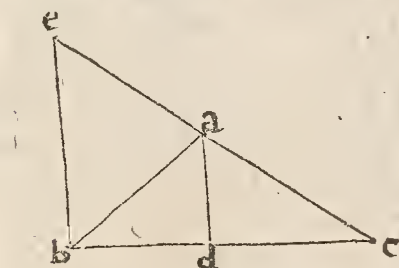
Theorema 3, Propoſitio 3.



SI trianguli angulus bifariam ſecetur, diſpeſcens autem angu- 3
lum recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem, reliquis ipſius trianguli lateribus. Et ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem, reliquis ipſius trianguli lateribus: à vertice ad baſin coniuncta recta linea, bifariam diſpeſcit trianguli angulum.

Figuræ compoſitio.

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/triangulum, cuius angulus b/a/c/bifariam ſecetur, per nonam primi: recta quidem a/d, baſin ipſam b/c/itidem ſecante in puncto d. Aio quòd b/d, ad d/c/ſe habet: vt b/a, ad a/c. Per datum enim punctum b, datæ rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigeſimamprimam primi: producatúrque c/a/recta, per ſecundum poſtulatum, donec conuenerit in punctum e/cum ipſa b/e, fecerítque triangulum b/e/c. Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum poſtulatum: propterea quòd anguli e/b/c/& b/c/e, duobus rectis ſunt minores. nam angulus e/b/c, exteriori & oppoſito a/d/c, per vigeſimamnonam primi eſt æqualis: & duo anguli a/d/c/& d/c/a/ trianguli a/d/c, binis rectis minores exiſtunt, per ipſius primi decimamſeptimam.



Primæ partis oſtenſio.

His ita constructis, quoniam in parallelas a/d/& b/e, rectæ incidunt a/b/& e/c: æqualis eſt angulus a/b/e/alterno b/a/d, necnõ interior a/e/b/exteriori & ex oppoſito d/a/c, per vigeſimamnonam primi. Atqui b/a/d/& d/a/c/anguli, ſunt inuicẽ per hypotheſin æquales: duo itaque anguli a/b/e/ & a/e/b, æquales proinde ſunt adinuicem. hinc latus a/b, lateri a/e, per ſextam primi, æquale. Trianguli demùm b/e/c, ad latus b/e/acta eſt parallelus a/d, per constructionem: ſecat igitur a/d/proportionaliter ipſius trianguli latera, per ſecundam huius ſexti, ſicut quidem b/d, ad d/c, ſic e/a, ad a/c. Ipſi porrò e/a, oſtẽſa eſt æqualis b/a. æquales autem ad eandem, eandem habent rationem: per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur b/d, ad d/c: ſic b/a, ad a/c. ¶ Sit autem vt b/d/ad d/c, ſic b/a/ad a/c: & cõnectatur a/d/recta, per primum poſtulatum. Dico verſa vice, quòd a/d/ recta bifariam diſcindit angulum b/a/c.

Pars ſecunda theorematis, conuerſa primæ.

Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypotheſi receptum eſt, ſicut b/d/ad d/c, ſic b/a/ad a/c. ſed per ſecundam huius ſexti, ſicut b/d/ad d/c, ſic e/a/ad a/c: in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/ acta eſt parallelus a/d. Binæ itaque rationes, b/a/ inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ſunt eædem: & propterea eædem adinuicem, per vndecimam quinti.

| b/a.a/c. | b/d.d/c. | e/a.a/c. |

Et ſicut igitur b/a/ad a/c, ſic e/a, ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem, eandem habent rationem: æquales ſunt adinuicem, per nonam ipſius quinti. Aequalis eſt itaque b/a, ipſi e/a: & proinde qui ad baſin b/e/ſunt anguli, adinuicem æquales, per quintam primi, hoc eſt, a/b/e/ipſi a/e/b. Et quoniam parallela eſt a/d/ipſi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ: æqualis eſt angulus b/a/d/alterno a/b/e, necnon & exterior angulus d/a/c/ interiori & ex oppoſito a/e/b, per vigeſimamnonam ipſius primi. Oſtenſum eſt autem, angulos a/b/e/& a/e/b/ fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia ſunt, ea quoque inuicem ſunt æqualia: per primæ communis ſententiæ interpretationem. Aequalis eſt igitur angulus b/a/d, angulo d/a/c. Et proinde angulus b/a/c, ſub a/d/recta bifariam diſcinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam ſecetur: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

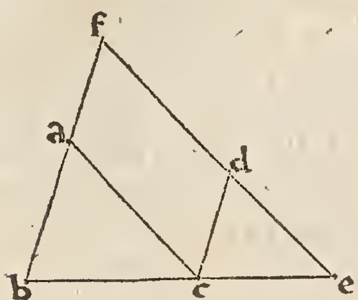
Theorema 4, *Propositio* 4.

4 Equiangulorũ triangulorum, proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos:& ſimilis ſunt rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.

ORONTIVS. ❡Sint bina triangula inuicem æquiangula, a/b/c/& d/c/e: ſitq́ angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e,& b/a/c/angulus ipſi c/d/e,atque a/c/b/ipſi angulo d/e/c. Aio latera ipſorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos, fore proportionalia:& quæ angulis ſubtenduntur æqualibus,eiuſdem eſſe rationis,ſicut quidẽ a/b/ad b/c, ſic d/c/ad c/e, ſicútque b/c/ ad c/a, ſic c/e/ ad e/d, atque ſicut c/a/ ad a/b, ſic e/d/ad d/c. Conſtituatur enim in directum bina eorundem triangulorum latera, ea ſcilicet quæ æqualibus ſubtenduntur angulis:vtpote b/c/latus,in directum ipſius c/e.id autẽ efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e, binis rectis fuerint æquales,per decimamquartam primi. Producantur inſuper b/a/& e/d/latera in rectum & continuum ad partes a/& d,per ſecundum poſtulatum: donec tandem in vnum congrediantur punctum. Id enim per quintum poſtulatum euenire neceſſum eſt:propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimamſeptimam primi ſunt minores:& angulus d/e/c/angulo a/c/b/per hypotheſin eſt ęqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/& d/e/b,eiſdem angulis a/b/c/& a/c/b/ſint æquales:& proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/c/e,interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/eſt æqualis angulo, necnon & a/ c/ b/ ipſi d/ e/ c/ itidem interiori & oppoſito æqualis : parallela eſt igitur c/d/ipſi b/f,& a/c/ipſi f/e, per vigeſimamoctauam primi. Parallelogrammum eſt itaque a/c/d/f: & proinde a/c/latus oppoſito f/d/ æquale, ſimiliter & a/f/ipſi c/d,per trigeſimamquartã eiuſdem primi. His ita cõſtructis,quoniam trianguli b/f/e,ad latus f/e,acta eſt parallela a/c:ſecat igitur a/c,ipſius trianguli latera proportionaliter,per ſecundam huius ſexti:ſicut quidem b/a/& a/f, ſic b/c/ad c/e. & æqualis oſtenſa eſt a/f,ipſi c/d.æquales autem ad eandem, eandem habent rationem:& eadem ad ęquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad d/c:ſic b/c,ad c/e. Et permutatim inſuper,ſicut a/b,ad b/c:ſic d/c,ad c/e,per decimamſextã eiuſdem quinti. Item quoniam ipſius trianguli b/f/e, ad latus b/f, acta eſt parallela c/d: ſecat rurſum eadem c/d,eiuſdem trianguli latera proportionaliter,per eandem ſecundam huius ſexti: ſicut quidem b/c/ ad c/e, ſic f/d/ad d/e. Ipſi porrò f/d, oſtẽſa eſt æqualis a/c. Et ſicut igitur b/c,ad c/e:ſic c/a/ad e/d, per eandem ſeptimam quinti. atque rurſum permutatim, per ipſius quinti decimamſextam, ſicut b/c/ad c/a: ſic c/e/ad e/d. Iam itaq́ oſtenſum eſt,ſicut a/b/ad/b/c,ſic d/c/ad/c/e:ſicútq́ b/c/ad c/a,ſic & c/e/ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b, b/c, & c/a: & aliæ eiſdem æquales numero d/c, c/e, & e,d,cum duabus ſumptis in eadẽ ratione. Et ex æqua igitur ratione,erit ſicut b/a, ad a/c:ſic etiam c/d,ad d/e, per vigeſimamſecundam quinti. Aequiangulorum itaque triangulorum a/b/c/& d/c/e, proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos: & ſimilis ſunt rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Quod demonſtrandum fuerat.

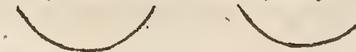
Conſtructio figuræ.

Demonſtratio problematis.









Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5, *Propoſitio* 5.

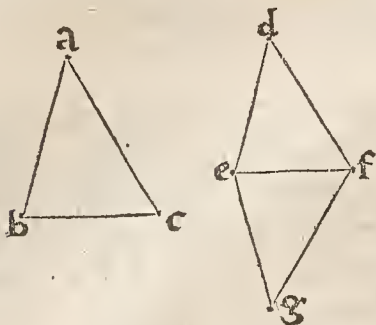
5 I duo triangula,latera proportionalia habuerint:æquiangula erunt triangula,& æquales habebũt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

ORONTIVS. ❡Hæc eſt conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura, vel

deductione (quemadmodùm ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari.

Sint igitur bina triangula a/b/c/ & d/e/ f, habentia latera proportionalia : ſicut quidem a/ b, ad b/ c, ſic d/e/ad e/f, ſicut præterea b/c/ad c/a, ſic e/f/ad f/d, ſicut denique c/a/ad a/b, ſic f/d/ad d/e. Aio triangula ipſa a/b/c/ & d/ e/ f, fore æquiangula : & æquales angulos comprehendere , ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur:vtpote, angulum a/b/c, æquum fore angulo d/e/ f, & angulum b/c/ a/ angulo e/ f/ d, atque angulum b/a/c/ angulo e/d/f. Ad datam enim rectam lineam e/f,& data illius puncta e/& f,datis angulis rectilineis a/b/c/& a/c/b, æquales anguli conſtituantur, per vigeſimam-tertiam primi: f/e/g/ quidem ipſi a/b/c, & e/f/g/ipſi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/ b, per decimamſeptimam ipſius primi,binis rectis ſunt minores:& f/e/g/itaque ac e/f/g/anguli,binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/& f/g/rectæ lineæ,per quintum poſtulatum . Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g,reliquo qui ad a/æqualis,per corollarium trigeſimæſecundæ eiuſdem primi,vnà cum ipſa tertia communi ſententia. Aequiangula ſunt itaque a/b/c/& e/f/g/ triangula,& proinde latera ipſorum proportionalia,quæ circum æquales angulos: & ſimilis ſunt rationis,quæ æqualibus angulis latera ſubtēduntur,per quartam huius ſexti.Eſt igitur ſicut a/b/ad b/c,ſic g/e/ad e/f.ſicut porrò a/b/ad b/c,ſic eſt per hypotheſin d/e/ad ipſam e/f.Et ſicut igitur d/e/ad e/f , ſic g/e/ad eandem e/f,per vndecimam quinti.Quæ autem ad eandē,eandem habent rationem,æquales ſunt adinuicē,per nonam quinti:æqualis eſt igitur d/e,ipſi e/g.Haud diſſimiliter oſtendemus d/f,ipſi f/g/æqualem.eadem enim e/f/ad vtranque,tum ex hypotheſi,tum ex quarta huius ſexti,eandem habet rationem: nempe quam b/c/ad c/a . Ad quas porrò magnitudines,eadem magnitudo eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniam æqualis eſt d/e,ipſi e/g , vtriq; autem cōmunis e/f:binæ itaq; d/e/& e/f/trianguli d/e,f,duabus f/e/& e/g/trianguli e / f / g / ſunt æquales altera alteri.& baſis d/f,baſi f/g/æqualis.Angulus igitur d/e/f,angulo f/e/g/ſub æqualibus rectis cōprehenſo,per octauam primi , eſt æqualis. Nec diſſimili via demonſtrabimus,angulum e/d/f, angulo e/g/f, æqualem:atq; e/f/d,ipſi e/f/g.ſemper enim ipſorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri offendentur æqualia:necnon & baſis,baſi æqualis. Et contentos propterea ſub æqualibus lineis rectis angulos,æquales habebunt:per eandem octauam primi.His præoſtenſis,quoniam angulus d/e/f , æqualis eſt angulo f/e/g:eidem quoque angulo f/e/g, æquus eſt per conſtructionem angulus a/b/c . Duo itaque anguli a/b/c/& d/e/f,eidem angulo f/e/g/ ſunt æquales:& proinde æquales adinuicem , prer primam communem ſententiam.Pari diſcurſu angulus a/c/b,angulo d/f/e : necnon & b/a/c/angulus,ipſi e/d/f/angulo concludetur æqualis.Aequiangula ſunt itaque a/b/c,& d/e/f/triangula. Si bina ergo triangula:&c.vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Conſtructio figuræ.



Oſtēſionis deductio.



Reſolutio theorematis.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

EAν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6, Propoſitio 6.

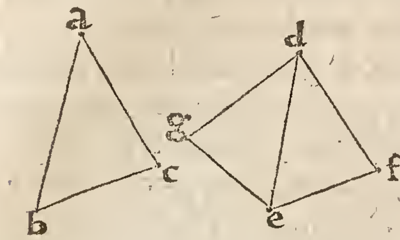
SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint,& circum æquales angulos latera proportionalia : æquiangula erunt triāgula,& æquales habebunt angulos,ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. 6

ORONTIVS. Sint rurſum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia vnum angulum vni angulo æqualem , vtpote eum qui ad b/ei qui ad e : atque circum eoſdem æquales angulos latera proportionalia, ſicut a/b/ad b/c , ſic d/e/ad e/f . Dico ipſa triangula a/b/c/& d/e/f,fore æquiangula:& angulum b/a/c/angulo e/d/f , atq; a/c/b,ipſi d/f/e/reſpondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e,datúmq; illius punctum e,vtrique æqualium

Figuræ compoſitio.

qui ad b/& e/ſunt angulorum: æqualis angulus conſtituatur d/e/g,per vigeſimamtertiam primi.& per eandem,ad punctum d,ipſi angulo b/a/c:æqualis rurſum conſtituatur angulus e/d/g.Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c,ſunt minores duobus rectis,per decimamſeptimam ipſius primi:erunt & ipſi anguli d/e/g/& e/d/g/binis itidem rectis minores.Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ, per quintum poſtulatum:ſit illarum concurſus in puncto g. Triangulum erit itaque d/e/g: & reliquus angulus qui ad g,reliquo qui ad c/æqualis,per tertiam communem ſententiam,& ipſius trigeſimæſecundę primi corollarium. Aequiãgula ſunt itaq; a/b/c/& d/e/g/triangula:& proinde latera ipſorum proportionalia, ſimiliſq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur,per quartam huius ſexti.Et ſicut igitur a/b,ad b/c:ſic d/e,ad e/g.Sicut porrò a/b,ad b/c: ſic per hypotheſin d/e,ad e/f.Et ſicut igitur d/e/ad e/f,ſic ipſa d/e/ad e/g:quę enim eidem ſunt eædem rationes,& adinuicẽ ſunt eædem,per vndecimam quinti.Eadem itaque d/e, ad ipſas e/f/& e/g/eandem habet rationem: æqualis eſt igitur e/f/ipſi e/g,per nonam ipſius quinti. His ita præoſtẽſis,quoniam æqualis eſt e/f/ipſi e/g, vtrique autem communis d/e:binæ itaque d/e/& e/f/trianguli d/e/f, duabus d/e/& e/g/trianguli d/e/g, ſunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per conſtructionem.Baſis ergo d/f,baſi d/g/eſt æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale: reliqui inſuper anguli reliquis angulis æquales ſub quibus ęqualia ſubtẽduntur latera,per quartam primi.Aequalis eſt igitur angulus e/d/f/ipſi e/d/g, atq; is qui ad f/ei qui ad g,æqualis.Sed eidem angulo e/d/g,æqualis eſt per conſtructionem angulus b/a/c:eidẽ inſuper qui ad g,is qui ad c/itidem æqualis.quæ autem eidem æqualia:& adinuicem ſunt æqualia,per primam communem ſententiam. Aequus eſt igitur angulus e/d/f,ipſi b/a/c:necnon &/d/f/e,ipſi angulo a/c/b. Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c,ex hypotheſi recepimus æqualẽ.Aequiangula itaq; ſunt a/b/c/& d/e/f/triangula:& æquales habent angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. Ergo ſi bina triangula:& quæ ſequuntur reliqua.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Deductio theorematis.



Reſolutio demõſtrationis.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

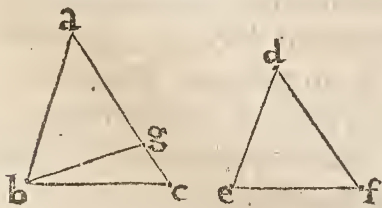
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theorema 7, Propoſitio 7.

7 SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia,reliquorum verò vtrunq; ſimul aut minorem aut non minorem recto:æquiangula erunt triãgula,& æquales habebunt angulos,circum quos proportionalia ſunt latera.

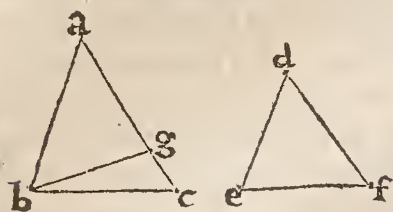
ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f,vnum angulum vni angulo,vtpote,eum qui ad a/ei qui ad d/æqualem habentia: & circum alios angulos, ſcilicet a/b/c/& d/e/f,latera proportionalia, ſicut quidẽ a/b/ad b/c,ſic d/e/ad e/f: reliquorum porrò qui ad c/& f/ſunt angulorum, vterque primùm ſit recto minor.Aio a/b/c/& d/e/f/triangula,fore æquiãgula:& angulum a/b/c/æquũ eſſe angulo d/e/f,atq; reliquum a/c/b/reliquo d/f/e/itidem æqualẽ. In primis enim,vel angulus a/b/c/æqualis eſt angulo d/e/f, vel eidẽ inæqualis. Si æqualis fuerit a/b/c/ipſi d/e/f:reliquus a/c/b reliquo d/f/e,per corollariũ trigeſimæſecundæ primi,& tertiam communem ſententiam, erit æqualis. & proinde ipſa triangula a/b/c/& d/e/f/æquiangula. Quòd ſi angulus a/b/c, non fuerit æqualis ipſi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Eſto (ſi poſſibile fuerit)a/b/c/angulus,ipſo d/e/f/angulo maior.& ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctũ b:ipſi angulo d/e/f/æqualis angulus conſtituatur a/b/g,per vigeſimamtertiam primi. producatúrque b/g/in latus a/c: cùm enim angulus a/b/c,

Prima theorematis, ſiue hypotheſis pars.



Demonstratio eiusdē primæ partis, ab impossibili.

datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/ inter a/b/ & b/c/ latera. His ita constructis, quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d, & qui sub a/b/g/ ei qui sub d/e/f/

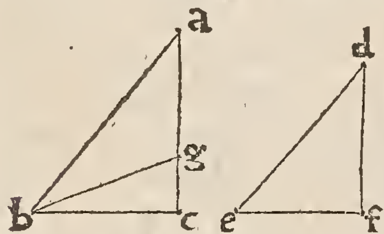


æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundę primi, & tertiam communem sententiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/ triangulū, ipsi d/e/f/ triangulo æquiangulum. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ circum æquales angulos: sicut quidem d/e/ad e/f, sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad e/f, sic receptū est a/b/ad b/c. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaq; a/b, ad vtranq; ipsarum b/c/ & b/g, eādem habet rationem: ęqualis erit igitur b/c/ ipsi b/g, per nonā ipsius quinti. Hinc per quintā primi, angulus b/c/g, angulo b/g/c/ erit æqualis. Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est: & b/g/c/ propterea angulus, recto minor erit. Et quoniam angulus qui ad f/ recto minor est, & ei æqualis est a/g/b, & b/g/c/ itidem recto minor (vti nūc ostēsum est) duo itaq; anguli b/g/a, & b/g/c, à recta b/g/ super a/c/ incidente causati, duobus rectis erunt minores: cōtra decimātertiam primi. Nō est igitur a/b/c/ angulus, maior angulo d/e/f. haud dissimiliter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c, ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/ (vti suprà) cōcludetur æqualis: & triangula cōsequenter a/b/c/ & d/e/f, inuicem æquiāgula.

| a/b. b/c | d/e. e/f | a/b. b/g |

Secunda pars theorematis, siue hypothesis differētia.

¶ Sed esto simul vterque eorum qui ad c/ & f/ sunt angulorum, nō minor recto: hoc est, aut vterque rectus, vel vterque recto maior. Si vterque rectus extiterit (cum recti omnes, per quartum postulatum sint adinuicem æquales) statim cōcludetur propositionis intētum. Quòd si vterq; fuerit recto maior: aio nihilominus triangula a/b/c/ & d/e/f, esse inuicem æquiāgula. Constructis nanq; (veluti suprà) figuræ partibus: haud dissimiliter ostendemus, b/c/ atq; b/g/ latera, esse inuicem æqualia: & angulum propterea b/c/g, angulo b/g/c/ per quintam primi respondēter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/ maior est recto: & eodem recto maior erit angulus b/g/c. Trianguli itaq; g/b/c, duo anguli b/c/g/ & b/g/c/ binis rectis erunt maiores: quod per decimamseptimam primi est impossibile. Non est igitur a/b/c/ angulus, maior angulo d/e/f: neq; eodē angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c, ipsi d/e/f: & reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/ consequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/c/ & d/e/f/ triangula: & æquales habent angulos, circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

ΕΑν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.



SI in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpen- 8
dicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

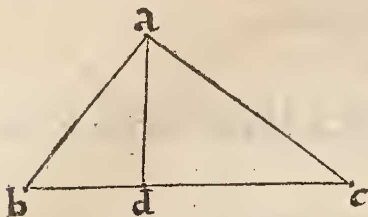
ORONTIVS. ¶ Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulum qui sub b/a/c/ rectum: & à dato puncto a, super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d, per duodecimam primi. Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/ triangulum: ipsúmque in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra, producto b/c/ latere vsque ad ipsam perpendicularem, triangulum efficeretur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrū laterum aut a/b/ aut a/c/ poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores; contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/ triangulum.

Nota de casū ipsius perpendicularis.

Quòd triangulum a/b/d: simile sit toti a/b/c.

Aio itaq; a/b/d/ & a/d/c/ triangula, toti a/b/c, atque inuicem fore similia. ¶ In primis quòd triangulum a/b/d, simile sit toti a/b/c: in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b, æquus est angulo b/a/c, per quartum postulatum, nempe rectus recto. & angulus qui ad b, vtriq; triangulo cōmunis. Ergo reliquus a/c/b, reliquo

b/a/d, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communẽ sentẽtiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/& a/b/d/triangula : & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, per quartã huius sexti. Sicut igitur b/c/ad c/a, trianguli a/b/c: sic b/a/ad a/d, trianguli a/b/d. sicut preterea c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/ trianguli: sic a/d/ad d/b, ipsius a/b/ d/ trianguli. sicut demum c/b/ad b/a, eiusdẽ trianguli a/b/c: sic a/b/ad b/d, eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triãgulum a/b/d, toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem. ¶Haud dissimili via ostẽdemus, triangulum a/d/c/ipsi toti a/b/c/fore simile. Rectus enim angulus a/d/ c, recto b/a/ c, per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus, vtriq; rursum triangulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus, reliquo a/b/c (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erũt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ad c/d, trianguli a/d/c. sicut rursum c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/triãguli: sic c/d/ad d/a, ipsius a/d/c/trianguli. sicut præterea c/b/ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ad a/d, eiusdẽ trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionẽ huius sexti.



Qz eidẽ triã gulo a/b/c: simile sit a/d/c/ triangulum.

¶Reliquum est, demonstrare quòd ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus, haud difficilè colligemus. Angulus enim b/a/d, angulo qui ad c/præostensus est æqualis: & is qui ad b, ipsi d/a/c. reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/anguli: & proinde æquales adinuicẽ, per idem quartũ postulatum. Aequiangulum est itaq; a/b/d/triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad c/d, sic b/a/ad a/d. sicut præterea c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b. sicut demum c/a/ad a/d, sic a/b/ad b/ d. Proportionalia nanque sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sępius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo, ab angulo recto: &c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Quòd a/b/d, & a/d/c/triangula, sunt adinuicem similia.

¶*Corollarium.*

¶Et quoniã ostẽsum est sicut c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b: sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d: sicútque b/c/ad c/a, sic a/c/ad c/d . Proinde manifestum est, quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpẽdicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta: & vnumquodq; præterea laterum rectum cõtinentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congreditur latere.

¶*Notandum.*

¶Ex hoc corollario fit pendenter manifestum, qualiter datis binis lineis rectis duæ medię lineæ rectæ in eadem ratione cõtinuè proportionales reperiantur. vt in nostra Circuli quadratura demonstrauimus.

Πρόβλημα α, Πρότασις θ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσαχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

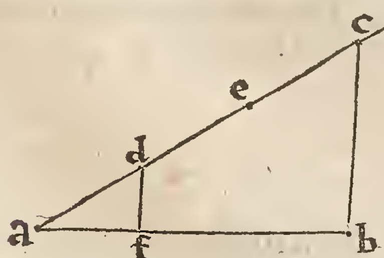
Problema 1, *Propositio* 9.

9 DAta recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmeticis : vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea recta a/b: à qua sit operæpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiã abscindere partem. A dato itaque puncto a, recta quædam linea producatur a/c, contingentem qui sub b/a/c/cum eadem efficiens angulum. Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctum versus a/suscipiatur: sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d/æquales d/e/& e/c, per tertiam primi: & connectatur recta b/c, per primum postulatum. Tandem per punctum d, ipsi b/c/parallela ducatur d/f, per trigesimãprimam eiusdẽ primi. Triãgulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b / acta est parallela d / f: secat igitur d/f/ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundã huius sexti, sicut quidẽ c/d/ad d/a, sic b/f/ad f/a. Et à cõposita igitur ratione, sicut c/a/ad a/d, sic b/a/ad a/f: per decimãoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ipsius a/d:

Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.



& a/b/igitur ipſius a/f/itidem erit tripla,& proinde a/f/tertia pars ipſius a/b. Data itaque recta linea a/b,ordinatam partem(nempe tertiam)abſcidimus.Quod facere oportebat.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις ι.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

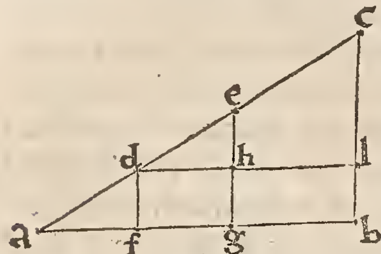
Problema 2, Propoſitio 10.



Atam rectam lineam non ſectam,datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare. 10

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/data & inſecta linea recta, a/c/verò vtcunque ſecta in punctis d/& e. Componantur autem a/b/& a/c/datæ rectæ lineæ,ad contingentem angulum qui ſub b/a/c:& connectatur recta b/c, per primum poſtulatum. Per puncta conſequenter d/& e,ipſi b/c,parallelæ ducãtur rectæ lineæ d/f/ & e/g: itidem & per punctum d,ipſi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigeſimãprimam primi,diuidens e/g/ in puncto h. Parallelogramma ſunt itaque,d/g/& h/b:& æqualis propterea f/g/ipſi d/h,& g/b/ipſi h/l, per trigeſimamquartam ipſius primi. His ita præmiſſis,quoniã trianguli a/e/g,ad latus e/g/acta eſt parallela d/f: ſecat igitur d/f/ipſius trianguli latera proportionaliter,per ſecundam huius ſexti.Et ſicut igitur a/d/ad d/e, ſic a/f/ad f/g.Inſuper quoniam triãguli d/c/l, ad latus c/l/acta eſt parallela e/h: fit rurſum per eandem ſecundam huius ſexti, ſicut d/e/ad e/c, ſic d/h/ad h/l. Ipſi verò d/h/æqualis oſtenſa eſt f/g,atque ipſi h/l/æqualis g/b.Aequales porrò ad eaſdem, eandem habent rationem,& eædem ad æquales:per ſeptimam quinti. Sicut itaque d/e/ad e/c,ſic f/g/ad g/b.Præoſtenſum eſt autẽ,ſicut a/d/ad d/e,ſic a/f/ad f/g.Et ſicut igitur a/d/ad d/e,ſic a/f/ad f/g:ſicútq; d/e/ad e/c,ſic f/g/ad g/b.Data ergo recta linea inſecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunque ſectæ a/c,ſimiliter ſecatur.Quod faciendum receperamus.

Problematis oſtenſio.





Πρόβλημα γ, Πρόθεσις ια.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

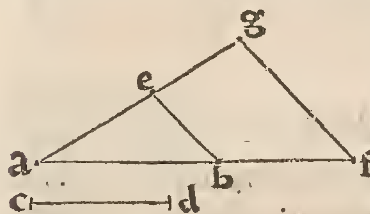
Problema 3, Propoſitio 11.



Vabus datis rectis lineis,tertiam proportionalem inuenire. 11

ORONTIVS. ¶Sint datæ bine rectæ lineæ a/b / & c/d, quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem.Ad datum itaque punctum a,datæ rectæ lineæ c/d/æqualis recta linea ponatur a/e,per ſecundam primi,cõtingentem qui ſub e/a/b/efficiens angulum.Et ipſis a/b/& a/e/in continuum rectúmque ad f/& g/puncta productis:vtriq; ipſarum c/d/& a/e/æqualis abſcindatur b/f,per tertiam ipſius primi:cõnectatúrque recta b/e, per primum poſtulatum. Per trigeſimam deinde primã eiuſdem primi: per datum pũctum f,ipſi b/e/parallela ducatur f/g,conueniens cum a/e/ad punctum g.Coueniunt enim tandem per quintum poſtulatum : propterea quòd anguli e/a/b/& a/b/e/trianguli a/e/b, ſunt per decimamſeptimam primi binis rectis minores, & ipſi angulo a/b/e/interior, & ad eaſdem partes qui ad f/ per vigeſimamnonam ipſius primi æqualis. His ita conſtructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta eſt parallela b/e: ſecat igitur b/e/ipſius a/g/f/trianguli latera proportionaliter,per ſecundam huius ſexti,ſicut quidẽ a/b/ad b/f,ſic a/e/ad e/g. Aequalis porrò eſt c/d/vtriq; ipſarũ a/e/& b/f/per conſtructionem:& æquales ad eandem,eãdem habent rationem, & eadem ad æquales,per ſeptimam quinti.Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic eadem c/d/ad e/g. Datis itaque binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta eſt e/g.Quod oportuit feciſſe.

Conſtructio figuræ.



Demonſtratio problematis.

Πρόβλημα δ, Πρόθεσις ιβ.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propoſitio 12.

TRribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

ORONTIVS.¶Sint datæ tres lineę rectę a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem.Conſtituantur itaque binæ quædam rectæ lineæ d/e,

Figuræ præparatio.

atque d/f,contingentem qui ſub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrque per tertiam primi, ipſi a/æqualis d/g, ipſi verò b/æqualis g/e,& ipſi c/æqualis d/h. Et connexa g/h,per primum poſtulatum:ducatur e/f/ipſi g/h/parallela,per trigeſimāprimam ipſius primi. Per ſecundum tandem poſtulatum ipſæ d/h/ & e/f/in continuum rectúmque,producantur:donec conueniant ad punctum f. Concurrent enim tandem: quemadmodùm ex præcedēti potes elicere demonſtratione. His in hunc modum pręparatis,quoniam triangulum eſt d/f/e,& ad latus e/f/acta eſt parallela g/h: proportionalia itaq; ſunt reliquorum laterum ſegmēta, per ſecundam huius ſexti, ſicut d/g/ad g/e, ſic d/h/ad h/f. Ipſi porrò d/g/æqualis eſt a, & b/ipſi g/e, atque c/ ipſi d/h/æqualis,per conſtructionem. Aequales autem,ad eandem eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/ad b,ſic c/ad h/f. Tribus itaque rectis lineis datis,a,b,c:quartam inuenimus proportionalem h/f. Quod faciendum fuerat.

Demōſtrationis reſolutio.

Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ιγ.


Υο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5, Propoſitio 13.

13 
Vabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ,a/b/& c/d : inter quas receptum ſit,mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earum,vtpote a/b/in rectum & continuum verſus e, per ſecundum poſtulatum : & abſcindatur b/e/ipſi c/d / æqualis, per tertiam primi. Et diuiſa a/e/bifariam, per decimam ipſius primi:deſcribatur ad alterutrius partis interuallum ſemicirculus a/f/e,per tertium poſtulatum. A puncto deniq; b,perpendicularis excitetur b/f,per vndecimam primi:& cōnectantur a/f/& f/e/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. His ita conſtructis, quoniam trianguli a/f/e/angulus qui ad f/eſt in ſemicirculo : is propterea rectus eſt,per trigeſimāprimam tertij. Rectangulum eſt itaque a/f/e/triangulum, & ab angulo recto qui ad f/in baſin a/e/ perpēdicularis demittitur f/b. Eſt igitur ipſa perpendicularis f/b,media proportionalis inter a/b/& b/e/ipſius baſis ſegmēta, per primam partē corollarij octauæ huius ſexti. Eſt igitur vt a/b/ ad b/f,ſic b/f/ad b/e. Ipſi porrò b/e/æqualis eſt c/d,per conſtructionem:& æquales ad eādem,eandem habent rationem, & eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad b/f,ſic b/f/ad/c/d. Binis itaque rectis lineis datis, a/b/& c/d,media proportionalis inuenta eſt b/f. Quod oportebat facere.

Conſtructio figuræ.

Sūmaria problematis oſtēſio.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ιδ.

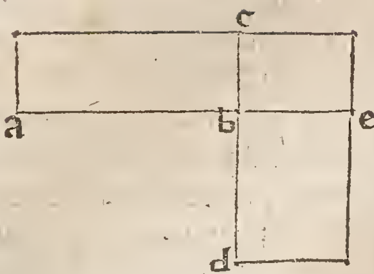
ΤΩν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας : καὶ ὧν παραλληλογράμμων, μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 9, Propoſitio 14.

14 AEqualium & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum:reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habētium,reciproca ſunt latera, quæ circū æquales angulos:ea quoque ſunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem ęqualia,a/b/c/& d/b/e, angulum qui ſub a/b/& b/c,ei qui ſub d/b/& b/e/cōtinetur æqualem habētia. Dico ipſorum parallelogrammorū a/b/c/& d/b/e/latera, quæ circū æquales angulos fore reciprocè proportionalia:ſicut quidē a/b/ad b/e,ſic d/b/ad b/c. Cōſtituantur enim a/b/& b/e/latera in directū: hoc autem fiet, cùm anguli a/b/c / & c/b/e/fuerint æquales duobus rectis, per decimam quartam primi. In directū quoq; tunc erit d/b/ipſi b/c, per eandem propoſitionem: anguli enim d/b/e/& e/b/c,binis itidem rectis, per primam & ſecundam communem ſentētiam,

Pars prima theorematis.



Eiusdẽ primæ partis ostẽsio.

erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/parallelogrammum: productis in continuum rectúmq; datorum parallelogrammorum lateribus, per secundum postulatum. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammum, æquale sit per hypothesin ipsi d/b/e/ parallelogrammo, & c/b/e/aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt a/b/c/parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/b/e, sic parallelogrãmum d/b/e/ad idem c/b/e/parallelogrãmum. Aequales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porrò a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e, sic per primam huius sexti, basis a/b/ad basin b/e: sub eadem enim sunt altitudine, ipsa a/b/c/& c/b/e/parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b, ad basin b/e: sic per vndecimam quinti, d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum c/b/e: sic basis d/b, ad basin b/c. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti, a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Datorum itaq; parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.





Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

℄ Sed esto vt qui ad b/sunt anguli æquales sint adinuicem, & circum eosdẽ æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio versa vice, quòd a/b/c/parallelogrammum, æquum est ipsi d/b/e/parallelogrammo. Receptũ est enim ex hypothesi, vt a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b, ad b/e: sic per primam huius sexti, parallelogrammum a/b/c, ad c/b/e/parallelogrãmum. Et sicut igitur a/b/c/ parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/b/e: sic per vndecimam quinti, d/b/ad b/c. Sicut rursum d/b, ad b/c: sic per eãdem primam huius sexti, parallelogrammum d/b/e, ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimã quinti, a/b/c/parallelogrãmũ, ad c/b/e/parallelogrammum: sic parallelogrammum d/b/e, ad idem c/b/e/parallelogrãmum. Vtrunq; igitur a/b/c/& d/b/e/parallelogrammum, ad idem parallelogrammum c/b/e/ habet eandem rationem: æquum est itaque a/b/c/parallelogrammum, ipsi d/b/e/parallelogrammo, per nonam ipsius quinti. Aequalium igitur, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum: & quę sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.





Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιε.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

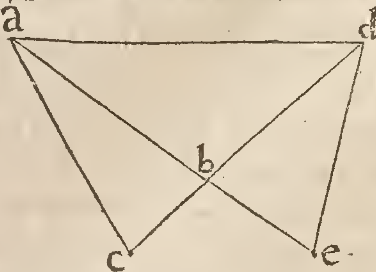
Theorema 10, Propositio 15.



AEqualium & vnũ vni æqualem habẽtium angulum triãgulorum: reciproca sunt latera, quæ circũ æquales ãgulos. Et quorum vnum vni angulũ æqualem habẽtium triãgulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia. 15

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ℄ Sint bina & inuicem æqualia triangula a/b/c/& d/b/e, angulũ qui sub a/b/& b/c, ei qui sub d/b/& b/e/ cõtinetur æqualem habẽtia. Dico latera ipsorũ a/b/c/& d/b/e/ triangulorũ, quæ circum eosdẽ æquales sunt angulos, fore reciprocè proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c.



Collocẽtur enim a/b/& b/e/latera in directũ, & d/b/ipsi b/c: quemadmodùm præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorũ deductũ est lateribus. Connectatur demum recta a/d, per primũ postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquum est a/b/c/

triangulum,ipſi triangulo d/b/e : & a/b/d/aliud quoddam vtrique cõparabile triangulum. Et ſicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c,ſic idem triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e:eadem enim magnitudo , ad æquales eandem habet rationem,per ſeptimam quinti.Sicut porrò triãgulum a/b/d/ad triãgulum d/b/e,ſic per primam huius ſexti,a/b/ad b/e . Et ſicut igitur per vndecimam quinti,a/b/ad b/e,ſic a/b/d/triangulum ad triangulum









a/b/c.Rurſum,vt triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c: ſic per eandem primam huius ſexti,d/b/ad b/c.Ergo ſicut a/b/ad b/e,ſic d/b/ad b/c , per ipſam vndecimam quinti. Triãgulorũ itaq; a/b/c/& d/b/e,latera quæ circum æquales angulos reciprocè ſunt proportionalia : per ſecundam huius ſexti diffinitionem. ¶Sed receptum ſit angulos qui ad b/fore inuicẽ æquales, & quæ circum eoſdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c.Aio quòd a/b/c/triangulum,ęquum eſt ipſi d/b/e/triangulo. Eſt enim ex hypotheſi,ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c. Sed ſicut a/b/ad b/e:ſic a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e,per primam huius ſexti.Et ſicut igitur d/b/ad b/c : ſic per vndecimam quinti,a/b/d/triangulũ,ad triãgulum d/b/e. Sicut rurſum d/b/ad b/c:ſic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c , per ſæpius allegatam primam huius ſexti. Et proinde ſicut a/b/ d/triangulum, ad triangulum a/b/c:ſic per vndecimã ipſius quinti,idem a/b/d/triãgulum,ad triãgulum d/b/e.Ad quas porrò magnitudines,eadem magnitudo eandẽ habet rationem:ipſæ per nonam eiuſdem quinti,ſunt æquales.Aequum eſt igitur a/b/c/triãgulum,ipſi triãgulo d/b/e. Aequalium itaq; & vnum vni æqualem habentium angulum:&c.vt in theoremate.Quod oportebat demonſtrare. *Pars ſecunda, conuerſa primæ.*

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ις.

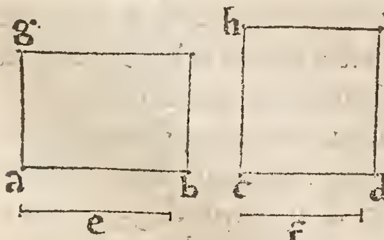
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 11, Propoſitio 16.

16 

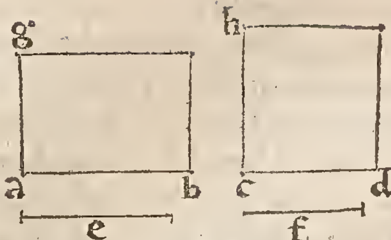
I quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint : quod ſub extremis comprehenſum rectangulum,æquum eſt ei,quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis cõprehenſum rectangulum,æquum fuerit ei,quod ſub medijs cõtinetur rectangulo:quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint datæ quatuor rectæ lineæ diſcõtinuè proportionales a/b,c/d,e, & f:ſicut a/b/ad c/d,ſic e/ad f.Aio quòd ſub extremis a/b/& f/comprehẽſum rectãgulum, æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/& e/rectãgulo continetur. A datis enim punctis a/& c/ datarũ linearum a/b/& c/d,perpendiculares excitẽtur a/g/& c/h,per vndecimã primi:ſecentúrq; a/g/æqualis ipſi f,& c/h/æqualis ipſi e,per tertiam ipſius primi propoſitionẽ.& ductis vtrinq; parallelis,per trigeſimam eiuſdem primi:compleantur g/b,& h/d/parallelogrãma. Et quoniã receptum eſt vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f.Ipſi porrò e/æqualis eſt c/h,& ipſi f/æqualis a/g,per conſtructionem:& æquales ad eandem, eãdem habent rationem,per ſeptimam *Primæ partis demonſtratio.*



quinti.Eſt igitur vt a/b/ad c/d,ſic c/h/ad a/g . Parallelogrammorum itaque g/b/ & h/d, latera quæ circum æquales ſunt angulos(vtpote rectos qui ad a/& c) reciprocè ſunt proportionalia . Aequum eſt proinde g/b/parallelogrammum,ipſi h/d/parallelogrammo, per ſecundam partem decimæquartæ propoſitionis huius ſexti . Eſt autem g/b/parallelagrammum id quod ſub a/b/& f , parallelogrammum verò h/d/id quod ſub c/d/& e/continetur rectangulum : æqualis eſt enim c/h/ipſi e, & a/g/ipſi f , per conſtructionem. Comprehẽſum itaq; ſub extremis a/b/& f/rectãgulum, ei ꝙ ſub medijs c/d/& e/cõtinetur

secundæ partis conuersæ prioris, ostensio.



rectangulo, est æquale. ¶Esto nunc vt ipsum g/b/sub extremis comprehensum rectangulum, æquum sit h/d/rectangulo, quod sub medijs c/d/& e/continetur. Dico versa vice, quatuor ipsas rectas lineas fore inuicē proportionales. Eadem nāq; manēte constructione, quoniam g/b/est id quod sub a/b/& a/g, ipsum verò h/d/id quod sub c/d/& c/h/continetur rectangulum, per primam diffinitionem secundi:& e/ipsi c/h, atq; f/ipsi a/g, per cōstructionē æqualis. Est itaq; g/b/id quod sub a/b/& f, necnō & h/d/id quod sub c/d/& e/comprehēditur rectāgulum. Sed id quod sub a/b/& f/comprehēditur rectāgulum, æquum est ei per hypothesin quod sub c/d/& e/cōtinetur rectāgulo. Aequū est igitur g/b/rectāgulum, ipsi rectāgulo h/d:& angulus qui ad a/ angulo qui ad c/æqualis, per quartū postulatū, nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorū, reciproca sunt latera quæ circū æquales angulos, per primam partem ipsius decimæquartæ huius sexti. Et sicut igitur a/b/ad c/d, sic c/h/ad a/g. Ipsi porrò c/h/æqualis est e, & f/ipsi a/g, per ipsam constructionē: æquales præterea ad eandem, eādem habēt rationē, & eadē ad æquales, per septimā quinti. Est igitur vt a/b/ad c/d, sic e/ad f. Si quatuor itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιζ.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

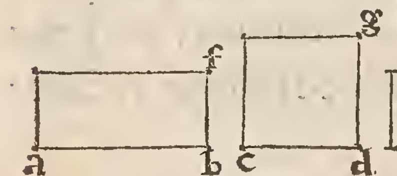
Theorema 12, Propositio 17.



SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehēsum rectangulū, æquū est ei quod à media fit quadrato. Et si quod sub extremis cōtinetur rectāgulū, æquū fuerit ei quod à media fit quadrato: ipsæ tres rectę lineæ proportionales erunt. 17

ORONTIVS. ¶Sint tres rectę lineę cōtinuè proportionales a/b, c/d, & e: sicut a/b/ad c/d, sic c/d/ad e. Dico quòd sub a/b/& e/comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media c/d/fit quadrato. Describatur enim ex a/b/& b/f/quæ sit æqualis ipsi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atque trigesimamprimam primi: ex c/d/verò, quadratum c/g, per ipsius primi quadragesimamsextam. Aequalis erit igitur d/g, ipsi c/d, per ipsius quadrati diffinitionem:& æquales ad eandem, eādem habent rationem, per septimam quinti. Sicut igitur a/b/ad c/d, sic d/g/ad e. Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, sunt discontinuè proportionales. Comprehensum ergo sub extremis rectangulum, æquum est ei quod sub medijs rectangulo continetur: per primam partem antecedentis decimæsextæ propositionis. Sed rectangulum a/f, est id quod sub a/b/& e, nam b/f/est æqualis ipsi e, per constructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/quadratum. Quod igitur sub extremis a/b/& e/comprehenditur rectangulum, æquū est ei quod à media c/d/fit quadrato. ¶Sed detur, vt id quod sub a/b/& e/continetur rectangulum, æquum sit ei quod ex c/d/fit quadrato. Aio respondenter, fore sicut a/b/ad c/d, sic c/d/ad e. Eisdem nanque veluti suprà cōstructis: quoniam id quod sub a/b/& e/continetur rectangulum, æquum est ei per hypothesin quod ex c/d/fit quadrato. Sed ei quod sub a/b/& e/continetur rectangulo, æquum est rectāgulum a/f, (æqualis siquidem est b/f/ipsi e, per cōstructionem)& c/g, id quod ex c/d/fit quadratum. Aequū est igitur a/f/rectāgulum ipsi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/sub duabus rectis lineis c/d/& d/g, per primam diffinitionem secundi continetur. Quatuor itaque sunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f:& quod sub extremis a/b/& b/f/rectangulum cōtinetur, æquum est ei quod sub medijs c/d/& d/g/comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque sunt eædem quatuor rectæ lineæ, per secundam partem ipsius antecedentis decimæsextæ propositionis: sicut a/b/ad c/d, sic d/g/ad b/f. Sed e/ipsi b/f/per constructionem est æqualis: & c/d/ipsi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eādem habēt rationem, & eædem ad æquales, per septimā quinti. Est igitur vt a/b/ad c/d, sic eadē c/d/ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint:&c. vt in theoremate. Quod demonstrandum receperamus.

Pars prima theorematis.



secunda pars conuersa primæ.

Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις ιη.

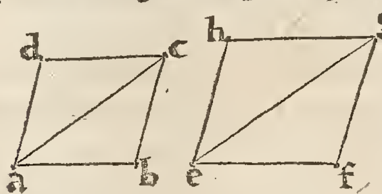
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, Propositio 18.

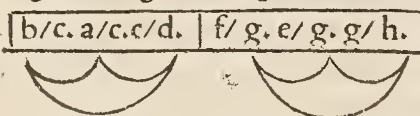
18 Data recta linea: dato rectilineo simile, similitérque positum rectilineum describere.

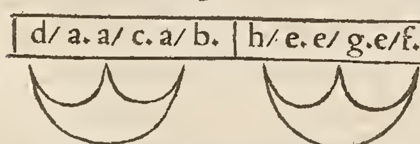
ORONTIVS. ¶Sit datum rectilineum a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel super quam, oporteat ipsi a/b/c/d/ rectilineo simile similitérque positum describere rectilineum. Connectatur itaque a/c/ recta, per primum postulatum. Et ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f: datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigesimamtertiam primi cōstituantur anguli, g/e/f/ quidem ipsi c/a/b, & e/f/g/ ipsi a/b/c. Et quoniam anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimamseptimam primi, sunt minores duobus rectis: & ipsi quoque anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidē rectis sunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectúmque productæ, per quintum postulatum: conueniant itaque ad punctum g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cōmunem sententiam erit æqualis. Aequiangulum est propterea e/f/g/ triangulum, ipsi a/b/c/ triangulo. Ad datam rursum lineam rectam e/g, & data illius pūcta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem vigesimamtertiam primi constituantur, h/e/g/ quidem ipsi d/a/c, & e/g/h/ ipsi a/c/d. & producantur e/h/ & g/h, per secundum postulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaque reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ cōsequēter ęqualis: & proinde e/g/h/ triāgulum, ipsi a/c/d/ triangulo æquiangulum. Aequiangulum insuper est e/f/g/ triangulū, ipsi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circū æquales angulos, per quartam huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g. sicut insuper b/c/ ad a/c, sic f/g/ ad e/g. sicut præterea a/c/ ad c/d, sic e/g/ ad g/h. Et ex æquali igitur, per vigesimamsecundam quinti, sicut b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h. Rursum est sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e. & sicut d/a/ ad a/c, sic h/e/ ad e/g. sicútque a/c/ ad a/b, sic e/g/ ad e/f. Et ex æquali rursum, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ est æqualis, & h/e/g/ ipsi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per secundam communem sententiam æqualis est. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ respondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis ostensus est. Aequiangulum est itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipsi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circum æquales sunt angulos, cum eodem habet proportionalia: sicut a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g: sicut item b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h: & sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e: sicut denique d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Simile est itaque rectilineum e/f/g/h, ipsi rectilineo a/b/c/d, atque similiter positum: per primam huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, simile similitérque positum rectilineum descriptum est e/f/g/h. Quod fecisse oportuit.

Descriptio propositi rectilinei.



Problematis ostensiua resolutio.





Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιθ.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

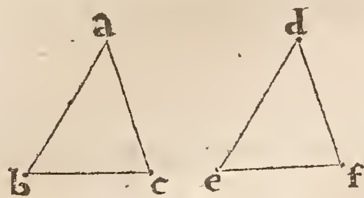
Theorema 13, Propositio 19

19 Similia triangula: adinuicem in duplo maiore sunt ratione laterum similis rationis.

ORONTIVS. ¶Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habētia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & sicut a/b/ ad b/c, sic d/e/ ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/ duplo maiorē habere rationē, quàm latus b/c/ ad latus e/f: hoc est, quòd ratio ipsius a/b/c/ trianguli ad triangulum d/e/f, ex ratione lateris b/c/ ad latus e/f/ per seipsam

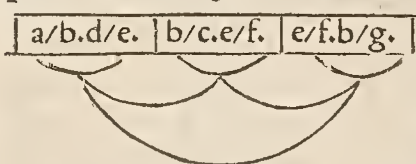
Prima ostensionis differentia.

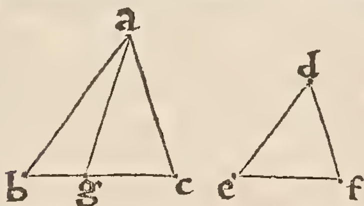
multiplicata consurgit. In primis itaq; aut b/c/est æqualis ipsi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut a/b/ad e/f, sic d/e/ad b/c. ęquales enim ad eādē, eādē habent rationem, & eadem ad æquales, per septimā quinti. Et proinde triāgula a/b/c/& d/e/f, habebunt vnum angulum vnī angulo æqualem: & quæ circū æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequū erit itaq; triangulum a/b/c/ipsi triangulo d/e/f, per secundam partem decimæquintę huius sexti: sicuti & basis b/c, basi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterum b/c/& e/f/duplicata, id est, per seipsam multiplicata consurgit. Quantitates enim duarum rationū ęqualitatis, per quintā diffinitionem huius sexti inuicem multiplicatæ: restituunt æqualitatis itidem quantitatem.



Secunda eiusdem ostensionis differētia.

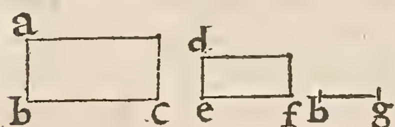
¶At si b/c/fuerit inæqualis ipsi e/f, altera earum erit maior. Esto b/c, ipsa e/f/maior. Et ipsis b/c/& e/f, tertia suscipiatur proportionalis b/g, per vndecimam huius sexti: sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum postulatum (cùm enim b/c/maior sit e/f, multò maior erit igitur ipsa b/g: poterit itaq; b/g/secari ab eadem b/c) Et quoniam est vt a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per sedecimā quinti, sicut a/b/ad d/e, sic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: & proinde sicut a/b/ad d/e, sic per vndecimā quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/& d/e/f, vnū angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca sunt latera quæ circū æquales angulos. Aequum est itaq; a/b/g/triāgulum, ipsi triāgulo d/e/f, per secūdam partem quindecimæ huius sexti. Rursum quoniam est sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: tres itaque rectæ lineæ sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplo maiorem rationem habet, quam ad secundam: per decimam ipsius quinti diffinitionem. Sed sicut prima b/c/ad tertiam b/g, sic a/b/c/triangulum ad triangulum a/b/g, per primam huius sexti: sub eodē enim sunt vertice, atque in eadem altitudine ipsa triāgula. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum a/b/g, duplo maiorem rationem habet quàm b/c/ad e/f. Ipsi porrò a/b/g/triangulo, æquum est triangulum d/e/f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per septimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplo maiorē rationem habet quam b/c/ad e/f: hoc est, ex duabus rationibus b/c/ad e/f/inuicem multiplicatis consurgentem. Similia itaque triangula, in duplo maiore ratione sunt laterum similis rationis. Quod demonstrandum receperamus.





¶Corollarium.

¶Fit proinde manifestum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod à prima describitur rectangulum, ad simile similiterq; positum rectangulum quod à secunda. Ostensum est enim sicut b/c/ad b/g, sic a/b/c/triāgulum ad triangulū a/b/g. Et sicut igitur b/c/ad b/g, sic a/c/rectangulum ad d/f/rectāgulum. Omne siquidē rectangulum, diuisibile est in duo similia & æqualia triangula, per trigesimamquartam primi. Quicquid igitur de triangulo ad triangulum præostensum est: id per decimamquintam quinti de trianguli similibus & æqualibus ad similia & æqualia triangula relatis, subsequi necessum est.



Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις κ.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

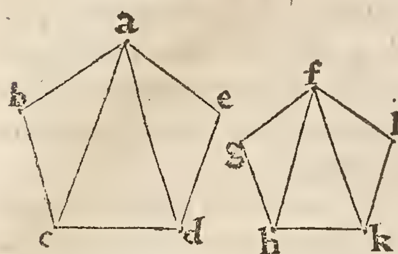
Theorema 14, *Propositio* 20.



Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplo maiorem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus. 20

ORONTIVS. ¶Sint bina & similia polygona a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l: habētia angulū qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & sic

de cæteris:sitque vt latus a/b/ad b/c,sic f/g/ad g/h,sicútque b/c/ad c/d,sic g/h/ad h,k,& deinceps ita,seruata laterum & angulorũ respondentia. Dico primùm,quòd ipsa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona,in similia & æqualia numero diuidũtur triangula. Cõnectãtur enim a/c/& a/d,necnõ f/h/& f/k/lineæ rectæ,per primũ postulatum. Et quoniam per hypothesin (hoc est,datã polygonorum similitudinem) angulus qui ad b/æquus est angulo qui ad g,& *Prima theorematis pars.*



sicut latus a/b/ad b/c,sic f/g/ad g/h:fit vt bina triangula a/b/c/ & f/g/h,habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea a/b/c/& f/g/h/triangula , per sextam huius sexti: & æquales habẽt angulos,sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur,vtpote angulũ b/a/c/angulo g/f/h,& angulũ b/c/a/ ipsi g/h/f. Hinc per quartam eiusdem sexti,proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos:& similis rationis,quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. sicut igitur a/c/ad b/c,sic f/h/ad g/h. Sed per hypothesin,vt b/c/ad c/d,sic g/h/ad h/k. Et ex æquali igitur,sicut a/c/ad c/d:sic f/h/ad h/k,per vigesimãmsecundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c/d,toti angulo g/h/k,per hypothesin est æqualis,& angulus b/c/a,ipsi g/h/f/æqualis nunc ostensus est:reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k,per tertiam communẽ sentẽtiam est æqualis. Triangula itaque a/c/d/& f/h/k, habent rursum vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia:æquiangula sunt igitur a/c/d/& f/h/k/triangula, per eandem sextam huius sexti. Et per quartam ipsius sexti,latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum a/d/e,triangulo f/k/l/fore æquiangulum : & proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera . Simile est itaque a/b/c/triangulum ipsi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipsi/f/h/k, necnon a/d/e/ ipsi triangulo f/k/l: per primam huius sexti libri diffinitionem. Data igitur a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l/polygona,in similia & æqualia numero triangula diuiduntur.



¶Dico insuper,quòd ipsa triangula sunt inuicem,atque totis ipsis polygonis proportionalia : sicut triangulum a/b/c/ ad triangulum f/g/ h, sic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l/ triangulum:sicútque a/b/c/triangulum ad ipsum triangulum f/g/h, sic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonum f/g/h/k/l. Cùm enim a/b/c/triangulum simile sit f/g/h/triangulo,sintque a/c/& f/h/similis rationis latera:triangulum igitur a/b/c/ad triangulum f/g/h,duplo maiorem rationem habet,quàm latus a/c/ad latus f/h, per antecedentem decimamnonam propositionem. Et proinde triangulum a/c/d, ad triangulum f/h/k/duplo itidem maiorem rationem habet,quàm idem latus a/c/ad latus f/h. Quę autem eidem sunt eædem rationes,adinuicem sunt eædem:per vndecimam quinti. Et sicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h,sic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rursum quoniam triangulum a/c/d/simile est triangulo f/h/k,& latus a/d/similis rationis cum f/k:triangulũ propterea a/c/d,ad triangulum f/h/k/duplo maiorem rationem habet, quàm latus a/d/ad latus f/k/per ipsam antecedentem decimamnonam huius sexti. Et triangulum cõsequenter a/d/e,ad triangulũ f/k/l/duplo itidẽ maiorẽ rationẽ habet,quàm idem latus a/d/ad ipsum latus f/k. Et sicut igitur a/c/d/triangulum,ad triangulum f/h/k:sic per eandem vndecimam *Pars secunda theorematis.*

| a/b/c/ | f/g/h | a/c/d. f/h/k | a/d/e. f/k/ |

quinti, triangulum a/d/e/ ad triangulum f/k/l. Sicut porrò a/c/d/ad f/h/k,sic patuit a/b/c/triangulum, ad triangulum f/g/h. Et sicut igitur,per vndecimã ipsius quinti,triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h:sic triangulum a/d/e/ad triãgulum f/k/l. Proportionalia itaque sunt ipsa nuper expressa triangula:sicut a/b/c/ad f/g/h,sic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l. Est igitur per duodecimam quinti,sicut vnum antecedẽtium ad vnum consequentium:sic omnia antecedentia,ad omnia consequentia. Sicut itaque triangulum a/b/c, ad triangulum f/g/h: sic a/b/c/d/e/polygonum,ad polygonũ f/g/h/k/l. Sunt igitur ipsa triangula tum inuicem,tum ipsis totis polygonis proportionalia.

Sicut	a/b/c.	ad	f/g/h.
sic	a/c/d.		f/h/k.
&	a/d/e.		f/k/l.

¶Aio demũ,quòd polygonũ a/b/c/d/e,ad f/g/h/k/l, duplatam rationem habet,quam latus a/b/ad similis rationis latus f/ g. Ostensum est enim vt triangulum a/b/c,ad triangulum f/g/h:sic a/b/c/d/e/polygonũ,ad polygonũ f/g/h/k/l. Sed triangulum a/b/c,ad triangulum f/g/h/duplo maiorẽ rationem habet,quàm a/b/latus ad similis rationis latus f/g,per antecedentem decimamnonam propositionem huius sexti: simile nanque ostensum est a/b/c/triangulum, ipsi f/ g/ h/triangulo. Et polygonum igitur *Tertia pars.*

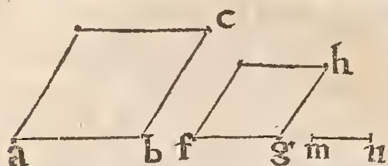
a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplo maiorem rationem habet, quàm latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaque polygona:&c.vt in theoremate.Quod fuerat ostendendum.

¶Corollarium primum.

¶Fit itaque generaliter manifestum , quòd similes quæcunque rectilineæ figuræ, in duplo maiore ratione sunt adinuicem similis rationis laterum:id est , quod ratio similium rectilinearum figurarum,ex duplo maiore similium laterum ratione consurgit.Id enim primò patuit in triangulis,& rectãgulis,siue quadratis:nunc autem in polygonis, & omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.Hic & in similibus quibuscunque propositionibus & corollarijs,per duplo maiorem rationem ipsa ratione data,non eam velim intelligas quæ per duo: sed quæ per seipsam multiplicata consurgit.

¶Corollarium secundum.

¶Sequitur rursum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam,sic descripta super primam vel à prima species rectilinei,ad similem similitérque positam speciem,quæ à secunda vel supra secundam conscribitur.Ostensum est enim polygonum a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationem habere, quam latus a/b/ad latus f/g.Et si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius sexti,vtpote m/n: ipsa a/ b/ad m/ n/ duplam itidem rationem habebit,quam eadẽ a/b/ad f/g,per decimã diffinitionẽ quinti.Et proinde sicut a/b/ad m/n,sic a/b/c/rectilineũ ad simile similitérq; positũ rectilineũ f/g/h.



Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κα.

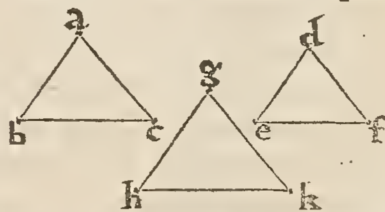
Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

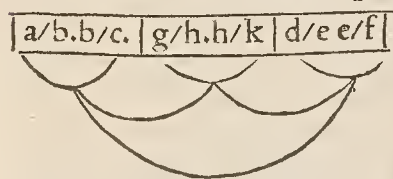
Theorema 15, Propositio 21.



QVæ eidem rectilineo sunt similia:& adinuicem sunt similia. 21

ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea a/ b/ c/& d/ e/ f , eidem rectilineo g/h/k/similia. Dico a/b/c/rectilineum, simile fore rectilineo d/e/f. Cùm enim ex hypothesi a/b/c/& g/h/ k/rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos ęquales ad vnum,& quæ circum ęquales angulos sunt latera proportionalia:per primę diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k,æquiangula erunt,& proportionalium itidem laterum:cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem. Sit vterque angulorum qui ad b/ & e,ipsi angulo qui ad h/æqualis:& sicut g/h/ad h/k,sic a/b/ad b/c,& d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h,& eidem angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e,per primam cõmunem sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c,sic g/h/ad h/k:sicut rursum g/ h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, d/e/ad e/f. Proportionalia itaque sunt latera,quæ circum eosdem æquales angulos qui ad b/& e. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius a/b/c/rectilinei,reliquis angulis ipsius d/e/f/ fore inuicẽ æquales: & circum eosdẽ æquales angulos latera proportionalia.Simile est itaq; a/b/c/ rectilineum, ipsi rectilineo d/e/f,per primam huius sexti diffinitionem.Quod oportebat demonstrare.





Θεώρημα ις, Πρόθεσις κβ.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

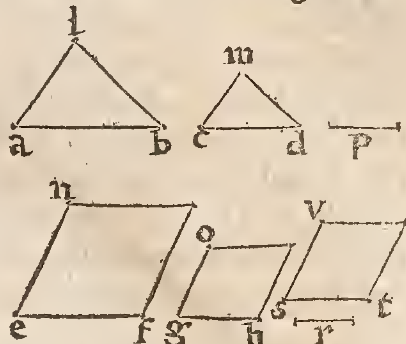
Theorema 16, Propositio 22.



SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint : & ab eis recti- 22
linea similia similitérq; descripta, proportionalia erunt . Et si ab ipsis rectilinea similia similitérq; descripta, proportionalia fuerint:ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima theorematis. ORONTIVS.¶Sint quatuor rectę lineę discõtinuè proportionales a/b,c/d,e/f,& g/h: sicut quidem a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Et per decimamoctauam huius sexti,ab ipsis a/b/

& c/d, similia similitérq; posita rectilinea describātur, l/a/b/ & m/c/d: & per eandē decimā octauā, ab ipsis e/f/ & g/h, alia quędā similia similitérq; posita rectilinea, n/e/f/ & o/g/h. Aio fore sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h. Inueniatur enim ipsis a/b/ & c/d, tertia proportionalis p: ipsis autē e/f/ & g/h, tertia itidem proportionalis r, per vndecimā huius sexti. Cū sit igitur ex hypothesi, vt a/b/ad c/d/ sic e/f/ad g/h: & per cōstructionem, sicut c/d/ad p, sic g/h/ad r. Et ex ęqua igitur ratione, sicut a/b/ad p: sic e/f/ad r, per vigesimāsecundam quinti. Sicut porrò a/b/ad p, sic l/a/b/rectilineum, ad rectilineū m/c/d: per secundū corollariū vigesimæ huius sexti.



| a/b. c/d. p | e/f. g/h. r |

Et sicut igitur l/a/b/rectilineum, ad rectilineum m/c/d: sic per vndecimā ipsius quinti, e/f/ad r. Sicut rursum e/f, ad r: sic, per idem corollarium, rectilineum n/e/f/ad rectilineum o/g/h. Et sicut itaq; l/a/b, ad m/c/d: sic per eandē vndecimā quinti, n/e/f/ad o/g/h.

| l/a/b.m/c/d | a/b. p | e/f. r |

¶Si autē fuerit vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h: dico versa vice, quatuor lineas rectas a/b, c/d, e/f, & g/h, fore proportionales, sicut a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d, & e/f: quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimā huius sexti. Et per decimamoctauā eiusdē sexti, ab eadem s/t, ipsis n/e/f/ & o/g/h/ simile similitérq; positū rectilineum describatur v/s/t. Et quoniā est vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t: & ab ipsis a/b/ & c/d/ similia similitérq; posita describuntur rectilinea l/a/b/ & m/c/d, ab ipsis autem e/f/ & s/t/ similia itidem similitérq; posita rectilinea n/e/f/ & v/s/t. Est igitur per primam partem iam demōstratam huius propositionis, sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad v/s/t. Receptum est autē ex hypothesi, vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h. Et sicut igitur n/e/f/ad o/g/h: sic per vndecimam quinti, n/e/f/ad v/s/t. Eadē itaq; magnitudo n/e/f, ad vtrasq; o/g/h/ & v/s/t, eandem habet rationem. Aequum est igitur rectilineum o/g/h, ipsi v/s/t: per nonā quinti. Est autem & eidem simile, similitérq; positum, per constructionem. Similia porrò similitérq; posita, & inuicem æqualia rectilinea: ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describuntur. Aequalis est igitur s/t/ipsi g/h. Est autem vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t, æqualis ostensa est g/h: & eadem ad æquales, eandem habet rationem, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad c/d: sic e/f, ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Secunda pars conuersa primæ.

| l/a/b.m/c/d | e/f/r | n/e/f.o/g/h |

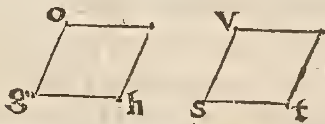
| n/e/f.o/g/h | l/a/b.m/c/d | n/e/f.v/s/t |

Hypothesis.

¶*Lemma siue assumptum.*

¶Quòd autem similia, similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursum æqualia, & similia, similitérque posita rectilinea, o/g/h/ & v/s/t: sítq; vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t. Aio quòd g/h/ & s/t, sunt inuicem æquales. Si nanq; fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h, maior s/t. Et quoniam est vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t: & econtra igitur, vel à conuersa ratione, sicút g/h/ad o/g, sic erit s/t/ad v/s: per corollariū quartæ libri quinti. Sed prima g/h/maior est tertia s/t: & secunda itaque o/g, quarta v/s/maior erit, per decimamquartam ipsius quinti. Binæ itaq; o/g/ & g/h, duabus v/s/ & s/t/erunt maiores: & proinde ipsum rectilineum o/g/h, maius rectilineo v/s/t. quæ enim sub maioribus rectis comprehenduntur, maiora esse necessum est. Est autem eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h, maior ipsa s/t. Similiter ostendetur, quòd neque minor. Aequalis est itaque g/h/eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.

Hypothesis demonstratio.



| g/h | o/g | s/t | v/s |

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κγ.

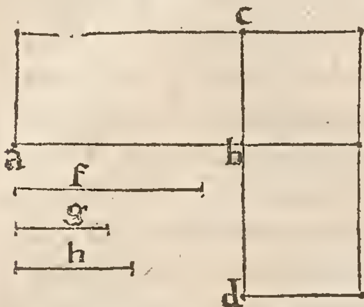
ΤΑ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 Equiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

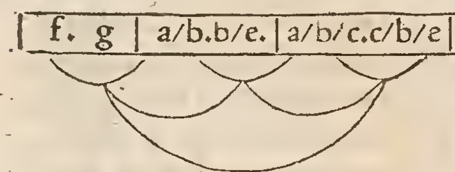
Partiũ figuræ præparatio.

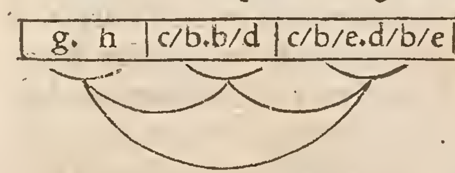
O R O N T I V S. ¶ De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicem æquiangula, a/ b/ c, & d/b/e: quorum angulus qui sub a/b/& b/c,angulo qui sub d/b/& b/e/continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/ b/ e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad/b/e,& c/b/ad b/d. Constituantur enim a/b/& b/e/latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/ b/ a, & c/ b/ e/ duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoque in directum erit c/ b/ ipsi b/ d, per eandem propositionem: nam anguli e/ b/ c/ & e/ b/ d, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabuntur. Compleatur denique parallelogrammum c/b/e: productis in continuum rectúmque, per secundum postulatum, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/b, b/e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b, ad b/e: sic f, ad g. Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b, ad b/d: sic g/ad h. Est autem sicut a/b/ad b/e, sic f/ad g. Rationes itaqꝫ ipsius f/ad g, & g/ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Ratio porrò f/ad/h, componitur ex ratione ipsius f/ad g, atque ipsius g/ ad h: veluti quinta huius sexti premissum est diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d.

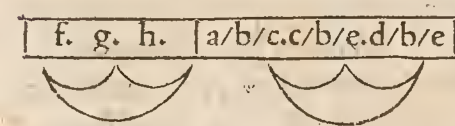


Præcipua demonstrationis resolutio.

His præostẽsis, quoniam a/b/c/& c/b/e/parallelogrãma, sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt vt bases, per primã huius sexti. Sicut igitur a/b, ad b/e: sic a/b/c/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut autem a/b/ ad b/ e, sic per constructionem f/ad g. Et sicut igitur f, ad g: sic per vndecimam quinti, a/b/c/ parallelogrammum, ad c/b/ e/ parallelogrammum. Insuper, quoniam c/b/e/& d/b/e/parallelogramma, in eadem sunt altitudine: ad se inuicem rursum sunt vt bases, per eandem primam huius sexti. Sicut ergo c/b/ad b/d: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d: sic per constructionem g, ad h. Et sicut igitur g/ad h: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/parallelogrammum, per ipsam vndecimam quinti. Et quoniam ostensum est, vt f/ ad g, sic a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e: sicut rursum g/ ad h, sic idem parallelogrammum c/ b/ e, ad d/b/e/parallelogrammum. Ex qua igitur ratione, per vigesimamsecundam eiusdem quinti, sicut f/ad h: sic a/b/c/parallelogrammum, ad d/b/e/parallelogrammum. Atqui ratio f/ad h, composita est (vti suprà deduximus) ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Et parallelogrãmum igitur a/b/c/ ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Aequiangula itaqꝫ parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quòd demonstrandum fuerat. ¶ Haud dissimili discursu probabis, eandẽ rationẽ a/b/c/parallelogrammi ad parallelogrammum d/b/e, componi ex ratione lateris a/b/ad b/d, atque c/b/ad b/e: vbi tribus datis rectis a/b, b/d, & f, quartam dederis proportionalem g, & rursum tribus datis c/b, b/e, & g, quartam acceperis proportionalem h, per duodecimam huius sexti propositionem.







Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κδ.

ΠΑντὸς παραλληλογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

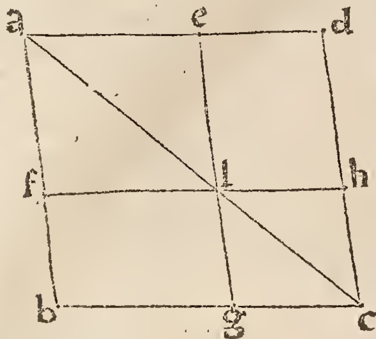
Theorema 18, Propositio 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetientẽ parallelogramma: similia sunt toti, & adinuicem. 24

O R O N T I V S. ¶ Esto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens sit a/c, & circa ipsum dimetientem parallelogramma, e/f, & g/h. Aio ipsa e/f/&

g/h/parallelogramma, toti parallelogrammo a/b/c/d, atque inuicem fore ſimilia. Quòd autem e/f/parallelogrammum, toti a/b/c/d/ ſit ſimile: ſic demonſtratur. In primis enim, æquiangulum eſt ipſum e/f/parallelogrammum, eidem a/b/c/d/parallelogrammo. Nam angulus qui ad a, vtrique parallelogrammo communis eſt. Inſuper, quoniam parallela eſt f/l, ipſi b/c: æqualis eſt angulus a/f/l, ipſi angulo a/b/c: necnon & a/l/f, ipſi a/c/b, per vigeſimamnonam primi. Angulus porrò qui ſub f/a/l/ aut b/a/c, vtrique triangulo a/b/c/ & a/f/l/ communis eſt. Aequiangulum eſt itaq; triangulum a/f/l, triangulo a/b/c. Haud diſſimiliter triangulum a/e/l, triangulo a/d/c/ oſtendetur æquiangulum: & angulus a/e/l, angulo a/d/c/ æqualis, atque a/l/e/ ipſi angulo a/c/d. Si autem æquales anguli, æqualibus componantur angulis: conſurgent per ſecundam communem ſententiam, æquales anguli. Aequus eſt igitur angulus f/l/e, ipſi b/c/d: & totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/ æquiangulum. Aio quòd proportionalia habent latera quæ circum æquales angulos. quoniam a/b/c/ & a/f/l/ triangula ſunt (vti nuper oſteſum eſt) inuicem æquiangula: proportionalia itaque ſunt latera

Quòd e/f/parallelogrammũ, ſimile ſit toti a/b/c/d.



b/a. a/c. a/d. f/a. a/l. a/e.

quæ circũ æquales angulos, per quartam huius ſexti. Sicut igitur b/a/ad a/c, ſic f/a/ad a/l: item ſicut a/c/ad a/d, ſic a/l/ad a/e. Et ex æqua igitur ratione, ſicut b/a, ad a/d: ſic f/a, ad a/e. Proportionalia itaque ſunt latera, quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem. Rurſum erit per eandem quartam ſexti, ſicut a/b/ ad b/c, ſic a/f/ad f/l: ſicútq; b/c/ad c/a, ſic f/l/ad l/a. Sicut rurſum a/c/ad c/d, ſic a/l/ad l/e: ſicut denique c/d/ad d/a, ſic l/e/ad e/a. Et quoniam oſtenſum eſt, vt b/c/ad c/a, ſic f/l/ad l/a: ſicut præterea a/c/ad c/d, ſic a/l/ad l/e. Et ex æqua igitur ratione, per vigeſimamſecundam quinti, ſicut b/c/ad c/d: ſic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ | a/f/ | f/l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/b/c/ d/ & e/f, proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos. Simile eſt igitur e/f/parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/parallelogrammo: per primam huius ſexti diffinitionem. Haud diſſimili via, g/h/parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo ſimile fore conuincetur: eundem qui prius, verſus angulum c, & ipſum g/h/ parallelogrammum reſpondenter iterando diſcurſum. Et proinde vtrunque ipſorum e/f/& g/h/parallelogrãmorum, ſimile eſt eidem a/b/c/d/parallelogrammo. Omne autem parallelogrammum, rectilineum eſt: & quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſimilia ſunt, per vigeſimamprimam huius ſexti. Simile eſt igitur e/f/parallelogrammum, ipſi g/h/parallelogrammo. Omnis itaq; parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma: ſimilia ſunt toti, & adinuicem. Quod oportuit oſtendiſſe.

Quòd g/h/parallelogrãmũ eidẽ a/b/c/d/ ſit ſimile.

Quòd e/f/& g/h/ ſimilia ſint adinuicẽ.

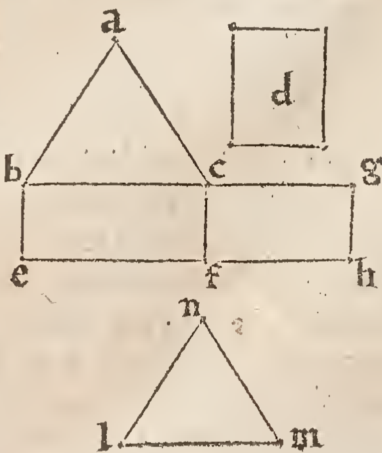
Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις κε.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propoſitio. 25

25 Dato rectilineo ſimile, & alij dato æquale, idem conſtituere.

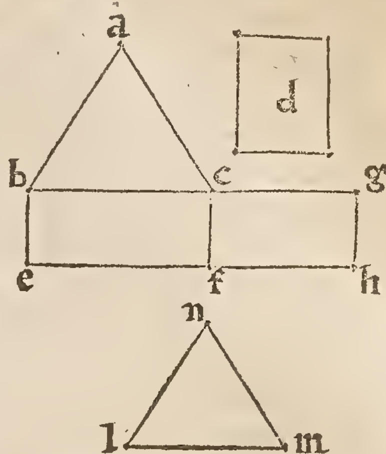
ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea, a/b/c/ inquàm, & d: ſitque receptũ, ipſi dato a/b/c/rectilineo ſimile, ipſi verò d/æquale, idem rectilineum conſtituere. Ad datam itaque rectam lineã b/c, & in dato angulo qui ſub e/b/c, dato rectilineo a/b/c, æquale conſtruatur parallelogrammum b/f: ſimiliter & ad rectam lineam f/c, atque in dato angulo qui ſub f/c/g/ ei qui ſub e/b/c/æquali, dato rectilineo d, ęquale rurſum parallelogrammum conſtituatur c/h, per quadrageſimamquartam, & quadrageſimamquintam primi, vtroque rectilineo (ſi expediat) in triangula diſtributo. Et quoniã angulus f/c/g, æquus eſt angulo e/b/c, per conſtructionẽ, vtrique autem communis b/c/f: anguli propterea b/c/f/ & f/c/g, duobus angulis e/b/c/& b/c/f, ſunt per ſecũdam cõmunem ſentẽtiam ęquales.



Partium figuræ præmittẽda deſcriptio.

ſed anguli e/b/c/& b/c/f,ſunt æquales duobus rectis,per vigeſimamnonam ipſius primi.Et duo igitur anguli b/c/f/& f/c/g,binis itidem rectis ſunt æquales.In directũ eſt igitur b/c, ipſi c/ g, per decimamquartam eiuſdem primi: & e/ f/ conſequenter ipſi f/h. Binis inſuper datis rectis lineis b/c/ & c/g, media proportionalis inueniatur l/m,per decimamtertiam huius ſexti.Et per decimamoctauam eiuſdem ſexti,ſuper data recta linea l/m,dato rectilineo a/b/c, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur n/l/m. Aio rectilineum n/l/m,æquum fore ipſi d.Cùm enim tres lineæ rectæ b/c,l/m, & c/g, ſint per conſtructionem continuè proportionales:erit per ſecundum corollarium vigeſimæ huius ſexti,ſicut prima ad tertiam,ſic ſpecies rectilinei quæ à prima,ad ſimilem ſimilitérque poſitam ſpeciem quæ à ſecunda . Sicut igitur b/c,ad c/g: ſic a/b/c/ rectilineum, ad rectilineum n/l/m. Sicut porrò b/c,ad c/g:ſic b/f/parallelogrammum,ad parallelogrammum c/h,per primam huius ſexti:ſunt enim in eadem altitudine c/f.Ergo ſicut a/b/c/rectilineum,ad rectilineum n/ l/ m: ſic

Demõſtratiua problematis reſolutio.





per vndecimam quinti, b/ f/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c, æquum eſt per conſtructionem ipſi b/f/parallelogrammo:& rectilineum igitur n/l/m, ipſi parallelogrammo c/h/per decimamquartã quinti eſt æquale. Eidem rurſum parallelogrammo c/ h, æquum eſt d/ rectilineum,per conſtructionem:& n/l/m/itaque rectilineum,ipſi d/rectilineo,per primam communem ſententiam eſt æquale.Conſtructum eſt autem & ipſi a/b/c/ſimile.Idem itaque rectilineum n/l/m,ipſi dato rectilineo a/b/c/ſimile,& alij dato ſcilicet d/æquale cõſtitutum eſt.Quod efficere oportebat.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κϛ.

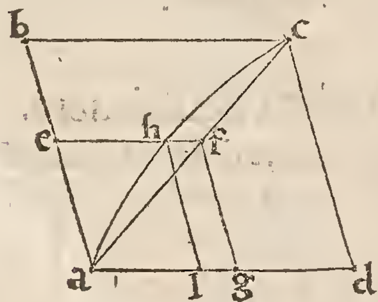
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, Propoſitio 26.

SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

ORONTIVS.¶De dimetiente velim intelligas,qui ab ipſo cõmuni angulo,in vtrunque oppoſitum extẽditur. Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d:à quo ſimile ſimilitérque poſitum,& communem illi habens angulum qui ad a,auferatur diſtinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g.Dico ipſa a/b/c/d/& a/e/f/g/parallelogramma,circa eundem fore dimetientem a/f/c:hoc eſt dimetientem a/f/c/totius parallelogrammi a/b/c/d,tranſire per angulum qui ad f,& vtrique parallelogrammo fore communem.Si enim a/c/non tranſierit per f:tranſeat (ſi poſſibile ſit) vt a/h/c. ſecabit igitur a/h/c, aut e/f, aut f/g/latus ipſius a/e/f/g/ parallelogrammi. Secet ipſum latus e/f,in puncto h. & per punctum h, vtrique ipſarum a/ e/ & f/g/ parallela ducatur h/l, per trigeſimamprimam primi. Erit itaque e/l/parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipſo a/ b/ c/d/parallelogrammo. Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo , per vigeſimamquartam huius ſexti. Eidem porrò a/b/ c/ d/ parallelogrammo , ſimile eſt per hypotheſin , ipſum e/ f/ g/ parallelogrammum.Quæ autem eidem rectilineo ſimilia,& adinuicem ſimilia ſunt,per vigeſimamprimam huius ſexti. Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipſi e/f/g/parallelogrammo. Similia porrò parallelogramma ſunt,quæ angulos æquales habent ad vnum , & quæ circa angulos æquales latera proportionalia , per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionem . Et ſicut igitur e/a/ad a/g,ſic e/a/ad a/l. Ad quas autem eadem,eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipſi a/l,totum ſuæ parti:quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile . Idem etiam ſubſequetur inconueniens , vbi

Oſtenſio theorematis ab impoſſibili.



poſueris eundem a/c/dimetieniem ſecare latus f/g. Tranſit igitur a/c/totius a/b/c/d/parallelogrammi dimetiens, per angulum atque punctum f: & proinde ipſum a/e/f/g/parallelogrammum, circum eundem dimetientem eſt toti a/b/c/d/parallelogrammo. Igitur ſi à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κζ.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

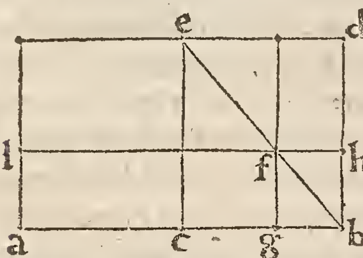
Theorema 20, Propoſitio 27.

27 Mnium parallelogrammorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiúmque ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimilitérq; poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt: maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum, ſimile exiſtens ſumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere ſpecie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo: quando vtrunq; parallelogrammum ſuper eadem recta linea cõſiſtens, alterum deeſt alteri, ad complendum ſimilis ſpeciei parallelogrammum ſuper totam datam rectam lineam coextenſum. Vel dum comparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipſo ſimilis ſpeciei parallelogrammo, ſuper totam ipſam rectam lineam conſtituto. Sit igitur data recta linea a/b, ſecta bifariam in c, per decimam primi: deſcribatúrque à dimidia c/b, contingens parallelogrammum c/d. Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c, vtpote a/e, ſimile ſimilitérque deſcriptum exiſtens ſumpto c/d, & deficiens ſpecie ipſo c/d/à toto a/d/parallelogrammo: alterum autem a/f, ſuper a/g/comparatum maiore dimidia ipſius a/b, & proinde ſubingrediens ipſum parallelogrammum c/d, deficiénſq; ſpecie parallelogrammo g/h, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d/ quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt, ad complendum ipſum a/h/parallelogrammum. Dico quòd a/e/parallelogrammum, maius eſt a/f/parallelogrammo.

Quomodo parallelogrãmũ deficiat ſpecie dato parallelogrammo.

Prima theorematis differentia.

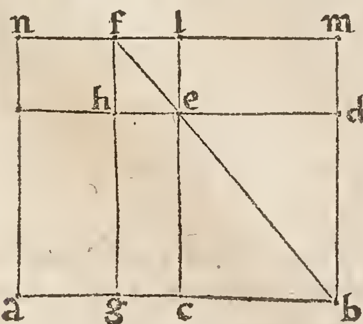


Cùm enim ex hypotheſi g/h/parallelogrammum, ſimile ſit ipſi parallelogrammo c/d: circum igitur eundem ſunt dimetientem e/f/b, per vigeſimamſextam huius ſexti. Producatur ergo g/f/in rectum & continuum vſque ad latus e/d, per ſecundum poſtulatum. Parallelogrammi igitur c/d, eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplemẽta c/f/& f/d, ſunt per quadrageſimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtriq; commune g/h. totum ergo c/h, toti g/d, per ſecundã communem ſentẽtiam eſt æquale. Eidem porrò c/h, æquum eſt c/l, per trigeſimamſextam primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/& c/b, in eiſdémque parallelis a/b/& l/h. Et g/d/ itaque, ipſi c/l/per primam communem ſententiam æquum eſt. Commune rurſum addatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d, toti a/f/parallelogrammo eſt æquale. Sed totum parallelogrammum c/d, maius eſt per nonam communem ſententiam, ipſo gnomone c/b/d: & proinde ipſo a/f/maius. Aequum eſt porrò a/e/parallelogrammum, ipſi c/d/parallelogrammo, per eandem trigeſimamſextam primi: in baſibus enim ſunt æqualibus a/c/& c/b, atque in eiſdem parallelis a/b/& e/d. Quæ autem ſunt æqualia, eiuſdẽ ſunt æquè maiora: per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Maius eſt itaq; parallelogrammum a/e, ipſo a/f/parallelogrammo.

Demõſtratio.

¶Sed eſto a/f/ parallelogrammum, proiectum ſuper a/g, minore dimidia ipſius a/b/lineę datę, & egrediẽs ipſum a/e/parallelogrammum: deficiens rurſum ſpecie ipſo f/b/parallelogrãmo, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d, q̃ à dimidia c/b/deſcriptum eſt, ad complendum totum a/m/parallelogrammum. Aio quòd & a/e/parallelogrammum, maius eſt ipſo a/f/parallelogrammo. Cùm enim ex hypotheſi c/d/& f/b/parallelogramma, ſimilia ſint: circum eundem propterea dimetientem f/e/b,

Secunda theorematis differentia.



Demõſtratio.

per vigesimamsextam huius sexti constituentur. Compleantur itaque, per trigesimamprimam primi, & secundum postulatum, h/l/ & a/m/ parallelogramma: vt in ipsa continetur figura. Et quoniam parallelogramma sunt a/l/ & c/m: sunt igitur per trigesimamquartam primi, n/l/ & l/m/ ipsis a/c/ & c/b/ quæ ex opposito, atque inuicem ęquales. Et proinde n/e/ parallelogrammum, ipsi e/m/ parallelogrammo, per trigesimamsextam primi æquale. Eidem porrò e/m, æquum est e/g, per quadragesimamtertiam ipsius primi. Et n/e/ itaque ipsi e/g, per primam communem sententiam est æquale. Subducto igitur h/l: reliquum e/g, reliquo n/h/ maius est. Si autem inæqualibus e/g/ & n/h, æqualia vel idem commune a/h/ apponatur: omnia, per quartam communem sententiam, erunt inæqualia. consurget igitur a/e/ parallelogrammum, maius ipso a/f/ parallelogrammo. Omnium itaque parallelogrammorum iuxta eandem lineam consistentium, & deficientium specie: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρότασις κη.

ΠΑρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propositio. 28.

AD datam rectam lineã, dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo simili dato. Oportet iam datum rectilineum, cui expedit ęquum comparare, non maius esse eo quod à dimidia comparatum, similibus existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere. 28

Notandum.

ORONTIVS. ¶ Ostensum est enim antecedẽti vigesimaseptima propositione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiúmque specie similibus similitérque positis parallelogrammis ei quòd à dimidia describitur: maximum esse quòd à dimidia comparatum parallelogrammũ, simile existens sumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum est parallelogrammum: nõ maius esse eo quod à dimidia ipsius datæ recte lineæ comparatur, similibus similitérque positis existẽtibus vtriusque comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogramma super totam datam rectam lineam coextensa) eius inquàm quòd à dimidia, & eius cui simile similitérque positum eidem quòd à dimidia defuturum est parallelogrammum.

Interpretatio problematis.

¶ Sit ergo data recta linea, a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineam a/b/ æquum parallelogrammum comparare, esto c, non existẽs maius eo quòd à dimidia comparatur, similibus existentibus vtriusque defectionibus. Ipsum autem parallelogrammum, cui expedit simile deficere, sit d. Recipio itaque ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo ipsi d/ simili. Secetur itaque a/b/ recta bifariam in puncto e, per decimã primi. Et per decimamoctauam huius sexti, à data recta linea e/b, dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum (quod erit & parallelogrammum) describatur e/f/ g: compleatúrque per trigesimamprimam ipsius primi, & secundum postulatum,

Prima ostensionis differentia.

a/e/f/ parallelogrammum. Aut igitur a/e/f/ parallelogrammum, æquum est ipsi rectilineo c, aut eo maius: non enim minus esse potest, per assumptam ex antecedenti vigesimaseptima propositione problematis determinationem. Si æquale fuerit a/e/f/

Differẽtia secunda, & absoluta partiũ figuræ compositio.

parallelogrammum, ipsi rectilineo c: iam comparatum erit ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammum a/e/f, deficiens specie parallelogrammo e/f/g/ simili ipsi d. At si a/e/f/ parallelogrammum, eodem c/ rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/ parallelogrammum, æquè itidem maius ipso c. sunt enim a/e/f/ & e/f/g/ parallelogramma, in basibus æqualibus a/e/ &

e/b, atque in eisdem parallelis a/b/& f/g:& proinde/per trigesimamsextam primi, inuicem æqualia. Excessui autem siue rectilineo, quo e/f/g/ parallelogrammum superat ipsum c/ æquale, ipsi autē d/simile similitérq; positum, idem construatur h/k/l, per vigesimamquintam huius sexti. Eidem porrò d/simile est e/f/g, per constructionē:& h/k/l/igitur simile est ipsi e/f/g, per vigesimamprimam eiusdem sexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f:& sicut e/f/ad f/g, sic h/k/ad k/l. Et quoniam e/f/g/ parallelogrammum, æquum est ipsis c/& h/l:maius est igitur e/f/g, ipso h/l.& proinde latus e/f, maius ipso h/k:& f/g, ipso k/l/ itidem maius. Ostensum est enim lemmate vigesimæsecundæ huius sexti, similia similitérq; posita & inuicem æqualia rectilinea:habere similis rationis latera adinuicem æqualia. Ergo quæ similia sunt & similiter posita, sed inæqualia:habent similis rationis latera inæqualia, & proinde maiora quæ sunt maioris, & minora quæ minoris sunt rectilinei. Maius est itaque f/e/ipso h/k, & f/g/ipso k/l. Secetur igitur per tertiam primi, ipsi h/k/æqualis f/m, & ipsi k/l/æqualis f/n:& per trigesimamprimam ipsius primi, compleatur m/o/n, & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum est igitur m/n/parallelogrammum, ipsi h/l:atque eidem simile. sed h/l, ipsi e/f/g/simile est, per constructionem: & m/n/igitur, ipsi e/f/g/simile est, per eandem vigesimamprimam huius sexti. Circum ergo eundem sunt dimetientem f/o/b, ipsa e/f/g/& m/n/parallelogramma, per vigesimamsextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s, ipsi m/n, atque toti e/f/g/simile est, per vigesimamquartam huius sexti: atque demum ipsi d/simile, per ipsam vigesimamprimam eiusdem sexti. His ita pręmissis, quoniam e/f/g/parallelogrammum, ipsis c/& h/l/est æquale, & ipsum h/l/æquale ipsi m/n: reliquus proinde gnomon m/b/n, rectilineo c, per tertiam communem sententiam est ęqualis. Rursum quoniam e/o/supplementum, æquum est o/g/supplemento, per quadragesimamtertiam primi:addatur vtrique commune r/s. totum igitur e/s, toti r/g:per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s, æquum est a/m, per trigesimamsextam primi:sunt enim a/ m/& e/s, in basibus æqualibus, ac in eisdem parallelis. Et a/m, igitur ipsi r/g, per primam communem sententiam æquum est. Adponatur rursum vtrique commune e/o:totum igitur a/o, ipsi e/o/g/aut m/ b/ n/gnomoni, per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porrò gnomoni m/ b/n, æquum est rectilineum c:& quæ eidem ęqualia, adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam. Aequum est igitur a/o/parallelogrammum, ipsi rectilineo c:deficítque specie(ad complendum a/s/parallelogrammum)ipso r/s/parallelogrammo, quod simile est ipsi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparauimus a/o, deficiens specie parallelogrammo r/s, dato parallelogrammo d/simili. Quod oportebat facere.

Præcipua demonstrationis resolutio.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κθ.

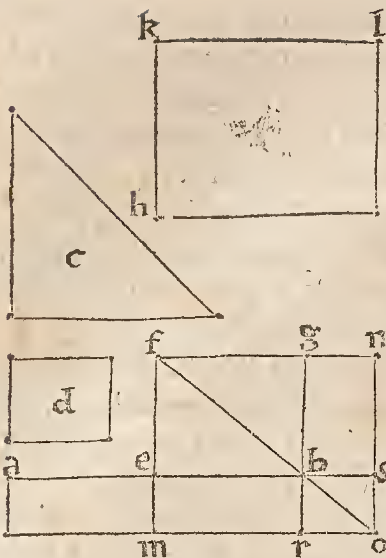
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propositio 29.

29 D datam rectam lineam, dato rectilineo, æquale parallelogrammum prætendere, excedens specie parallelogrammo simili dato.

ORONTIVS. ¶Sit rursum data recta linea a/b, datum verò rectilineum c, datum insuper parallelogrammum d. Operæpretium itaq; sit, ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipsi d/simili. Secetur itaque primùm a/b/ recta bifariam in puncto e, per decimam primi.& à data recta linea e/b/dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum(& proinde parallelogrãmum)describatur e/f/g/b: per decimamoctauam huius sexti. Vtrisq; præterea & e/g/parallelogrammo & c/rectilineo æquale, ipsi autem d/ simile similitérque positum, idem constituatur h/k/l: per vigesimamquintam ipsius sexti. Vtrunq; igitur e/g/& h/l, ipsi d/simile est:& proinde e/g/& h/l/similia adinuicem, per vigesimamprimam eiusdem sexti. Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia:per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Esto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f:&

Præparatio figuræ, ipsius ostensionis præambula.



sicut e/f/ad f/g, sic h/k/ad k/l. Et quoniam h/l, vtrisque simul & e/g/parallelogrãmo, & ipsi c/rectilineo est æquale, per constructionem: maius est igitur h/l, ipso e/g/parallelogrammo. & latus propterea h/k/ipso e/f/ maius: necnon & k/ l/maius ipso f/ g : per ea quæ proxima annotauimus propositione , aut per lemmatis vigesimæsecundæ huius demonstrationem. Producantur itaque in rectum & cõtinuum, f/e/& f/g/versus m/& n, per secundum postulatum: secetúrque ipsi h/k/æqualis f/m, ipsi autem k/l/æqualis f/n, per tertiã primi. Compleatur deinde m/n/ parallelogrammum , per trigesimamprimam ipsius primi , vnà cum r/s , atque cæteris quæ in figura sunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaque m/n, æquum est & simile ipsi h/l. sed eidem h/l/simile ostensum est e/g: simile est igitur m/n, ipsi e/g, per vigesimãprimam huius sexti. & proinde ipsa e/g/& m/n/parallelogramma , circa eundem dimetientem f/b/o , per vigesimamsextam ipsius sexti sunt constituta. Rursum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma, circa eundem sunt dimetientem f/b/ o: simile est propterea, per vigesimamquartam eiusdem sexti, r/s/parallelogrammum, ipsi e/g, atque toti m/n, & proinde ipsi d/ parallelogrammo.

Discursus principalis demonstrationis.

His ita præmissis, quoniam m/n, æquum est ipsi h/l, & ipsum h/l/vtrisque & e/g/parallelogrammo & c/rectilineo æquale: & m/n/igitur, eisdem e/g/parallelogrammo & c/rectilineo est æquale. quæ enim inuicem æqualia, eisdem æqualia sunt: per primæ communis sententiæ conuersionem . Subducto igitur communi/ e/ g: reliquum c/ rectilineum, reliquo gnomoni e/o/g, per tertiam communem sententiam, est æquale. Et quoniam g/s/supplementum, ipsi e/r/supplemẽto, per quadragesimamtertiam primi est æquale: & eidem e/r, æquum est a/m, per trigesimamsextam eiusdem primi, nempe in æquali basi, ac in eisdem parallelis constituto. Et a/m/igitur ipsi g/s, per primam commuem sententiam æquum est. Commune adponatur e/o: consurget itaq; a/o/parallelogrammum, ipsi e/o/g/gnomoni, per secundam communem sententiam, æquale. Sed eidem gnomoni e/o/g, æquum est rectilineum c: & quę eidem æqualia , adinuicem sunt æqualia per primam communem sententiam. Et a/ o/igitur parallelogrammum , æquum est ipsi dato rectilineo c: excedítque similis speciei parallelogrammum a/r/super totam rectam a/ b/comparatum, ipso parallelogrammo r/ s, quod ipsi d/simile ostensum est . Ad datam igitur rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale comparatum est parallelogrammũ a/o , excedens similis speciei parallelogrammũ a/r/super totam a/b/comparatum, parallelogrammo r/s, simili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10, *Propositio* 30.



Atam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediam rationem dispescere. 30

Problematis interpretatio.

ORONTIVS. ¶Recta linea per extremam & mediam rationem secari dicitur : quando sic despescitur , vt tota ad vnum segmentorum eandem habeat rationem , quam idem segmentum ad reliquum. Esto igitur data recta quædam linea terminata a/b, quam oporteat per extremam & mediam dispescere rationem. Secetur itaque a/b/ recta in puncto c, per vndecimam secundi: vt quod sub tota a/ b /& altero segmento a/c/comprehenditur rectangulum, ęquum sit ei quod ex c/b/reliquo segmẽto fit quadrato.

Exequutio demonstratiua problematis.

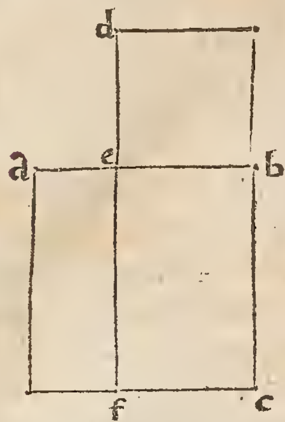


Propositis itaque tribus rectis lineis a/b, b/ c, & c/a, quod sub extremis a / b/& c/ a/ continetur rectangulum , æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato. Ipsæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erũt, per secundam partem decimæseptimæ huius sexti: sicut a/b/ad b/c, sic b/c/ad c/a. Data ergo recta linea a/ b, per extremam & mediam rationem secatur in c , & illius segmentum maius est b/c.

Idem alia ratione demonstrare.

¶Aut si velis, describatur ex a/ b/ recta linea data, quadratum a/b/c, per quadragesimamsextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c, dato quadrato a/b/c, æquum parallelogrammum comparetur c/ d, excedens similis speciei parallelogrammum c/ e/super totam

b/c/comparatum, ipſo d/b/ parallelogrammo ſimili a/b/c/ dato: per antecedentem vigeſimamnonam propoſitionem. Et quoniam ſimile eſt a/b/c, ipſi d/b, & quadratum eſt a/b/c, & vtrique commune c/e: ablato itaque c/e, reliquum a/f/ reliquo d/b, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. & qui circa e/ ſunt anguli, æquales ſunt adinuicem, per decimam quintam primi, vel quartum poſtulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: per decimamquartam huius ſexti. Et ſicut igitur e/ f/ ad e/ d, ſic b/ e/ ad e/a. Sed b/e/æqualis eſt e/d, & a/b/ipſi b/c, per quadrati diffinitionem: eidem rurſum b/c, ęqualis eſt e/f, per trigeſimamquartam primi. Et e/f/ igitur, ipſi a/ b, per primam communem ſententiam eſt æqualis. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad ęquales: per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad b/e, ſic b/e/ad e/a. Data igitur rectalinea a/b, per extremam & mediam rationem, in puncto e/diſpeſcitur. Quod oportuit feciſſe.



Θεώρημα κα, Πρόθεσις λα.

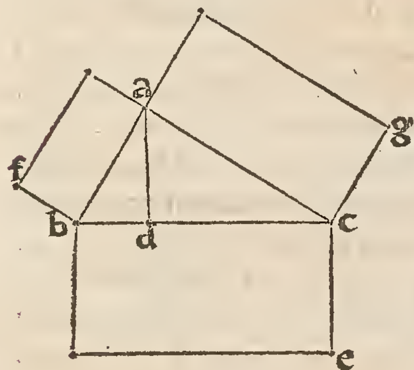
ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, Propoſitio 31.

31 IN rectangulis triangulis, quę ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies: æqualis eſt eis, quæ ab rectũ angulum cõprehẽdẽtibus lateribus ſpeciebus ſimilibus, ſimiliterq; deſcriptis.

Interpretatio theorematis cum partium figuræ deſcriptione.

ORONTIVS. ¶Quod de quadratis ſuperficiebus, propoſuit quadrageſimaſeptima primi: hic de quibuſcunque rectilineorum ſpeciebus, proponit Euclides. Eſto igitur datum rectangulum triangulum a/b/ c, rectum habens angulum qui ad a. Dico quòd ſpecies rectilinei, quæ deſcribitur ex b/c/ rectum angulum ſubtendente: æqualis eſt ambabus ſimilibus ſimiliterque deſcriptis ſpeciebus, ab ipſis a/b/ & a/ c/ rectum angulum continentibus. A dato enim puncto a, ſuper datam rectam lineam b/c, perpẽdicularis deducatur a/d, per duodecimam primi: quæ per octauam huius ſexti, cadet intra datum a/b/c/ triangulũ, ipſumq; in bina diuidet triãgula a/b/d/ & a/d/c, toti a/b/ c/ atque adinuicem ſimilia. Deſcribatur inſuper ex b/c, contingens, & cuiuſcunque libuerit ſpeciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/ & a/c, dato rectilineo b/e, ſimilia ſimiliterque poſita rectilinea deſcribantur a/f/ & a/g, per decimãoctauam huius ſexti. Et quoniam ſimile eſt a/ b/c/ triangulum ipſi a/b/d/ triangulo, & qui ad b/ angulus vtrique communis: eſt igitur vt c/b/ad b/a, ſic a/b/ad b/d. ſunt itaque b/c/ & a/b, ſimilis rationis latera. Similia porrò triangula, adinuicem in dupla ratione ſunt ſimilis rationis laterum, per decimamnonam eiuſdem ſexti. Triangulum igitur a/b/c, ad triangulum a/b/d, duplam rationem habet quàm b/c/ latus ad latus a/b. Rurſum quoniam b/e/ rectilineum, ſimile eſt ipſi a/f: ſimiles autem rectilineæ figuræ, in dupla ratione ſunt adinuicem ſimilis rationis laterum, per primum corollarium vigeſimæ huius ſexti. Et b/e/ itaque rectilineum, duplam rationem habet, quàm latus b/c/ ad ſimilis rationis latus a/b. Oſtenſum eſt autem, quòd & triangulum a/b/c/ ad triangulum a/b/d, duplam itidem rationẽ habet quàm latus b/c/ ad latus a/b. Et ſicut igitur a/b/c/ triangulum ad triangulum a/b/d, ſic per vndecimam quinti, b/e/ rectilineum ad rectilineum a/f. & à conuerſa inſuper ratione, ſicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c: ſic a/ f/ rectilineum, ad rectilineum b/ e, per quartæ ipſius quinti corollarium.



Demanſtratio ipſius theorematis.

Haud diſſimiliter oſtendemus triangulum a/b/c/ ad triangulum a/d/c, atque b/e/ rectilineum, ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem, quàm latus b/c/ ad ſimilis rationis latus a/c. Et proinde fore ſicut a/b/c/ triangulum, ad triangulum a/d/c: ſic b/e/ rectilineum, ad rectilineum a/g. Et econtrà rurſum, ſicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c,

sic a/g/rectilineum, ad rectilineum b/e. Patuit autẽ, quòd sicut a/b/d/triangulũ ad triangulum a/b/c, sic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e. Primum igitur a/b/d, ad secundum a/b/c/ eandem habet rationem, & tertium a/f/ad quartum b/e: habet rursum & quintum a/d/c/ad secundum a/b/c/eandem rationem, & sextum a/g/ad ipsum quartum b/e. Et composita igitur primum & quintum a/b/d/& a/d/c, ad secundum a/b/c/eandem habebunt rationem, & tertium a/f/cum sexto a/g/ad ipsum quartum b/e: per vigesimamquartam ipsius quinti. Sed a/b/d/& a/d/c/triangula, æqualia sunt ipsi a/b/c/triangulo, tanquàm partes ipsum totum a/b/c/triangulum integrantes: & ipsa igitur a/f/& a/g/rectilinea, ipsi b/e/rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum quod ex b/e, eis quæ ex a/b/& a/c/similibus similiterque descriptis. ¶ Idem etiam ostendere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimę huius sexti: coassumptis propter similitudinem triangulorum a/b/c, a/b/d, & a/d/c, tribus rectis lineis b/c, a/b, & b/d/proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c, a/c, & c/d. Erit enim per idem corollarium, sicut b/c/ad b/d, sic b/e/ad a/f: sicútque eadem b/c/ad c/d, sic b/e/ad a/g. Hinc ipsarum trium linearum b/c, b/d, & d/c, quemadmodùm & supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionẽ haud dissimili poteris elicere discursu. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulum subtendente latere species: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ratione demonstrare.

Θεώρημα κβ, Πρότασις λβ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται.

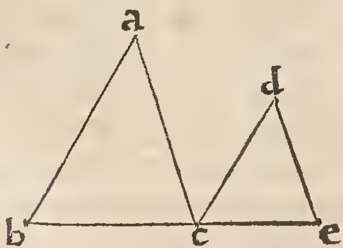
Problema 22, Propositio 32.



SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt. 32

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e, ad vnum angulum qui sub a/c/d, composita, habẽtia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia, sicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e: síntque eiusdem rationis latera inuicem parallela, vtpote a/b/ipsi c/d, & a/c/ipsi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e, in rectam lineam sunt constituta. Cùm enim ex hypothesi a/b/& c/d/sint parallelæ, & in eas incidat a/c: erit angulus b/a/c, æqualis alterno a/c/d, per vigesimãnonam primi. Haud dissimiliter quoniam a/c/parallela est ipsi d/e, & in eas incidit recta c/d: erit per eandem vigesimamnonam primi, angulus c/d/e, alterno a/c/d/itidem æqualis. Duo itaque anguli b/a/c/& c/d/e, eidem angulo a/c/d/sunt æquales: & proinde ęquales adinuicem, per primam communem sententiam. Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e, habent vnum angulum vni angulo ęqualem, & quæ circum ęquales angulos latera proportionalia: ęquiangula ergo sunt ipsa a/b/c/& d/c/e/triangula, & æquales habẽt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, per sextam huius sexti. Aequus est itaq; angulus c/b/a, angulo d/c/e. Ostensum est autẽ, quòd & b/a/c/angulus, æquus est ãgulo a/c/d. Duo igitur anguli a/c/d/& d/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/sunt æquales. Totus rursum qui sub a/c/e/cõtinetur angulus, eisdẽ angulis a/c/d/& d/c/e/ęqualis est. Et proinde ãgulus a/c/e, duobus ãgulis b/a/c/& c/b/a/est æqualis. Communis addatur angulus a/c/b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e, tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a/ipsius a/b/c/trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. Sed eisdem tribus angulis ipsius a/b/c/trianguli, sunt æquales duo recti, per trigesimamsecundam primi. Et duo itaq; anguli a/c/b/& a/c/e, duobus rectis per primam communem sententiam coæquantur. Ad datam ergo rectam lineam a/c, atq; ad eius punctum c, duæ rectæ lineæ b/c/& c/e/non ad easdem partes ductæ, efficiunt vtrobique angulos a/c/b/& a/c/e/binis rectis æquales: ipsæ igitur rectæ lineæ b/c/& c/e, in directum seu rectam lineam, per decimamquartam ipsius primi sunt constitutæ. Ergo si bina triangula: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Ostensio theorematis.



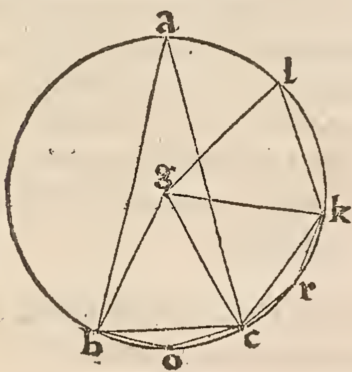
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

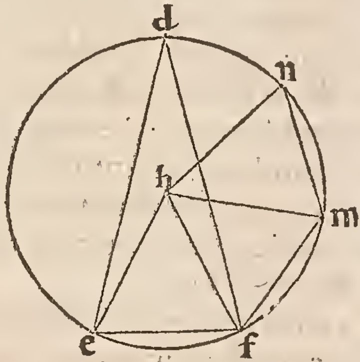
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theorema 23. Propositio 33.

33 IN æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tãquam ad centra constituti.

ORONTIVS. ¶Sint bini & adinuicem æquales circuli, a/b/c/& d/e/f: ad quorũ centra, g/& h, anguli deducantur b/g/c/& e/h/f, ad circunferentias autem, b/a/c, & e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/comprehendentes. Aio primùm, quòd veluti circunferentia b/c, ad e/f/circunferentiam, sic angulus b/g/c/ad angulum e/h/f, necnon & angulus b/a/c/ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum postulatum b/ c/ & e/ f. & in datis circulis a/b/c/& d/e/f, datis rectis lineis b c/& e/f, non maioribus eorundem circulorum dimetientibus: quotcunque æquales rectæ lineæ ordine coaptentur, c/k/& k/l/ipsi b/c, atque f/m/& m/n/ipsi e/f/æquales, per primam quarti. & per primum postulatum, connectantur g/k, g/l, h/m, & h/n/rectæ lineæ. Et quoniam æquales sunt b/c/c/k, & k, l/rectæ lineæ: æquales sunt *De angulis q. ad centrum.*





& circunferentiæ b/ c, c/k, & k/l/ easdem rectas inuicẽ æquales subtendentes, per vigesimamoctauam tertij. Hinc per vigesimãseptimam eiusdẽ tertij, anguli b/g/c, c/g/k, & k/g/l, æquales sunt adinuicẽ. Et proinde anguli e/ h/ f, f/ h/ m, & m/h/n, adinuicem pariter æquales. Quotuplex igitur est b/c/l/ circunferentia, ipsius circunferentiæ b/c: totuplex est angulus b/ g/ l/ ipsius anguli b/ g/ c. quotuplex insuper est e/ f/ n/ circunferentia, ipsius circunferentiæ e/f: totuplex est & angulus e/ h/ n, ipsius anguli e/h/f. quia æquè multiplicia, æquè multiplicium sunt æquè maiora, vel æquè minora. Si itaque circunferentia b/c/l/ maior est circunferentia e/f/n: æquè maior est & angulus b/g/l/ipso angulo e/h/n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum, vtpote b/c/& e/f/circunferentiarum, & angulorum b/g/c/ & e/h/ f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & sicut multiplex primæ, ad multiplex secundæ: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ se habere deductum est.

Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/ c.	e/ f.	b/g/c.	e/h/f.

In eadem ratione igitur est prima ad secũdam, & tertia ad quartam, per sextã ipsius quinti diffinitionem: hoc est, sicut b/c/circunferentia, ad e/f/circunferentiam: sic angulus b/g/c, ad angulum e/h/f. ¶Et quoniam angulus b/g/c/duplus est anguli b/a/c, & e/h/f/ipsius e/d/f/ itidem duplus, per vigesimã tertij. Sunt itaq; b/g/c/& e/h/f/anguli, ipsorũ b/a/c/& e/d/f/ qui ad circunferẽtias sunt angulorum, æquè multiplices. Partes autem eodem modo multiplicium, eandem rationẽ habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam eiusdem quinti. Quam rationem igitur habet angulus b/g/c, ad angulũ e/h/f: eam habet & angulus b/a/c, *De angulis q. ad circunferentiam.*



b/c.e/f	b/g/c.e/h/f	b/a/c.e/d/f

ad angulum e/d/f. Ostensum est autẽ, quòd angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f/eam habet rationem: quam b/c/circunferentia, ad circunferentiam e/f. Et b/a/c/igitur angulus/ ad angulum e/d/f/eam habet rationem, per vndecimã quinti: quam b/c/circunferentia, ad circunferentiam e/f. ¶Dico insuper, quòd sicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: sic g/b/c/sector, ad sectorem h/e/f. Coassumantur enim in b/c/& c/k/circunferẽtijs, contingentia signa o/& r: & connectantur b/o, o/c, c/r, & r/k/lineę rectæ, per primum postulatum. Et quoniam trianguli *De sectoribus.*

g/b/c/ duo latera b/g/& g/c, ſunt æqualia duobus c/ g/ & g/k/ trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi,& æquos adinuicem continent angulos,baſis quoq; b/c/ baſi c/k/eſt æqualis : totum itaque triangulum g/ b/ c, toti triangulo c/g/k,per quartam ipſius primi,eſt æquale. Rurſum quoniam b/c/circunferentia, æqualis eſt circunferentiæ c/k:ſi à tota a/b/c/circunferentia,eædem æquales auferantur circunferentiæ,reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiam communem ſententiam, eſt æqualis. Et proinde anguli h/o/c/& c/r/k, æquales ſunt adinuicē,per vigeſimamſeptimā tertij. Similis eſt igitur ſectio b/o/c,ſectioni c/r/k,per decimā ipſius tertij diffinitionē:& in æqualibus rectis lineis b/c/& c/k/cōſtitutæ ſunt. Aequalis eſt igitur ſectio b/o/c,ſectioni c/r/k,per vigeſimamquartam eiuſdem tertij. Et quoniam æquum eſt triangulum g/ b/c , triangulo c/g/k:totus propterea ſector g/ b/c, toti c/g/k/ſectori,per ſecundam cōmunem ſentētiam eſt æqualis. Et proinde ſector g/k/l, vtrique ipſorum g/b/c,& c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque ſectores g/b/c,c/g/k/& g/k/l,ſunt æquales adinuicem.Haud diſſimiliter, ſectores h/e/f,f/h/m, & h/m/n, inuicem æquales fore cōcludentur.Quotuplex eſt igitur circūferentia b/c/l,ipſius b/c/circūferentię: totuplex eſt g/b/l/ſector,ipſius ſectoris g/b/c.Et proinde quotuplex eſt circūferētia e/f/n, ipſius e/f/circūferentiæ:totuplex eſt & ſector h/e/n, ipſius ſectoris h/e/f.Ergo ſi b/c/l/circunferentia, maior eſt ipſa e/f/n : æquè maior eſt & ſector g/b/l, ipſius ſectoris h/e/n:& ſi æqualis,æqualis:& ſi minor,itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum, duarum inquàm circunferentiarum b/c/& e/f,& duorum ſectorum g/b/c/ & h/e/f,ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ,necnon ſecundæ & quartæ alia vtcunq; ęquè multiplicia:& vt multiplex primę ad multiplex ſecūdæ,ſic multiplex tertię ad multiplex quartæ ſe habere deductum eſt. Prima igitur ad ſecundam,eandem habet rationem, & tertia ad quartam,per ſextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c/ad circunferentiam e/f:ſic g/b/c/ſector,ad ſectorem h/e/f.

Circunferentiæ.		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus deducuntur:etſi ad centra,etſi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam ſectores, tanquam ad centra conſtituti. Quod tandem receperamus oſtendendum.

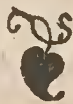
¶Corollarium.

¶Et proinde manifeſtum eſt,quòd veluti ſector ad ſectorem,ſic per vndecimam quinti angulus ad angulum:vtrobique enim ratio offenditur,quæ circūferentiæ ad circunferentiam.

❧ SEXTI LIBRI GEOMETRICORVM Elementorum Euclidis Megarenſis, Ex Orontij Finæi Delphinatis,Regij Mathematicarum Lutetiæ profeſſoris,recèns aucta & emendata traditione,

FINIS.

Vireſcit vulnere virtus.



Regiſtrum.
2. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 2.
❧.A.B.C.D.E.F.G.H.I.K.L.M.N.

D Octora

Xpē ōnipotētē fac

torem celi et terre

uisibiliū ōmniū et in